

**ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЦИКЛЫ И ИНВАРИАНТНОСТЬ ФОРМЫ  $Dst$ -ИНДЕКСА  
ВО ВРЕМЯ РАЗВИТИЯ ГЕОМАГНИТНЫХ БУРЬ****HYSTERESIS CYCLES AND INVARIANCE OF THE  $Dst$  INDEX FORM  
DURING GEOMAGNETIC STORM DEVELOPMENT****Н.А. Куражковская***Геофизическая обсерватория «Борок»,  
филиал Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН,  
Борок, Россия, knady@borok.yar.ru***Б.И. Клайн** *Геофизическая обсерватория «Борок»,  
филиал Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН,  
Борок, Россия, klb314@mail.ru***О.Д. Зотов***Геофизическая обсерватория «Борок»,  
филиал Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН,  
Борок, Россия, ozotov@inbox.ru***А.Ю. Куражковский***Геофизическая обсерватория «Борок»,  
филиал Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН,  
Борок, Россия, ksasha@borok.yar.ru***N.A. Kurazhkovskaya***Borok Geophysical Observatory,  
the Branch of Schmidt Institute of Physics of the Earth, RAS,  
Borok, Russia, knady@borok.yar.ru***B.I. Klain***Borok Geophysical Observatory,  
the Branch of Schmidt Institute of Physics of the Earth, RAS,  
Borok, Russia, klb314@mail.ru***O.D. Zotov***Borok Geophysical Observatory,  
the Branch of Schmidt Institute of Physics of the Earth, RAS,  
Borok, Russia, ozotov@inbox.ru***A.Yu. Kurazhkovskii***Borok Geophysical Observatory,  
the Branch of Schmidt Institute of Physics of the Earth, RAS,  
Borok, Russia, ksasha@borok.yar.ru*

**Аннотация.** Исследована связь  $Dst$ -индекса с параметрами гелиосферы во время развития 933 изолированных геомагнитных бурь, наблюдавшихся в 1964–2010 гг. Классификация бурь проводилась по типу начала (внезапное или постепенное) и по интенсивности (слабые, умеренные и сильные). Анализ выполнялся по накопленным методом наложения эпох значениям  $Dst$ -индекса, параметров солнечного ветра (СВ) и межпланетного магнитного поля (ММП). Показано, что на временном интервале развития различных по интенсивности бурь с внезапным и постепенным началом кривая изменения  $Dst$  в зависимости от гелиосферных параметров на главной фазе бури не совпадает с кривой изменения на фазе восстановления, что является типичным признаком гистерезиса. Во время развития бури  $Dst$  образует гистерезисные циклы со всеми анализируемыми параметрами солнечного ветра и ММП. Зависимости  $Dst(B)$ ,  $Dst(B_z)$ ,  $Dst(E_y)$ ,  $Dst(V)$ ,  $Dst(P_{dyn})$  и  $Dst(\beta)$  имеют форму петли гистерезиса во время возбуждения слабых, умеренных и сильных бурь. Обнаружено, что форма и площадь петель гистерезиса изменяются в зависимости от параметров гелиосферы и интенсивности бурь. Показано, что форма усредненной кривой изменений  $Dst$  при развитии бурь не зависит от их интенсивности, т. е. является инвариантом. Инвариантное поведение характерно также для усредненной динамики параметров гелиосферы во время развития магнитных бурь различной интенсивности. Исходя из нелинейной связи  $Dst$ -индекса с межпланетными параметрами и инвариантности его динамики, мы предлагаем интегральное уравнение типа уравнения Вольтерры для описания зависимости  $Dst$  от параметров солнечного ветра и ММП. Предложенная модель подходит для интерпретации резуль-

**Abstract.** We have studied the relationship between the  $Dst$  index and heliospheric parameters during 933 isolated geomagnetic storms observed over the period from 1964 to 2010. The storms were classified by their onset type (sudden or gradual) and intensity (weak, moderate, and strong). We have analyzed the  $Dst$  index, solar wind, and interplanetary magnetic field (IMF) data accumulated using the epoch superposition method. It is shown that over the time interval of development of varying intensity storms with sudden and gradual onset the trajectory of  $Dst$  change depending on heliospheric parameters during the main phase of the storms does not coincide with its trajectory during the recovery phase, which is typical of the hysteresis phenomenon. During the storms,  $Dst$  forms hysteresis cycles with all analyzed solar wind and IMF parameters. The obtained dependences  $Dst(B)$ ,  $Dst(B_z)$ ,  $Dst(E_y)$ ,  $Dst(V)$ ,  $Dst(P_{dyn})$ , and  $Dst(\beta)$  have the shape of a hysteresis loop during the excitation of weak, moderate, and strong storms. The shape and area of hysteresis loops was found to change depending on heliospheric parameters and storm intensity. It is shown that the shape of the average  $Dst$  dynamics during the storms does not depend on their intensity, i.e. it is invariant. Invariant behavior is also characteristic of the shape of the average dynamics of heliospheric parameters during the magnetic storms of different intensities. Based on the nonlinear relationship of the  $Dst$  index with interplanetary parameters and the invariance of the shape of its dynamics, an integral equation of the Volterra type is proposed to describe the  $Dst$  dependence on solar wind and IMF parameters. The proposed model is suitable for interpreting the results obtained from the experimental study of hysteresis effects associated with phase shifts between changes in  $Dst$  and heliospheric parameters.

татов экспериментального исследования гистерезисных эффектов, обусловленных фазовыми сдвигами между изменениями значений  $Dst$  и параметров гелиосферы.

**Ключевые слова:** геомагнитные бури, солнечный ветер, параметры гелиосферы,  $Dst$ -индекс, гистерезис, инвариантность.

## ВВЕДЕНИЕ

Известно, что эффект гистерезиса является одной из особенностей солнечной активности, а не артефактом [Donnelly, 1991; Bachmann, White, 1994]. В настоящее время имеется большое число публикаций, в которых показано, что гистерезис существует между парами индикаторов солнечной активности. Например, анализировались попарно взаимосвязи таких индикаторов солнечной активности, как число солнечных пятен  $W$ , поток солнечного радиоизлучения на длине волны 10.7 см  $F10.7$ , солнечная постоянная  $TSI$  (Total Solar Irradiation), индекс солнечных вспышек, индекс максимальной скорости выбросов корональной массы и другие. Было установлено, что динамика перечисленных индикаторов на восходящей и нисходящей ветвях циклов солнечной активности не совпадает, что является признаком гистерезиса [Bachmann, White, 1994; Özgüç et al., 2012; Бруевич и др., 2018].

