

---

**ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ГРУПП СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ  
ВЕРТИКАЛЬНЫХ СТОЯЧИХ ВОЛН  
В СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ ЗЕМНОЙ КОРЫ**  
**DETECTING GROUPS OF EIGENFREQUENCIES  
OF VERTICAL STANDING WAVES  
IN THE LAYERED STRUCTURE OF THE EARTH'S CRUST**

---

**А.Р. Поляков***Институт солнечно-земной физики СО РАН,  
Иркутск, Россия, polar@iszf.irk.ru***Б. Цэгмэд***Институт астрономии и геофизики МАН,  
Улан-Батор, Монголия, tseg@iag.ac.mn***A.R. Polyakov***Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,  
Irkutsk, Russia, polar@iszf.irk.ru***B. Tsegmed***Institute of Astronomy and Geophysics MAS,  
Ulaanbaatar, Mongolia, tseg@iag.ac.mn*

---

**Аннотация.** С помощью новой техники обработки сигналов — метода корреляционной функции флуктуаций амплитуды и фазы (КФАФ) — получены первые спектры групп эквидистантных частот (ЭЧ) для записей фоновых сейсмических колебаний. Ранее метод успешно применялся к анализу резонансных колебаний в земной магнитосферно-ионосферной системе. Оказалось, что в случае сейсмических колебаний все пики в спектре ЭЧ подразделяются на две группы, соответствующие собственным частотам вертикальных стоячих волн Р- и S-типа в недрах Земли. Верхняя точка поворота этих волн располагается на верхней свободной границе земной коры, а нижняя — на границах между слоями. Мы показываем, что с помощью этой техники обработки сигналов можно получить новый метод зондирования слоистой структуры подземных недр, т. е. определять глубину залегания и толщину каждого слоя, а также оценивать упругие свойства (коэффициент Пуассона) той геологической породы, из которой состоит слой. На основе используемых данных получено, что на глубине ~2.7 км располагаются два слоя разного твердого вещества толщиной 58 и 140 м с коэффициентами Пуассона 0.231 и 0.187.

**Ключевые слова:** техника обработки сигналов, эквидистантные частоты, собственные частоты, упругие Р- и S-волны.

**Abstract.** Using a novel signal processing technique — the method of correlation function of amplitude and phase fluctuations (APCF) — we have obtained the first spectra of equidistant frequency (EF) groups in records of background seismic oscillations. This method has previously been successfully applied to the analysis of resonant oscillations in Earth's magnetosphere-ionosphere system.

In the case of seismic oscillations, all peaks in the EF spectrum can be divided into two groups corresponding to eigenfrequencies of vertical standing waves of P and S types in the Earth's interior. The upper turning point of these waves lies at the free upper boundary of the Earth's crust, whereas the lower turning point is located at the boundaries between subsurface layers.

We demonstrate that this signal processing technique can serve as a new method for probing the layered structure of the Earth's subsurface. Specifically, it enables the determination of the depth and thickness of each layer, as well as the estimation of elastic properties (such as Poisson's ratio) of the geological material composing the layer. The findings have revealed that at the depth of ~2.7 km there are two layers of different solid substance 58 m and 140 m thick with Poisson's ratios of 0.231 and 0.187.

**Keywords:** signal processing technique, equidistant frequencies, eigenfrequencies, P- and S-type elastic waves.

---

## ВВЕДЕНИЕ

В предыдущей работе [Поляков, 2022] метод корреляционной функции флуктуаций амплитуды и фазы (КФАФ) был впервые применен для массовой обработки большого объема случаев наземных записей геомагнитных флуктуаций в частотном диапазоне от 0.1 до 3.0 Гц. Основная цель состояла в том, чтобы показать, насколько получаемые результаты адекватны, достоверны и непротиворечиво соответствуют действительности. В данной статье мы пытаемся расширить область применимости метода КФАФ, используя его для обработки записи сейсмических колебаний в недрах Земли. Хотя вопросы

сейсмологии не входят в тематику журнала «Солнечно-земная физика», демонстрация успешности применения метода при рассмотрении колебаний в слоистых средах разной природы создает фундамент для более широкого применения этого нового метода обработки сигналов в разных областях, в том числе и в околоземной плазме. Здесь мы предполагаем основное внимание обратить на изучение тех проблем, которые связаны с методологией.

Метод КФАФ [Поляков, 2015, 2018] основан на анализе особым образом сконструированной корреляционной функции флуктуаций амплитуды и фазы и предназначен для детектирования групп эквиди-

стантных частот в широкополосном спектре исходного сигнала.

На первом этапе исходный сигнал, заданный в дискретной форме, преобразуется в малую добавку к синусоиде заданной частоты. Для такого сигнала на каждом временном шаге  $i$  определяются отклонения амплитуды  $n_i(\Theta_i)$  и фазы  $\gamma_i(\Theta_i)$  от амплитуды и фазы идеальной синусоиды, где  $\Theta_i$  — фаза синусоиды.

Далее определяются кросс- и автокорреляционные функции флуктуаций амплитуды и фазы и по ним вычисляется функция

$$G(\tau) = \overline{[\gamma(\Theta)\gamma(\Theta-\tau)]} \overline{[n(\Theta)n(\Theta-\tau)]} - \overline{[\gamma(\Theta)n(\Theta-\tau)]} \overline{[n(\Theta)\gamma(\Theta-\tau)]}.$$

Черта сверху означает усреднение по  $\Theta$ ,  $\tau$  — сдвиг фазы  $\Theta$ .