В ряде работ, например [Dmitriev et al., 2002; Özgüç et al., 2016; Reda et al., 2023], обнаружен эффект гистерезиса между индикаторами солнечной активности и параметрами гелиосферы, а также между индикаторами солнечной и геомагнитной активности. В частности, в 23-м солнечном цикле наблюдается гистерезис между геомагнитными индексами ( $A_p$ ,  $Dst$ ) и максимальной скоростью выбросов корональной массы [Özgüç et al., 2016]. Гистерезис между индикаторами геомагнитной и солнечной активности характерен не только для 23-го цикла, но и других солнечных циклов. Так, в работе [Куражковская, Куражковский, 2023] обнаружен эффект гистерезиса между индексами геомагнитной активности ( $A_p$ ,  $Dst$ ) и параметрами гелиосферы в 21–24-м солнечных циклах. Причем  $A_p$ - и  $Dst$ -индексы формируют петли гистерезиса не только со всеми ключевыми параметрами солнечного ветра (СВ) и межпланетного магнитного поля (ММП), но и с их комбинациями, например, с динамическим давлением СВ  $P_{dyn}$ , плазменным параметром  $\beta$ , равным отношению теплового давления к магнитному [Куражковская, Куражковский, 2023]. Таким образом, по крайней мере для последних четырех завершившихся солнечных циклов отчетливо наблюдается гистерезис в зависимостях солнечной, межпланетной и геомагнитной активности на временных интервалах, равных солнечному циклу.

Однако гистерезис является не только типичной особенностью ~11-летних циклов солнечной активности, но и наблюдается на более коротких интервалах времени, сравнимых с продолжительностью

**Keywords:** geomagnetic storms, solar wind, heliospheric parameters,  $Dst$  index, hysteresis, invariance.

геомагнитных бурь (в среднем 3 сут) [Птицына и др., 2021; Куражковская, Куражковский, 2023; Данилова и др., 2024]. Так, в работе [Куражковская, Куражковский, 2023] было показано, что на интервале развития геомагнитных бурь среднестатистическая зависимость  $Dst$ -индекса от плазменного параметра  $\beta$  имеет форму петли гистерезиса. В ходе предварительных исследований взаимосвязи  $Dst$ -индекса с другими параметрами гелиосферы во время развития геомагнитных бурь было обнаружено, что  $Dst$ -индекс формирует петли гистерезиса с динамическим давлением СВ  $P_{dyn}$  и  $B_z$ -компонентой ММП [Zotov et al., 2024]. При исследовании сильной магнитной бури, наблюдавшейся 7–8 сентября 2017 г., обнаружены признаки гистерезиса в зависимости  $Dst$ -индекса от напряженности  $B$  и  $B_z$ -компоненты ММП и  $E_y$ -компоненты электрического поля СВ [Данилова и др., 2024]. Вопрос о том, как изменяются форма и размер петель гистерезиса между  $Dst$ -индексом и параметрами СВ и ММП в зависимости от интенсивности геомагнитных бурь, пока остается открытым.

В данной работе анализируются проявления гистерезиса между  $Dst$ -индексом и параметрами гелиосферы во время развития изолированных геомагнитных бурь различной интенсивности с внезапным и постепенным началом, исследуются особенности полученных петель гистерезиса и предлагается математическая модель обнаруженного эффекта.

## 1. ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДАННЫЕ И МЕТОДИКА АНАЛИЗА

Для исследования связи  $Dst$ -индекса с параметрами межпланетной среды на интервале развития геомагнитных бурь использован каталог геомагнитных бурь, представленный на сайте Мирового центра данных по солнечно-земной физике (Москва) [[http://www.wdcb.ru/stp/geomag/geomagnetic\\_storms.ru.html](http://www.wdcb.ru/stp/geomag/geomagnetic_storms.ru.html)]. Кроме того, использованы среднечасовые значения параметров СВ, ММП и  $Dst$ -индекса, представленные в базе данных OMNI [[https://pdf.gsfc.nasa.gov/pub/data/omni/low\\_res\\_omni/](https://pdf.gsfc.nasa.gov/pub/data/omni/low_res_omni/)].

В каталоге приведены данные за период 1950–2010 гг. для двух категорий геомагнитных бурь: с внезапным и постепенным началом. Мы использовали из каталога информацию о геомагнитных бурях в 1964–2010 гг., поскольку для этого временного интервала имелись наиболее полные данные спутниковых наблюдений в базе OMNI. Полученная нами выборка включает 933 изолированные геомагнитные бури: 288 с внезапным началом и 645 с постепенным началом.

Длительность, ч	Бури с внезапным началом			Бури с постепенным началом		
	слабые $N=50$	умеренные $N=133$	сильные $N=105$	слабые $N=278$	умеренные $N=308$	сильные $N=59$
$t_{\min}$	10	6	9	8	11	13
$t_{\max}$	150	149	166	181	182	157
$t_{\text{mean}}$	39	38	45	40	46	49

Согласно [Taylor et al., 1994; Loewe, Pröls, 1997] минимум *Dst*-индекса может быть использован как индикатор интенсивности бури. По величине минимального значения *Dst* бури делятся, по крайней мере, на три класса: слабые ( $-30 \text{ нТл} \geq Dst_{\min} > -50 \text{ нТл}$ ), умеренные ( $-50 \text{ нТл} \geq Dst_{\min} > -100 \text{ нТл}$ ) и сильные ( $-100 \text{ нТл} \geq Dst_{\min}$ ). Мы классифицировали бури с внезапным и постепенным началом по интенсивности.

Для построения среднестатистических петель гистерезиса использовались накопленные методом наложенных эпох часовые значения *Dst*, параметров СВ и ММП. Рассматривались параметры СВ и ММП, которые так или иначе играют важную роль в развитии геомагнитных бурь, а именно: модуль напряженности  $B$  и северо-южная  $B_z$ -компонента ММП, азимутальная  $E_y$ -компонента электрического поля, скорость  $V$ , динамическое давление  $P_{\text{dyn}}$  и параметр  $\beta$  СВ (параметр  $\beta$  равен отношению теплового давления к магнитному  $\beta = NkT/(B^2/8\pi)$ ). В базе данных OMNI используется формула

$$\beta = \left( \frac{4.16T}{10^5} + 5.34 \right) \frac{N_p}{B^2},$$

где  $T$  — температура (К);  $N_p$  — плотность протонов [ $\text{см}^{-3}$ ];  $B$  — величина магнитного поля [нТл].

Динамика *Dst*-индекса и параметров гелиосферы исследовалась на интервале 48 ч до и 168 ч после момента начала бури, указанного в каталоге. Информация о количестве изолированных бурь с внезапным и постепенным началом, отнесенных к слабым, умеренным и сильным бурям, а также об их минимальной  $t_{\min}$ , максимальной  $t_{\max}$  и средней продолжительности  $t_{\text{mean}}$  (полученной из каталога) представлена в таблице. Как видно из таблицы, продолжительность бурь изменяется в широком диапазоне:  $t_{\min}$  варьирует от 6 до 13 ч, а  $t_{\max}$  — от 149 до 182 ч. Исследование среднестатистической зависимости *Dst*-индекса от параметров СВ и ММП выполнялось на временном интервале, охватывающем среднюю продолжительность бурь каждого класса.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

### 2.1. Динамика геомагнитной активности и параметров гелиосферы во время развития бурь с внезапным и постепенным началом

Прежде чем переходить к исследованию эффекта гистерезиса между *Dst* и параметрами гелиосферы, рассмотрим условия в СВ и ММП во время развития бурь различной интенсивности. Для исследования гелиосферных условий во время развития геомагнитных бурь широко используется метод наложенных эпох [Taylor et al., 1994; Loewe, Pröls, 1997; Lyatsky, Tan, 2003; Zhang et al., 2006; Ермолаев и др.,

2007; Yermolaev et al., 2010; Hutchinson et al., 2011]. Заметим, что в большинстве работ анализировались условия в межпланетной среде при развитии умеренных и сильных бурь ( $c Dst \leq -50 \text{ нТл}$ ). В работе [Куражковская и др., 2021] мы исследовали динамику *Dst*-индекса и  $\beta$ -параметра не только для умеренных и сильных бурь, но и для слабых бурь с внезапным и постепенным началом, однако сопоставление поведения *Dst*-индекса с поведением других параметров проводилось без деления бурь по интенсивности. В настоящей работе мы рассмотрим особенности изменения параметров межпланетной среды для бурь с внезапным и постепенным началом в зависимости от их интенсивности.

На рис. 1 представлен временной ход среднечасовых значений *Dst*-индекса, модуля напряженности  $B$ ,  $B_z$ -компоненты ММП,  $E_y$ -компоненты электрического поля, скорости  $V$ , динамического давления СВ  $P_{\text{dyn}}$  и  $\beta$ -параметра при развитии изолированных бурь с внезапным (а) и постепенным (б) началом. Здесь и на следующих рисунках слабые бури обозначены синим, умеренные — зеленым и сильные — красным цветом. По сути, рисунок показывает типичное поведение *Dst*-индекса, параметров ММП и СВ при развитии бурь с внезапным и постепенным началом. Динамика *Dst* при развитии бурь с внезапным и с постепенным началом качественно подобна независимо от их интенсивности. В случае бурь с внезапным началом пиковые абсолютные значения *Dst*-индекса на главной фазе значительно больше, чем в случае бурь с постепенным началом. Эта закономерность наблюдается как для слабых, так и для умеренных и сильных бурь, однако сильные бури характеризуются большими пиковыми абсолютными значениями *Dst*-индекса по сравнению со слабыми и умеренными бурями.

На графиках  $B_z$ -компоненты ММП видно, что при развитии бурь всех классов примерно за 1–2 ч до начала бури  $B_z$ -компонента отклоняется к югу (изменяет направление с положительного на отрицательное), а затем, после достижения минимума, постепенно возвращается к первоначальному уровню. В отличие от пиковых абсолютных значений *Dst*, пиковые абсолютные значения  $B_z$  на главной фазе в случае бурь с внезапным началом меньше, чем в случае бурь с постепенным началом. Среднестатистические пиковые абсолютные значения  $B_z$ -компоненты различаются в зависимости от интенсивности бурь. Наибольших абсолютных значений  $B_z$ -компонента достигает при развитии сильных бурь. Поскольку  $E_y$ -компонента электрического поля СВ тесно связана с  $B_z$ , то ее динамика зеркально отражает поведение  $B_z$ . Характерно, что пиковые значения как  $E_y$ -компоненты, так и  $B_z$  больше при развитии бурь с постепенным началом.