Корреляционная функция  $G(\tau)$  имеет одно интересное свойство. В перечисленных выше работах было убедительно показано при обработке смоделированных сигналов волн различных типов в 1D- и 2D-резонаторах, что, если в спектре исходного сигнала присутствует группа эквидистантных частот (ЭЧ), в структуре функции  $G$  появляются пики, периодически следующие друг за другом вдоль оси  $\tau$ . По положению первого пика мы можем косвенно измерить [Поляков, 2018] разность двух соседних частот  $\Delta f$  этой эквидистантой группы.

На последнем этапе обработки выявляются все последовательности периодических пиков функции  $G(\tau)$  и для каждой из них измеряется разность  $\Delta f$ . Конечным продуктом обработки исходного сигнала является гистограмма значений этих разностей.

Для традиционного спектра Фурье принято считать, что наличие в его структуре статистически значимого пика означает, что в составе сигнала присутствуют квазимонохроматические колебания на частоте этого пика. В спектре КФАФ (гистограмма) каждый пик соответствует не одной, а целой группе ЭЧ в спектральном составе сигнала. Положение пика на оси  $\Delta f$  определяет разность двух соседних частот каждой такой группы. При этом техника КФАФ не позволяет определять отдельные частоты группы. Невозможно даже установить, в какой части частотного диапазона они располагаются и сколько частот содержит каждая группа.

Для природных широкополосных колебаний группами ЭЧ следует считать собственные частоты резонаторов при тех номерах гармоник, когда они становятся эквидистантными. Каждая стоячая 1D-волна резонатора образует одну ЭЧ-группу в традиционном спектре Фурье и соответствует одному пику на гистограмме  $\Delta f$ . Конечную гистограмму  $\Delta f$  метода КФАФ мы будем иногда называть спектром-гистограммой групп ЭЧ.

В работе [Поляков, 2022] было показано, что, если природным сигналом являются наземные колебания геомагнитного поля, источником таких стоячих 1D-волн является альфвеновский 2D-резонатор, локализованный на внешней кромке плазмопаузы [Леонович, Мазур, 1987].

Недра Земли имеют слоистую структуру, в которой могут возбуждаться упругие волны P- и S-типа

[Ландау, Лифшиц, 1987; Буллен, 1966]. Очевидно, что внутри каждого слоя или сразу нескольких слоев могут образовываться стоячие 1D-волны обоих типов. В данной работе мы применим компьютерную программу техники КФАФ для обработки записи сейсмических колебаний. Анализируя впервые получаемый для них спектр-гистограмму групп ЭЧ, попытаемся выяснить, каким из стоячих волн соответствуют те или иные пики этого спектра-гистограммы.

## 1. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ

Для обработки мы использовали запись сейсмостанции «Аршан» (51°92' N; 102°42' E) от землетрясения 13.12.2016. Запись имеет три канала, т. е. три компоненты колебаний: С–Ю, В–З и вертикальную. Данные представлены в дискретном виде, шаг по времени составляет 0.01 с. От начала записи до начала землетрясения по всем каналам имеют место фоновые флуктуации с малыми отклонениями от среднего значения. Длительность этого участка ~1 ч. Дальше во время землетрясения эти отклонения резко увеличиваются на несколько порядков и продолжаются 2–3 мин до конца записи.

Из опыта применения метода КФАФ выяснилось [Поляков, 2018, 2022], что исходный для обработки сигнал должен напоминать запись случайного процесса, спектр которого занимает широкий частотный диапазон и похож также на спектр шума. Именно так выглядят осциллограмма и спектр фоновых сейсмических флуктуаций. В данной ситуации мы должны исключить всплеск отклонений во время землетрясения и в качестве исходного сигнала принять только запись предшествующих ему фоновых флуктуаций.

Однако оказалось, что эта запись содержит очень большую по амплитуде монохроматическую спектральную составляющую. Осциллограммы, особенно для компонент В–З и вертикальной, выглядят почти как идеальные синусоиды с частотой 16.6 Гц. В спектрах на этой частоте наблюдается пик, который по высоте более чем на два порядка превосходит высоту спектральных пиков на всех других частотах.

Для нашей техники обработки сигналов КФАФ присутствие в спектре исходного сигнала одного или двух больших по высоте узких пиков является источником очень неприятных помех. Эти пики могут сильно исказить или даже создать ложную картину расположения максимумов в получаемом нашей техникой спектре-гистограмме групп ЭЧ. Для того чтобы данный сейсмический сигнал стал пригоден для обработки, необходимо как-то избавляться от подобных пиков в обычном спектре исходного сигнала.

В нашем случае диапазон частот сигнала при обработке техникой КФАФ задан от 2 до 20 Гц. Устранение помехи на частоте 16.6 Гц путем обычной фильтрации высоких частот не особо приемлемо, поскольку приведет к существенному уменьшению частотного диапазона, а для нашей техники, чем шире диапазон, тем лучше.

Поэтому в ходе выполнения данной работы был разработан и применен новый оригинальный способ выравнивания всех пиков спектра исходного сигнала

по высоте. В программу предварительной обработки сигнала добавлена соответствующая новая процедура.