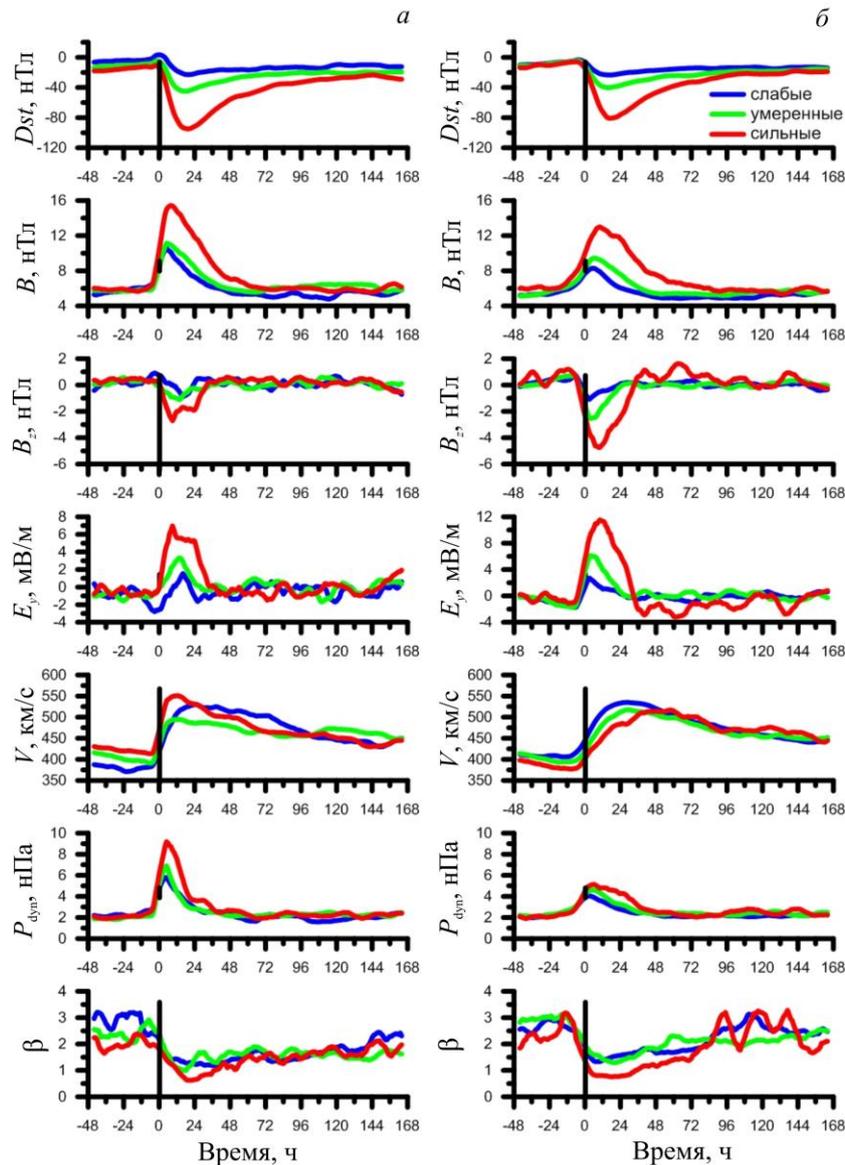


Рис. 1. Динамика среднечасовых значений  $Dst$ -индекса, модуля напряженности ММП  $B$  и  $B_z$ -компоненты ММП,  $E_y$ -компоненты электрического поля, скорости  $V$ , динамического давления  $P_{\text{dyn}}$  и  $\beta$ -параметра СВ во время развития изолированных бурь различной интенсивности с внезапным (а) и постепенным (б) началом

Вблизи момента начала бури средние значения модуля напряженности ММП, скорости и динамического давления СВ начинают увеличиваться, достигая максимума на главной фазе, и затем постепенно уменьшаются на фазе восстановления. Динамика этих параметров идентична при возбуждении бурь различной интенсивности с внезапным и постепенным началом. В отличие от умеренных и сильных бурь, возбуждение слабых бурь связано с небольшими увеличениями пиковых значений  $|B|$ ,  $V$  и  $P_{\text{dyn}}$ .

Одной из особенностей поведения параметра  $\beta$  является качественное совпадение его динамики с динамикой  $Dst$ -индекса, на что ранее обращалось внимание в работе [Куражковская и др., 2021]. Значения  $\beta$  начинают уменьшаться за несколько часов до начала бури, приближаясь по величине к 1 на главных фазах слабых и умеренных бурь. При развитии сильных бурь величина  $\beta$  становится менее 1 на активной фазе.

На фазе восстановления параметр  $\beta$  возвращается к фоновым значениям.

В целом усредненная динамика  $Dst$  и гелиосферных параметров на интервале от  $-48$  до  $+168$  ч относительно момента начала бури подобна при развитии изолированных бурь с внезапным и постепенным началом. Аналогичный временной ход гелиосферных параметров ранее отмечался в работах, в которых за нулевую точку выбирался момент начала бури, например [Taylor et al., 1994; Ермолаев и др., 2007; Yermolaev et al., 2010; Hutchinson et al., 2011; Ahmed et al., 2024]. Вместе с тем пиковые значения гелиосферных параметров (см. рис. 1) существенно различаются при возбуждении бурь разной интенсивности. Вблизи момента начала бури, независимо от типа начала, для умеренных и сильных бурь характерны большие увеличения параметров СВ и ММП, чем для слабых бурь.

Сравнение условий возбуждения бурь с внезапным и постепенным началом подтвердило ранее обнаруженную закономерность [Taylor et al., 1994; Loewe, Prölss, 1997], а именно зависимость пиковых значений  $B_z$  ММП и  $P_{\text{dyn}}$  от типа начала бури. Как видно на рис. 1, во время развития бурь с внезапным началом пиковые значения  $P_{\text{dyn}}$  больше, а пиковые абсолютные значения  $B_z$ -компоненты меньше, чем во время развития бурь с постепенным началом независимо от их интенсивности.

## 2.2. Гистерезисные циклы между *Dst*-индексом и параметрами СВ и ММП

Рассмотрим зависимости *Dst* от параметров СВ и ММП, динамика которых во время развития бурь показана на рис. 1. Накопленные методом наложенных эпох среднечасовые значения гелиосферных параметров были предварительно сглажены скользящим средним по 15 точкам. Зависимости  $Dst(B)$ ,  $Dst(B_z)$ ,  $Dst(E_y)$ ,  $Dst(V)$ ,  $Dst(P_{\text{dyn}})$  и  $Dst(\beta)$  были построены на временных интервалах средней продолжительности слабых, умеренных и сильных бурь (см. таблицу), считая от момента начала бури (нулевая точка). На рис. 2 и 3 представлены полученные зависимости для бурь различной интенсивности с внезапным (а) и постепенным (б) началом. Начало процесса развития бурь обозначено звездочкой. Видно, что среднестатистический индекс *Dst* формирует петлеобразную зависимость со всеми анализируемыми параметрами. Это означает, что кривая изменения *Dst* в зависимости от параметров гелиосферы на главной фазе бури не совпадает с кривой изменения на фазе восстановления, что является типичным признаком гистерезиса.

Иными словами, в процессе эволюции геомагнитных бурь *Dst* и параметры СВ и ММП изменяются циклически, или образуют гистерезисные циклы. Одним из условий возникновения петель гистерезиса является фазовый сдвиг между анализируемыми параметрами, причем ширина петель гистерезиса отражает эти фазовые сдвиги (или временные задержки), в данном случае между *Dst* и параметрами межпланетной среды. Зависимости  $Dst(B)$ ,  $Dst(B_z)$ ,  $Dst(E_y)$ ,  $Dst(V)$ ,  $Dst(P_{\text{dyn}})$  и  $Dst(\beta)$ , представленные на рис. 2, 3, отражают реакцию *Dst* на изменение параметров СВ и ММП при развитии бурь. Кроме того, данные зависимости свидетельствуют о временных сдвигах между возмущенностью магнитосферы и гелиосферными параметрами при развитии бурь, а также о нелинейной связи *Dst* с параметрами СВ и ММП.