В начале процедуры для исходного сигнала определяем комплексную функцию преобразования Фурье. На графике зависимости модуля этой функции от частоты находим значения частоты и высоты для каждого пика. В результате получим дискретную функцию огибающей всех пиков спектра с неравномерным шагом по частоте. Делаем шаг по частоте равномерным, равным этому шагу в самом спектре. Далее для каждого шага частоты значения действительной и мнимой частей функции Фурье делим на значение полученной огибающей. В конце процедуры для измененной комплексной функции проводим обратное преобразование Фурье. Действительная часть получаемой комплексной временной зависимости есть преобразованный исходный сигнал, у которого почти все пики в спектре примерно одинаковы по высоте.

После действия этой процедуры на наш сейсмический сигнал упомянутые выше аномально высокие пики в спектре не исчезают полностью, а просто становятся сравнимы по высоте со всеми остальными пиками. Для такого сигнала мы можем использовать технику обработки КФАФ, не опасаясь появления помех на конечных гистограммах. Более того, оказалось, что использование процедуры выравнивания спектральных пиков полезно даже при отсутствии очень высоких пиков. При обработке сконструированных сигналов, подобных тем, что использовались в работе [Поляков, 2018], выяснилось, что применение этой процедуры часто приводит к снижению уровня помех в спектре-гистограмме групп ЭЧ.

Всю запись сейсмических фоновых флуктуаций мы разделили на девять интервалов длительностью по 6 мин. Очевидно, что колебания в пределах каждого интервала можно считать отдельной независимой реализацией одного и того же процесса отклика распространения волн в неизменной структуре подземных недр. В отличие от интервалов записи магнитного поля [Поляков, 2022] в данном случае спектры-гистограммы групп ЭЧ каждого интервала мы можем усреднить по ансамблю всех реализаций для повышения статистической значимости конечного результата.

Каждый временной интервал содержит дискретные записи трех компонент смещения точки земной коры. Для каждой компоненты техника КФАФ выдает одну гистограмму разностей  $\Delta f$ , которую, как было упомянуто выше, можно считать спектром-гистограммой групп ЭЧ. Любая такая спектр-гистограмма формируется пиками собственных частот различных стоячих Р- и S-волн. Согласно [Ландау, Лифшиц, 1987; Буллен, 1966], Р- и S-волны дают вклад в каждую из компонент смещения. Других стоячих волн в подземных недрах нет. Значит, в спектрах-гистограммах разных компонент должны иметь место одни и те же пики. Мы не будем подробно рассматривать эти спектры компонент по отдельности, как это сделано в [Поляков, 2022]. Для каждого временного интервала определяем только одну спектр-гистограмму, равную средней спектров-гистограмм всех компонент.

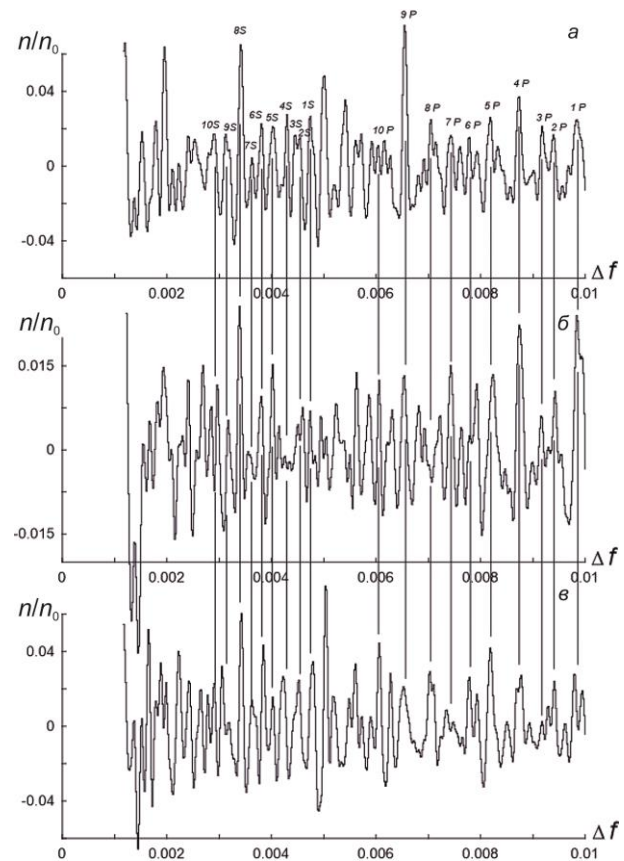


Рис. 1. Спектры групп ЭЧ — конечного продукта техники обработки КФАФ для записей фоновых сейсмических колебаний ст. «Аршан»: а — средний по всем компонентам спектр для первой временной реализации; б — спектр, средний по компонентам и усредненный по всем временным реализациям; в — спектр одной компонентой С-Ю, усредненный по первым трем реализациям. Значения  $\Delta f$  даны в безразмерном виде  $\Delta f \rightarrow \Delta f \Delta t$ , где  $\Delta t = 0.01$  с — временной шаг исходного сигнала

На рис. 1, а показана такая усредненная спектр-гистограмма групп ЭЧ для первого временного интервала записи фоновых сейсмических флуктуаций. На вертикальной оси  $n$  — число реальных измерений разности соседних частот  $\Delta f$  в той или иной группе ЭЧ,  $n_0$  — полное число всех попыток этих измерений. Отношение  $n/n_0$  может служить оценкой вероятности наблюдения точки на кривой для каждого значения  $\Delta f$ . Для наглядности и удобства анализа положения пиков кривая сглажена скользящим средним, слишком медленные вариации удалены [Поляков, 2022]. Поэтому на некоторых участках вероятности принимают отрицательные значения. Разности  $\Delta f$  на горизонтальной оси даны в безразмерном виде, умноженные на временной шаг исходного дискретного сигнала  $\Delta f \rightarrow \Delta f \Delta t$ .