Характерно, что гистерезис между *Dst* и параметрами межпланетной среды существует независимо от интенсивности бури. Однако площади гистерезисных петель зависят от интенсивности бури: наибольшие площади петель наблюдаются в случаях сильных бурь. Размер петель гистерезиса *Dst* зависит также от рассматриваемого параметра СВ и ММП. Так, *Dst* образует относительно широкие петли практически со всеми параметрами, за исключением  $\beta$ -параметра, для бурь всех классов и скорости СВ только для слабых бурь. Заметим, что ширина гистерезисных петель между *Dst* и  $B_z$  меньше, а между

*Dst* и  $P_{\text{dyn}}$  больше при развитии бурь с внезапным началом, чем при развитии бурь с постепенным началом. Этот факт подтверждает предположение Taylor et al. [1994] о том, что  $B_z$ -компонента является параметром, контролирующим возбуждение бурь с постепенным началом, а динамическое давление СВ играет доминирующую роль в развитии бурь с внезапным началом.

Гистерезисные петли (см. рис. 2, 3) различаются по направлению вращения. Например, при развитии бури любого типа в гистерезисных петлях, образуемых *Dst* с модулем  $B$  ММП и  $E_y$ -компонентой электрического поля, изменения происходят по часовой стрелке, тогда как в гистерезисных петлях  $Dst(B_z)$  и  $Dst(\beta)$  — против часовой стрелки. Заметим, что в работе [Данилова и др., 2024] при исследовании эффекта гистерезиса между *Dst* и межпланетными параметрами во время развития отдельной бури 7–8 сентября 2017 г. были получены аналогичные направления вращения: в зависимостях  $Dst(B)$  и  $Dst(E_y)$  — по часовой стрелке, а в  $Dst(B_z)$  и  $Dst(\beta)$  — против часовой стрелки. Судя по всему, подобное совпадение неслучайно, и рассматриваемые зависимости отражают реакцию магнитосферы на изменение условий в СВ и ММП при возбуждении бурь.

Таким образом, явление гистерезиса между *Dst*-индексом и параметрами гелиосферы во время развития геомагнитных бурь обнаружено как при среднестатистическом анализе геомагнитных бурь в данной работе, так и при исследовании отдельных событий [Данилова и др., 2024].

## 2.3. Инвариантность динамики *Dst*-индекса и параметров гелиосферы

Как отмечалось в разделе 2.1, динамика *Dst*-индекса качественно подобна при возбуждении слабых, умеренных и сильных бурь с внезапным и постепенным началом.

Форма усредненной кривой значений *Dst* при развитии бурь с внезапным и постепенным началом не зависит от их интенсивности, следовательно, усредненная динамика *Dst*-индекса является инвариантной. Инвариантное поведение характерно также для параметров гелиосферы во время развития магнитных бурь.

На рис. 4 приведены усредненные кривые значений *Dst*, модуля напряженности ММП и динамического давления СВ на интервале от 24 ч до начала и до 72 ч после начала бури. Для удобства сравнения кривые *Dst*,  $B$  и  $P_{\text{dyn}}$  были нормированы на их максимальные значения. Видно (см. рис. 4), что поведение *Dst* и параметров гелиосферы на главной фазе и фазе восстановления подобно и не зависит от интенсивности бурь, т. е. инвариантно. Из рис. 4 следует, что при развитии бурь всех типов усредненная динамика *Dst*-индекса практически неотличима.

Ранее в работе [Hutchinson et al., 2011] анализировалась усредненная динамика геомагнитного индекса *SYM-H* (индекс *SYM-H* является аналогом индекса *Dst*, но отличается от него временным разрешением) при развитии слабых, умеренных и сильных бурь. Заметим, что поведение *SYM-H* для различных

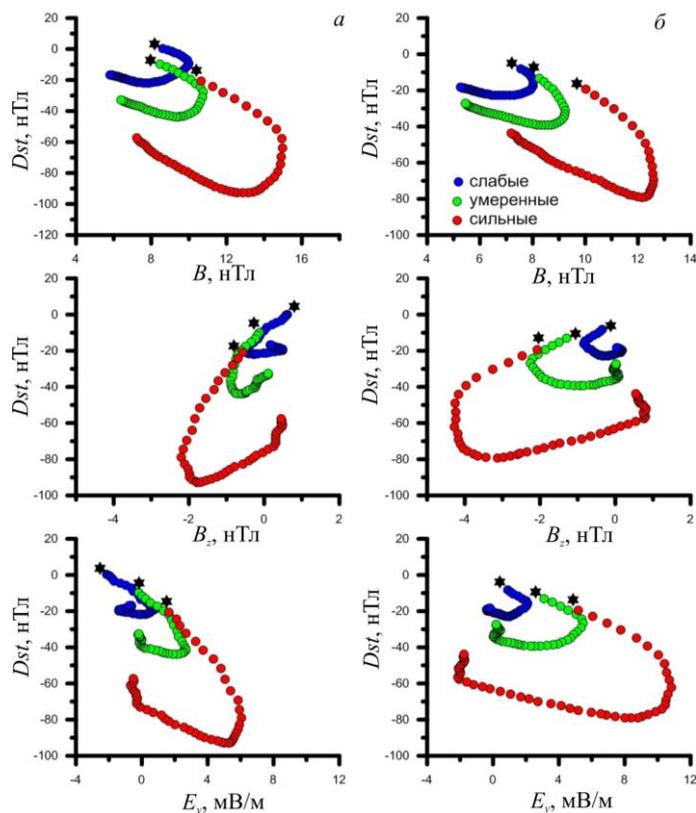


Рис. 2. Петли гистерезиса, формируемые геомагнитной активностью ( $Dst$ -индекс) с параметрами  $B$  и  $B_z$  ММП и  $E_y$ -компонентой электрического поля СВ на временном интервале развития слабых, умеренных и сильных геомагнитных бурь с внезапным (а) и с постепенным (б) началом

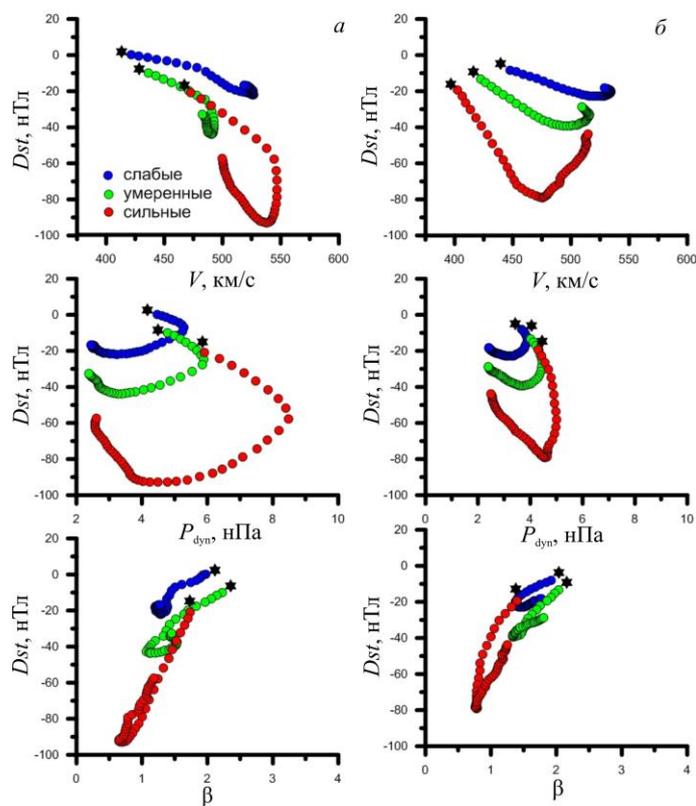


Рис. 3. Эффект гистерезиса для  $Dst$  в зависимости от скорости  $V$ , динамического давления  $P_{dyn}$  и плазменного параметра  $\beta$  СВ во время развития слабых, умеренных и сильных геомагнитных бурь с внезапным (а) и с постепенным (б) началом

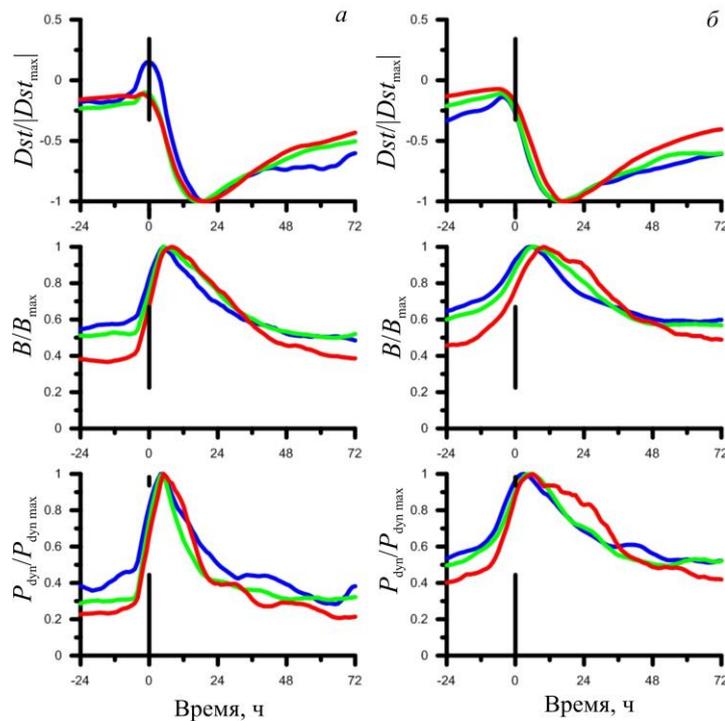


Рис. 4. Инвариантность усредненной динамики  $Dst$  и параметров гелиосферы во время развития слабых, умеренных и сильных изолированных геомагнитных бурь с внезапным (а) и постепенным (б) началом. Кривые  $Dst$ ,  $B$  и  $P_{\text{dyn}}$  нормированы на максимальные значения

типов бурь также было подобно независимо от их интенсивности. Кроме того, как следует из результатов работы [Дремухина и др., 2019], форма временного хода  $Dst$ -индекса при развитии бурь, индуцированных разными межпланетными драйверами, тоже подобна независимо от типа драйвера. Таким образом, неотъемлемой чертой  $Dst$ -индекса является инвариантность динамики независимо от интенсивности и типа начала бури, а также от источника возмущения. Аналогичная особенность свойственна динамике параметров гелиосферы во время развития геомагнитных бурь.

#### 2.4. Математическая модель гистерезисной зависимости $Dst$ -индекса от параметров гелиосферы при развитии бурь

В физике солнечно-земных связей петлеобразные зависимости в солнечной, межпланетной и геомагнитной активности принято называть термином «гистерезис» [Dmitriev et al., 2002; Özgüç et al., 2016; Куражковская, Куражковский, 2023], заимствованным из области магнетизма. В частности, в настоящей работе показано, что индекс геомагнитной активности  $Dst$  образует петли гистерезиса с параметрами гелиосферы в процессе эволюции геомагнитных бурь. Было обнаружено две особенности развития геомагнитных бурь: 1) эффект гистерезиса между  $Dst$ -индексом и параметрами гелиосферы; 2) инвариантность усредненной динамики  $Dst$ -индекса и параметров межпланетной среды, которые характерны для слабых, умеренных и сильных бурь. Причем эффект гистерезиса между  $Dst$  и параметрами гелиосферы наблюдается для бурь как с внезапным началом, провоцируемых корональными выбросами массы, так и с постепенным началом, обусловлен-

ных высокоскоростными потоками СВ из корональных дыр [Taylor et al., 1994; Borovsky, Denton, 2006; Обричко и др., 2013]. Поскольку эффект гистерезиса между  $Dst$ -индексом и параметрами гелиосферы на интервале продолжительности геомагнитных бурь существует независимо от их интенсивности, то его тоже можно рассматривать как инвариантную характеристику бурь.