На рис. 1, а видно множество пиков. Как было отмечено выше, каждый пик определяется группой ЭЧ какой-то одной стоячей 1D-волной в недрах Земли. Для большинства значимых по высоте пиков мы провели вертикальные линии, пересечение которых с горизонтальной осью дает значение разности двух соседних частот в группе для каждого пика. Значения этих разностей [Гц] даны в таблице. Ниже в разделе 2 мы обсудим происхождение всех отмеченных пиков.

Характеристики вертикальных стоячих волн в подземных недрах экспериментально измеренные по пикам спектра-гистограммы на рис. 1, а

$i$	$\Delta f_{iP}$ , Гц	$\Delta f_{iS}$ , Гц	$h_i$ , км	$\Delta h_i$ , м	$V_{iP}/V_{iS}$	$\lambda_i/\mu_i$	$v_i$
1	0.985	0.474	2.590	130	1.912	1.656	0.318
2	0.938	0.453	2.720	58	1.690	0.856	0.231
3	0.918	0.444	2.778	140	1.611	0.595	0.187
4	0.874	0.429	2.918	196	2.065	2.264	0.347
5	0.819	0.404	3.114	164	2.199	2.836	0.370
6	0.778	0.381	3.278	154	2.233	2.986	0.375
7	0.743	0.364	3.432	185	2.364	3.589	0.391
8	0.705	0.343	3.617	282	2.463	4.066	0.401
9	0.654	0.316	3.900	274	2.404	3.779	0.395
10	0.611	0.294	4.173				

Показаны также аналогичный спектр-гистограмма групп ЭЧ, усредненная по всем временным реализациям (б) и спектр-гистограмма одной из компонент С–Ю, усредненная по трем первым реализациям (в).

Если проследить сверху вниз вдоль каждой вертикальной линии, отчетливо видно, что для большинства пиков положение  $\Delta f$  на горизонтальной оси (б, в) почти идеально совпадает с этим положением на панели а. Из двадцати отмеченных пиков только для двух из них (с номерами 8Р и 4S) наблюдаются существенные отклонения (панели а, б). Заметно также, что относительное изменение высоты пиков при переходе от одного номера к другому (а) примерно такое же как на панели б.

Соответствие характеристик большинства пиков (а, б) позволяет сделать важный вывод. Структура расположения пиков в спектре-гистограмме групп ЭЧ для первой временной реализации сейсмического сигнала в среднем точно такая же, как у всех остальных временных реализаций. Мы можем считать спектр-гистограмму (панель а) статистически достоверным результатом.

Совпадение положения пиков (а, в) свидетельствует о том, что даже после усреднения спектров-гистограмм одной из компонент по трем временным реализациям мы получаем почти такую же первоначальную стандартную спектр-гистограмму. Это подтверждает устойчивость всех процедур обработки сигнала техникой КФАФ относительно получения конечного продукта (а).

Необходимо отметить, что на панели а не все пики выделены вертикальными линиями. Например, пик справа от 5Р, так же как пик между 5Р и 6Р и пик между 6Р и 7Р, нельзя считать достоверными, поскольку они отсутствуют или малы по высоте на панели б. Остальные неотмеченные пики между 10Р и 1S, а также слева от 10S мы пока не будем рассматривать.

Обратим внимание еще на одну важную особенность метода КФАФ. В самом начале работы над этим проектом стало очевидно, что мы не сможем измерять значения разностей соседних частот  $\Delta f$  в диапазоне значений от нуля до бесконечности,

поскольку технически это невозможно. Пришлось ограничиться конечным интервалом этих разностей от 0.001 до 0.01 в безразмерных единицах. Кроме присутствующих пиков (панель а), могут существовать и давать вклад в спектр исходного сигнала также те пики, у которых  $\Delta f < 0.001$  или  $\Delta f > 0.01$ . Однако на конечном спектре-гистограмме они не проявляются.

## 2. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБРАБОТКИ

Будем считать, что в регионе станции наблюдения сейсмических сигналов подземные недра имеют слоистую структуру [Буллен, 1966]. Горизонтально расположенные слои могут различаться по толщине и составу геологических пород. Границы между слоями способны частично отражать и пропускать падающие на них упругие волны. В такой слоистой среде должно наблюдаться большое количество различных вертикальных стоячих волн.

Любая пара границ между слоями запирает стоячие Р- и S-волны, поскольку на каждой границе отражаются волны обоих типов [Буллен, 1966]. Каждая стоячая волна характеризуется своим набором собственных частот или группой ЭЧ в спектре Фурье сейсмического сигнала, которая приводит к появлению отдельного пика (панель а).

Рассмотрим стоячие волны между двумя ближайшими границами. Если геологическая порода распределена в этом слое равномерно по всему объему, разность соседних собственных частот для волн Р- и S-типа должна определяться по формулам для частот первой гармоники

$$\Delta f_P = \frac{V_P}{2\Delta h} = \frac{1}{T_P}, \Delta f_S = \frac{V_S}{2\Delta h} = \frac{1}{T_S}, \quad (1)$$

$$V_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}},$$

где  $V_P$ ,  $V_S$  — скорости Р- и S-волн;  $\rho$  — плотность породы;  $\lambda$ ,  $\mu$  — упругие константы Ламе (модуль сжатия и модуль сдвига);  $\Delta h$  — толщина слоя;  $T_P$ ,  $T_S$  —



периоды первой гармоники или время пробега туда и обратно между верхней и нижней границами слоя.