Индекс  $Dst$ , отражающий интенсивность магнитосферного кольцевого тока и силу бурь, как известно, является одним из основных морфологических критериев геомагнитных бурь, поэтому в многочисленных исследованиях уделяется значительное внимание не только исследованию особенностей  $Dst$ , но и его моделированию. Попытки создания математических моделей для описания зависимости  $Dst$  от параметров межпланетной среды предпринимались неоднократно, начиная с пионерской работы [Burton et al., 1975]. Например, в работе [Ji et al., 2012] приведен обзор шести моделей. Как правило, математическое моделирование связи  $Dst$ -индекса с параметрами СВ и ММП основано на анализе корреляции между ними. С нашей точки зрения, учитывая две особенности  $Dst$ , а именно гистерезисную зависимость  $Dst$  от параметров гелиосферы и инвариантность среднестатистической динамики  $Dst$ , можно рассмотреть альтернативный подход к описанию зависимости  $Dst$ -индекса от параметров СВ и ММП.

Математическая теория гистерезиса в области магнетизма впервые была предложена в работе [Костичин, 1924]. Проводя аналогию между процессами в ферромагнитных материалах под действием магнитного поля и процессами в магнитосфере под действием СВ и ММП при развитии бурь, можно адапти-

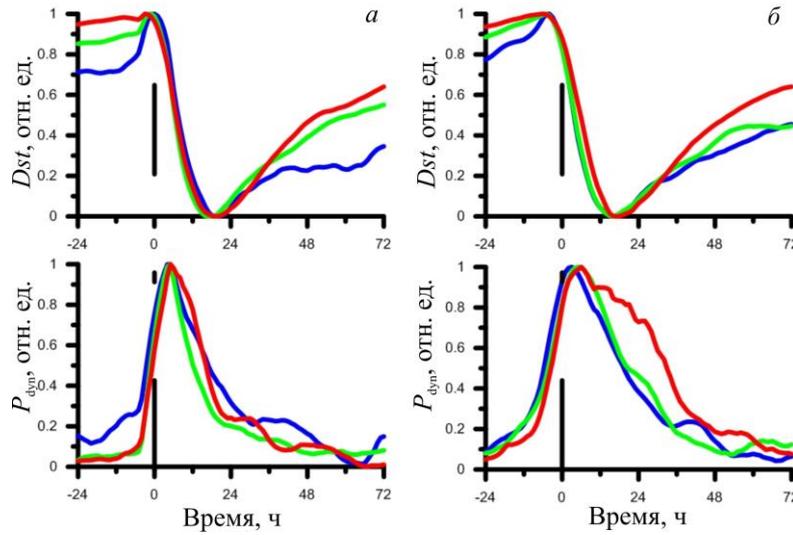


Рис. 5. Инвариантность усредненной динамики  $Dst$  и  $P_{\text{dyn}}$  после масштабного преобразования (1) во время развития слабых, умеренных и сильных изолированных геомагнитных бурь с внезапным (а) и постепенным (б) началом

ровать интегральное уравнение гистерезиса типа уравнения Вольтерры [Костицын, 1924] для математического описания гистерезисной связи  $Dst$  с параметрами гелиосферы. Прежде чем переходить к интегральному уравнению гистерезиса, применим к усредненному  $Dst$ -индексу масштабное преобразование [Donner, Balasis, 2013]:

$$\bar{D}st(t) = (Dst(t) - Dst_{\min}) / (Dst_{\max} - Dst_{\min}). \quad (1)$$

Мы получим инвариантное поведение  $Dst$  на всех фазах развития геомагнитной бури. Заметим, что, используя выражение (1), можно выполнить масштабное преобразование любого параметра гелиосферы. На рис. 5 приведены кривые значений  $Dst$  и  $P_{\text{dyn}}$ , полученные после применения масштабного преобразования (1) для слабых, умеренных и сильных изолированных геомагнитных бурь с внезапным и постепенным началом. Рисунок 5 демонстрирует инвариантность усредненной динамики  $Dst$  и  $P_{\text{dyn}}$  независимо от интенсивности бури.

Учитывая масштабное преобразование  $Dst$ , интегральное уравнение можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{D}st(t) = & \mu F[SW(t)] + \\ & + \lambda \int_{t_0}^t K(t-\tau) \bar{D}st(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\bar{D}st(t)$  — усредненный индекс геомагнитной активности;  $SW(t)$  — любой усредненный параметр СВ и ММП (см., например, рис. 5);  $F[SW(t)]$  — скорость диссипации энергии СВ в магнитосферу;  $\mu$  и  $\lambda$  — коэффициенты;  $K(t-\tau)$  — ядро интегрального уравнения. Используя преобразование Лапласа, найдем решение интегрального уравнения [Краснов, 1975]:

$$\bar{D}st(t) = (1/2\pi i) \int_{s-i\infty}^{s+i\infty} \frac{F(p)}{1-\lambda K(p)} \exp(pt) dp, \quad (3)$$

где  $F(p)$  и  $K(p)$  соответственно изображения по Лапласу оригиналов  $F(t)$  и  $K(t-\tau)$ ,  $p = s + i\sigma$ .

Функция  $F$  описывает диссипацию энергии СВ в магнитосфере, а  $K$  — внутреннюю динамику собственно магнитосферы. Поскольку масштабное преобразование (1) приводит к инвариантности динамики  $\bar{D}st(t)$  и параметров гелиосферы во время развития геомагнитных бурь, то в силу соотношения (3) геоэффективность СВ фактически определяется динамикой  $F$  и  $K$ . Предложенная модель (2) позволяет универсальным образом подойти к исследованию геомагнитных бурь. Вместе с тем общепринятые физические модели, которые позволили бы разделить процессы, обусловленные диссипацией энергии солнечного ветра в магнитосфере и внутренней энергией самой магнитосферы, пока, на наш взгляд, отсутствуют.

Аналогичный вывод следует из уравнения Бартона [Burton et al., 1975]. Если учесть масштабную инвариантность  $Dst$ -индекса и параметров гелиосферы, решение уравнения

$$dDst/dt = Q(t) - Dst/\tau \quad (4)$$

можно представить в виде

$$Dst = \exp(-t/\tau) \int_0^t \exp(p/\tau) Q(p) dp. \quad (5)$$

Здесь  $Q(t)$  — скорость инжекции энергии в кольцевой ток;  $\tau$  — время распада кольцевого тока. Скорость инжекции  $Q(t)$  связана не только с поступлением энергии в кольцевой ток, но и с другими токовыми системами в магнитосфере. Исследователями предлагаются различные процессы, определяющие поступление энергии СВ в магнитосферу и собственную динамику магнитосферы в зависимости, например, от токов на магнитопаузе, вызванных давлением СВ, от скорости СВ и от параметров ММП [O'Brien, McPherron, 2000; Vasyliūnas, 2006; Asikainen et al., 2010; Гульельми, 2016]. Дополни-

тельные магнитосферные и ионосферные токовые системы, в принципе, могут вносить вклад в  $Dst(t)$  и должны быть учтены в уравнении (4), но связь этих дополнительных токов с параметрами СВ оценить достаточно сложно [Love, Mursula, 2024].