Если область локализации стоячей волны вмещает не один, а сразу несколько слоев, общее время пробега определяется суммой времен пробега волны в каждом слое.

В нашем случае датчик регистрации сейсмических колебаний расположен немного ниже свободной поверхности. Значит, если стоячая волна локализована на большой глубине, то вследствие затухания ее вклад в частотный спектр регистрируемых датчиком колебаний будет пренебрежимо мал. Основной вклад в этот спектр должны давать собственные частоты тех стоячих волн, у которых верхняя точка поворота располагается на свободной поверхности земной коры, поскольку эта поверхность способна полностью отражать упругие волны и, главное, сейсмический датчик всегда располагается внутри области локализации таких стоячих волн. Нижняя точка поворота этих стоячих волн может находиться на одной из границ между слоями геологических пород.

На рис. 2, а для наглядности показана схема локализации таких стоячих волн. Вертикальная ось направлена вниз и обозначает глубину  $h$  подземных недр. Горизонтальная ось изображает свободную поверхность земной коры, границу между земной корой и атмосферой с глубиной  $h_0=0$ . Горизонтальными линиями на этой схеме отмечены границы между слоями. Каждой такой границе и слою, расположенному под ней, присвоен номер  $i$ . В нашем случае выявлено девять слоев. Глубина верхней границы слоя с номером  $i$  обозначается  $h_i$ .

Вертикальными стрелками отмечено несколько областей локализации стоячих волн между верхней и нижней точками поворота. Нижняя точка поворота располагается на верхней границе слоя с номером  $i$ . Этот же номер мы присваиваем соответствующей области локализации. В каждой, отмеченной стрелкой, области должны наблюдаться две стоячие волны Р- и S-типа. Разности соседних собственных частот таких стоячих волн обозначаются соответственно  $\Delta f_{iP}$  и  $\Delta f_{iS}$ .

Из общих соображений мы будем считать, что для стоячих волн с множеством слоев между точками поворота так же, как в случае с одним слоем (1), разности собственных частот  $\Delta f_{iP}$  и  $\Delta f_{iS}$  совпадают с частотами первой гармоники. Период этой первой гармоники определяется полным временем пробега между точками поворота через все слои. Для него в соответствии с (1) получаем качественное соотношение

$$\begin{aligned} T_{iP} &= \frac{1}{\Delta f_{iP}} = \sum_{n=0}^{n=i-1} \frac{2\Delta h_n}{V_{nP}}, \\ T_{iS} &= \frac{1}{\Delta f_{iS}} = \sum_{n=0}^{n=i-1} \frac{2\Delta h_n}{V_{nS}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $n$  — номера всех слоев, расположенных выше слоя с номером  $i$ ;  $\Delta h_n$ ,  $V_{nP}$ ,  $V_{nS}$  — толщина и скорости волн этих слоев.

Для пары стоячих Р- и S-волн с номером  $i$  расстояние между точками поворота одно и то же, значит, согласно (2), отношение  $\Delta f_{iP}$  и  $\Delta f_{iS}$  должно быть

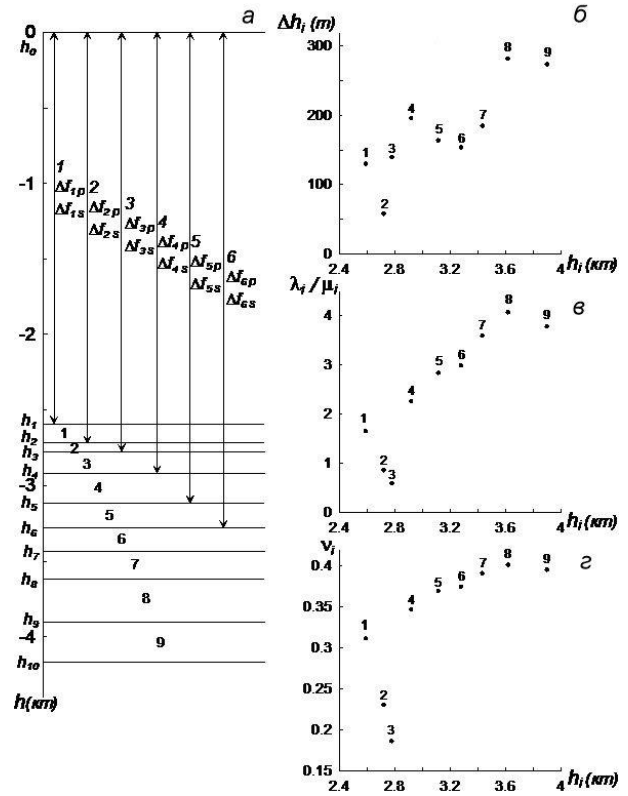


Рис. 2. Схема локализации вертикальных стоячих Р- и S-волн и структуры чередования горизонтальных слоев геологических пород в земной коре, используемая нами для интерпретации положений пиков в спектрах групп ЭЧ (а); зависимости толщины, отношения упругих констант Ламе и коэффициента Пуассона каждого слоя от глубины его верхней границы (б-г)

равно отношению средних по слою скоростей этих волн в пределах области локализации. Согласно [Буллен, 1966], это отношение скоростей в подземных недрах можно считать, если округлить его до целого значения, равным  $\sim 2$ , т. е.  $\Delta f_{iP}/\Delta f_{iS} \approx 2$ .

Собственные частоты стоячих волн (см. рис. 2, а) почти идеально подходят для интерпретации положений пиков на горизонтальной оси спектра-гистограммы групп ЭЧ, полученной для фоновых сейсмических колебаний.

Действительно, на рис. 1, а отчетливо видно, что все отмеченные вертикальными линиями пики разделяются на две отдельные группы. Для первой группы, расположенной справа, интервал частотных разностей составляет 0.006–0.01, для второй — 0.0028–0.047, т. е. для второй группы границы интервала примерно в два раза меньше, чем для первой. Это убедительно подтверждает тот факт, что первая и вторая группы обусловлены стоячими волнами соответственно Р- и S-типа (см. схему рис. 2, а). На рис. 1, а пики первой группы отмечены индексами  $iP$ , а пики второй группы —  $iS$ .

Кроме этого, необходимо также отметить локальную особенность расположения пиков. На рис. 1, а отчетливо видно, что в группе Р пики с номерами 2Р и 3Р располагаются недалеко друг от друга на вершине общего максимума. Очевидно, такое расположение указывает на то, что эти пики определяются собственными частотами стоячих Р-волн, отражае-

мых вверх от верхней и нижней границ очень тонкого слоя (с номером 2) — так, как это показано на рис. 2, а.

В серии пиков S мы видим очень похожий максимум, состоящий из двух пиков 2S и 3S, положение которого на горизонтальной оси рис. 1, а в два раза меньше, чем положение пиков 2P, 3P. Промежуток между 2S и 3S также в ~2 раза меньше промежутка между 2P и 3P. Промежуток настолько мал, что пики 2S и 3S почти сливаются друг с другом. Это обстоятельство убедительно подтверждает то, что эти пики обусловлены стоячими волнами S-типа. Отражение волн происходит соответственно от верхней и нижней границ упомянутого выше тонкого слоя породы с номером 2.

Таким образом, взаимное расположение пар пиков 2P, 3P и 2S, 3S и промежуток между пиками каждой пары отчетливо показывает, что для слоя 2 каждая его граница дает две стоячие волны, P- и S-типа. Этот вывод косвенно подтверждает применимость схемы стоячих волн (см. рис. 2, а) для интерпретации всех, отмеченных вертикальными линиями на рис. 1, а, пиков.

На рис. 1, а пары стоячих P- и S-волн, отраженных от верхней и нижней границ слоя 2, соответствуют пикам 2P, 2S и 3P, 3S. На рис. 2, а каждая такая пара стоячих волн отмечена, как уже было указано выше, одной вертикальной стрелкой до верхней и нижней границ слоя 2.

Дальше по аналогии мы просто обязаны считать, что остальные отмеченные вертикальными линиями пики на рис. 1, а, также образуются парами стоячих P- и S-волн, отраженных от границ других слоев. Справа от 2P и 2S: пики 1P и 1S должны соответствовать паре стоячих волн, отраженных от верхней границы слоя 1. Слева от 3P и 3S: пики 4P и 4S происходят от волн с отражением от верхней границы слоя 4, а пики 5P и 5S — при отражении от слоя 5. Все эти стоячие волны показаны на рис. 2, а. Последняя пара пиков 10P и 10S соответствует отражению волн от верхней границы слоя 10.

В таблице приведены точные разности (в герцах)  $\Delta f_{iP}$ ,  $\Delta f_{iS}$  пар пиков для всех рассмотренных номеров слоев, измеренные по их положению на горизонтальной оси  $\Delta f$  на рис. 1, а. В столбце отношения скоростей мы видим, что для всех номеров  $i$  имеет место  $V_{iP}/V_{iS} \approx 2$ . Это также косвенно подтверждает то, что отмеченные в спектре-гистограмме пики соответствуют собственным частотам стоячих P- и S-волн, показанных на рис. 2, а.

На рис. 1, а последняя пара пиков с номером  $i=10$  соответствует волнам, отраженным от верхней границы слоя с номером 10, однако нижняя граница этого слоя отсутствует и мы не видим ее на рис. 2, а. В данном случае при анализе спектра-гистограммы групп ЭЧ на рис. 1, а мы обнаружили девять отдельных слоев, состоящих, по всей вероятности, из разных геологических пород.

Пики 1P и 1S на рис. 1, а соответствуют стоячим волнам с нижней точкой поворота на глубине  $h_1$  на верхней границе первого слоя. На рис. 2, а мы не видим других слоев выше него. Однако это не означает, что их нет, просто значения  $\Delta f$  пиков на рис. 1, а, которые соответствуют стоячим волнам, отражаю-

щимся от более высоких слоев, не входят в заданный диапазон этих разностей. Поэтому такие пики, как уже было упомянуто ранее, отсутствуют на этом рисунке.

Если в (2) скорости P-волн в различных слоях заменить на среднюю по каждому слою скорость  $V_{cp}$ , можно получить соотношение для примерного определения глубины верхней границы каждого слоя

$$h_i = \sum_{n=0}^{n=i-1} \Delta h_n = \frac{V_{cp}}{2\Delta f_{iP}}. \quad (3)$$

В работе [Вольвовский, 1973] приведены обширные таблицы результатов измерений волновых скоростей в разных географических регионах. Измерения проводились известным методом глубинного сейсмического зондирования с помощью промышленных взрывов. Из этих таблиц для Сибирской платформы Иркутского амфитеатра в осадочном слое земной коры находим  $V_{cp}=5.1$  км/с. В более современной работе [Джурик и др., 2024] на той же глубине имеем аналогичную среднюю скорость  $V_{cp}=5.0$  км/с. Подставляя эту скорость, а также значения  $\Delta f_{iP}$  из таблицы в (3), получаем глубину верхней границы каждого слоя. Разность  $\Delta h_i = h_{i+1} - h_i$  представляет собой толщину слоя с номером  $i$ . Результаты вычислений  $h_i$  и  $\Delta h_i$  внесены в таблицу.

На рис. 2, б показана зависимость  $\Delta h_i$  от  $h_i$ . Цифрами для каждой точки указан номер слоя. Первый и последний слои имеет глубину соответственно 2.6 и 4 км, толщина слоев изменяется в довольно широком диапазоне значений  $\Delta h_i = 60 \div 280$  м.

Необходимо отметить, что значение скорости, которое мы взяли из работ [Вольвовский, 1973; Джурик и др., 2024], возможно, отличается от реальной средней слоевой скорости в районе сейсмостанции «Аршан». Однако очевидно, что это отличие не должно быть слишком большим и вычисляемая нами глубина слоев и толщина примерно совпадают с реальными значениями.

Для двух соседних пиков на рис. 1, а в P- и S-группах согласно (2) имеем:

$$T_{(i+1)P} - T_{iP} = \frac{2\Delta h_i}{V_{iP}}, T_{(i+1)S} - T_{iS} = \frac{2\Delta h_i}{V_{iS}}.$$

Отсюда мы получаем возможность определения ряда важных характеристик вещества, из которого состоят выявленные нами слои. Для каждого слоя с номером  $i$

$$\begin{aligned} \frac{V_{iP}}{V_{iS}} &= \frac{\Delta f_{(i+1)P} \Delta f_{iP} (\Delta f_{(i+1)S} - \Delta f_{iS})}{\Delta f_{(i+1)S} \Delta f_{iS} (\Delta f_{(i+1)P} - \Delta f_{iP})}, \\ \frac{\lambda_i}{\mu_i} &= \left( \frac{V_{iP}}{V_{iS}} \right)^2 - 2, \quad \nu_i = \frac{\lambda_i}{2(\lambda_i + \mu_i)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\nu_i$  — коэффициент Пуассона вещества слоя;  $\lambda_i/\mu_i$  — отношение упругих параметров Ламе в слое.

Подставляя значения  $\Delta f_{iP}$ ,  $\Delta f_{iS}$  из таблицы в (4), получаем характеристики упругих свойств вещества каждого слоя, которые также заносим в таблицу. Важно отметить, что в отличие от способа определе-

ния глубины и толщины слоя (3) в соотношениях (4) мы не используем характеристики среды, измеренные иными сейсмологическими методами. Можно считать, что в данном случае точность значений упругих параметров слоев зависит только от того, какую точность дает наша техника обработки сигнала.

На рис. 2, в, г показаны зависимости  $\lambda_i/\mu_i$  и  $\nu_i$  от глубины верхней границы слоя  $h_i$ .

Прослеживается любопытный результат, особенно это заметно на панели г. Почти все точки образуют плавную линию, только точки с номерами 2, 3 сильно отклоняются от нее. Среднее значение коэффициента Пуассона для точек с номерами 4–9 составляет 0.35. Из таблиц в интернете следует, что примерно такие же значения имеют такие вещества, как алюминий, латунь, медь, т. е. не очень твердые и хрупкие породы, но и не очень мягкие и пластичные, например такие, как свинец и олово ( $\nu=0.44$ ).

Слой 2 имеет коэффициент Пуассона  $\nu_2=0.23$ . Этому значению соответствуют такие значительно более твердые и хрупкие вещества, как сталь ( $\nu=0.25$ ), чугун ( $\nu=0.22$ ), бетон ( $\nu=0.20$ ). Слой 2 находится на глубине  $h_2=2.72$  км и имеет толщину  $\Delta h_2=58$  м. Для слоя 3 из таблицы получаем  $\nu_3=0.19$ ,  $h_3=2.78$  км,  $\Delta h_3=140$  м. Коэффициент Пуассона в этом слое еще меньше и соответствует, например, кварцевому стеклу  $\nu=0.17$  или базальту  $\nu=0.12$ .

Следует отметить, что полученные нами коэффициенты  $\nu_i$  не позволяют однозначно указать вещество, из которого состоит каждый слой, поскольку одно и то же значение  $\nu_i$  могут иметь разные геологические породы. Однако в данном случае с большой вероятностью можно считать, что слои 2 и 3 являются соответственно гранитной и базальтовой плитами, которые, согласно [Буллен, 1966], должны располагаться ниже осадочного слоя. В данном случае в районе ст. «Аршан» эти плиты или слои находятся на глубине ~3 км.

На рис. 2, г заметно также, что коэффициент Пуассона плавно возрастает с увеличением глубины в слоях 4–9. Возможно, это связано с температурным градиентом. Согласно рис. 2, г, получается, что влияние температуры становится заметно ниже базальтового слоя на глубинах 3–4 км.

Необходимо отметить, что данная работа является первой попыткой применения новой техники в обработке записей фоновых сейсмических колебаний. В дальнейшем мы должны попытаться подтвердить полученные результаты, обрабатывая другие аналогичные записи по возможности разных сейсмических станций. Если удастся убедительно показать, что каждый раз пики в спектрах групп ЭЧ определяются группами собственных частот вертикальных стоячих волн, подобных изображенным на рис. 2, а, мы получим полезный, проверенный и не очень затратный метод зондирования. Детектирование слоев разных геологических пород, определение глубины и толщины этих слоев дает полезную информацию о строении подземных недр. Кроме того, мы сможем определять коэффициент Пуассона, который характеризует упругие свойства породы каждого слоя.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Впервые с помощью новой оригинальной техники КФАФ обработан интервал записи фоновых сейсмических флуктуаций длительностью 1 ч. Метод КФАФ позволяет выявлять группы эквидистантных частот, которые присутствуют в спектре исходного сигнала и измерять разность двух соседних частот  $\Delta f$  в группе. Конечным продуктом обработки является спектр-гистограмма множества значений  $\Delta f$ .

В традиционном спектре наличие пика на определенной частоте означает, что колебания этой частоты входят в состав исходного сигнала. В нашем спектре-гистограмме каждый пик соответствует не одной, а целой группе ЭЧ в исходном сигнале. Положение пика на горизонтальной оси дает нам не отдельную частоту, а разность двух соседних частот, характерную для всей группы.

В нашем случае группой ЭЧ в спектре следует считать собственные частоты какой-либо одной из множества стоячих волн, которые должны возбуждаться в слоистой структуре подземных недр.

2. Анализ полученной спектр-гистограммы (см. рис. 1) достаточно убедительно показывает, что большинство наблюдаемых пиков обусловлены собственными частотами вертикальных стоячих волн Р- и S-типа. Схема локализации этих волн показана на рис. 2, а. Главное в ней то, что каждая пара стоячих Р- и S-волн имеет одни и те же поверхности поворота. Верхняя поверхность всегда находится на границе земная кора — атмосфера, а нижняя поверхность совпадает с одной из множества границ между слоями разных геологических пород.

3. Показано, что, если принять такую интерпретацию пиков спектра-гистограммы, мы сможем определять примерную глубину границ между слоями и коэффициент Пуассона вещества в каждом слое, т. е. можно получить новый метод экспериментального выявления слоистой структуры в недрах Земли.

Однако на данном этапе очевидно, что появление нового метода можно обсуждать только в том случае, если обнаруженные в данной работе особенности расположения пиков в спектрах-гистограммах будут многократно подтверждены при обработке методом КФАФ других записей сейсмических фоновых флуктуаций в разное время на разных станциях.

Выражаем благодарность БФ ФИЦ ЕГС РАН за предоставленные нам записи фоновых сейсмических флуктуаций ст. «Аршан».

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Буллен К.Е. *Введение в теоретическую сейсмологию*. М.: Мир, 1966, 460 с.
- Вольвовский И.С. *Сейсмические исследования земной коры в СССР*. М.: Недра, 1973, 208 с.
- Джурик В.И., Брыжак Е.В., Серебренников С.П., Какорова А.А. Выявление особенностей влияния скоростных неоднородностей грунтовых слоев на сейсмические воздействия сильных землетрясений Байкало-Монгольского региона. *Геодинамика и тектонофизика*. 2024, т. 15, № 6. DOI: [10.5800/GT-2024-15-6-0793](https://doi.org/10.5800/GT-2024-15-6-0793).

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория упругости. Теоретическая физика*. М.: Наука, 1987, т. 7, 246 с.

Леонович А.С., Мазур В.А. Динамика мелкомасштабных альфвеновских волн в магнитосферном резонаторе. *Физика плазмы*. 1987, т. 13, № 7, с. 800–810.

Поляков А.Р. Связь пиков корреляционных функций флуктуаций амплитуды и фазы и собственных частот в спектре колебаний. *Солнечно-земная физика*. 2015, т. 1, № 3, с. 62–71. DOI: [10.12737/10455](https://doi.org/10.12737/10455) / Polyakov A.R. Relationsh of peaks of correlation functions of amplitude and phase fluctuations with eigenfrequencies in oscillation spectrum. *Sol.-Terr. Phys.* 2015, vol. 1, iss. 3, pp. 62–71. DOI: [10.12737/10455](https://doi.org/10.12737/10455).

Поляков А.Р. Детектирование групп эквидистантных частот в спектрах геомагнитных пульсаций. *Солнечно-земная физика*. 2018, т. 4, № 4, с. 43–53. DOI: [10.12737/szf-44201805](https://doi.org/10.12737/szf-44201805) / Polyakov A.R. Detecting groups of equidistant frequencies in spectra of geomagnetic pulsations. *Sol.-Terr. Phys.* 2018, vol. 4, iss. 4, pp. 33–41. DOI: [10.12737/stp-44201805](https://doi.org/10.12737/stp-44201805).

Поляков А.Р. Структура групп собственных частот в спектрах геомагнитных пульсаций ночной стороны магнитосферы. *Солнечно-земная физика*. 2022, т. 8, № 3, с. 49–53. DOI: [10.12737/szf-83202207](https://doi.org/10.12737/szf-83202207) / Polyakov A.R. Structure of groups of eigenfrequencies in spectra of geomagnetic pulsations in the nightside magnetosphere. *Sol.-Terr. Phys.* 2022. vol. 8, iss. 3, pp. 46–50. DOI: [10.12737/stp-83202207](https://doi.org/10.12737/stp-83202207).

*Как цитировать эту статью:*

Поляков А.Р., Цэгмэд Б. Детектирование групп собственных частот вертикальных стоячих волн в слоистой структуре земной коры. *Солнечно-земная физика*. 2025, т. 11, № 4, с. 106–113. DOI: [10.12737/szf-114202510](https://doi.org/10.12737/szf-114202510).