Из вышесказанного следует, что при существующих подходах модели Бартона и Вольтерры для описания геомагнитной бури не позволяют однозначно разделить динамику поступления энергии СВ и внутреннюю динамику магнитосферы Земли. Под динамикой поступления энергии СВ в магнитосферу обычно имеют в виду появление геоэффективных условий в солнечном ветре и ММП, инициирующих возмущенность магнитосферы и, в частности, генерацию магнитных бурь.

Заметим, что термин «геоэффективность» в литературе понимается двояко. Например, в работе [Ермолаев и др., 2010] приведена полная статистика крупномасштабных течений СВ и дана оценка их геоэффективности как вероятности появления магнитной бури, т. е. отношения числа событий, вызвавших магнитную бурю, к полному числу событий данного типа. Эффективность различных межпланетных драйверов варьирует в зависимости от типа потоков СВ и может быть оценена как отношение измеренного выхода энергии к оцененному входу энергии [Yermolaev et al., 2012]. В другом случае под геоэффективностью понимают эффективность генерации бурь межпланетным параметром, степень корреляции которого с поведением  $Dst$ -индекса достаточно высока. Количество энергии, поступающей в магнитосферу и вызывающей магнитосферные возмущения, как следует из [Yermolaev et al., 2012], в значительной мере определяется геоэффективностью драйверов магнитных бурь, а также внутренней динамикой магнитосферы. Способов оценки вклада внутренней динамики магнитосферы в геоэффективность до настоящего времени не существует. Таким образом, поскольку зависимость  $Dst$  от параметров СВ является гистерезисной, нельзя оценить поведение ядра  $K$  уравнения (2), не привлекая гипотез, описывающих собственную динамику магнитосферы. Не останавливаясь подробно на возможных подходах к решению этой проблемы, укажем на ряд работ, например [Zotov et al., 2008; Зотов, Клайн, 2017; Balasis et al., 2011, 2018; Johnson et al., 2018], в которых рассматриваются различные модели собственной динамики магнитосферы.

С нашей точки зрения, предложенная модель генерации геомагнитных бурь, учитывающая эффекты гистерезиса и инвариантность  $Dst$ , способна адекватно описывать динамику магнитосферы и, следовательно, может использоваться для более точного теоретического описания динамики магнитосферы Земли, что будет способствовать повышению надежности методов прогнозирования и моделирования космической погоды.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследования среднестатистической связи  $Dst$ -индекса с параметрами гелиосферы выявлены два эффекта, присущие геомагнитным

бурям независимо от типа их начала и интенсивности: 1) эффект гистерезиса между  $Dst$ -индексом и гелиосферными параметрами, 2) инвариантность усредненной динамики  $Dst$ -индекса и параметров межпланетной среды на временном интервале развития бурь. Исходя из нелинейной связи  $Dst$ -индекса с межпланетными параметрами и инвариантности формы  $Dst$ , мы предлагаем интегральное уравнение типа уравнения Вольтерры для описания зависимости  $Dst$  от параметров солнечного ветра. Предложенная модель подходит для интерпретации результатов экспериментального исследования гистерезисных эффектов, связанных с фазовыми сдвигами между изменениями  $Dst$  и параметров СВ.

Авторы выражают благодарность сотрудникам Мирового центра данных по солнечно-земной физике (Москва) и создателям базы данных OMNI 2 (Goddard Space Flight Center, NASA, USA) за возможность использования каталога геомагнитных бурь, среднечасовых данных параметров СВ, ММП и  $Dst$ -индекса.

Работа выполнена в рамках государственного задания Геофизической обсерватории «Борок» ИФЗ РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бруевич Е.А., Бруевич В.В., Якунина Г.В. Циклические вариации потоков солнечного излучения в начале XXI века. *ВМВ. Серия 3. Физика. Астрономия*. 2018, № 2, с. 93–99.
- Гульельми А.В. О феноменологической теории магнитных бурь. *Солнечно-земная физика*. 2016, т. 2, № 2, с. 29–34. DOI: [10.12737/18126](https://doi.org/10.12737/18126) / Guglielmi A.V. On the phenomenological theory of magnetic storms. *Solar-Terrestrial Physics*. 2016, vol. 2, iss. 2, pp. 37–45. DOI: [10.12737/20998](https://doi.org/10.12737/20998).
- Данилова О.А., Птицына Н.Г., Сдобнов В.Е. Явления гистерезиса в отклике геомагнитной активности и параметров космических лучей на вариации межпланетной среды во время магнитной бури. *Солнечно-земная физика*. 2024, т. 10, № 3, с. 70–78. DOI: [10.12737/szf-103202408](https://doi.org/10.12737/szf-103202408) / Danilova O.A., Ptitsyna N.G., Sdobnov V.E. Hysteresis phenomena in the response of geomagnetic activity and cosmic ray parameters to variations in the interplanetary medium during a magnetic storm. *Solar-Terrestrial Physics*. 2024, vol. 10, iss. 3, pp. 66–74. DOI: [10.12737/stp-103202408](https://doi.org/10.12737/stp-103202408).
- Дремухина Л.А., Ермолаев Ю.И., Лодкина И.Г. Динамика межпланетных параметров и геомагнитных индексов в периоды магнитных бурь, инициированных разными типами солнечного ветра. *Геомагнетизм и аэронавигация*. 2019, т. 59, № 6, с. 683–695. DOI: [10.1134/S0016794019060063](https://doi.org/10.1134/S0016794019060063).
- Ермолаев Ю.И., Ермолаев М.Ю., Лодкина И.Г., Николаева Н.С. Статистическое исследование гелиосферных условий, приводящих к магнитным бурям. *Космические исследования*. 2007, т. 45, № 1, с. 3–11.
- Ермолаев Ю.И., Николаева Н.С., Лодкина И.Г., Ермолаев М.Ю. Относительная частота появления и геоэффективность крупномасштабных типов солнечного ветра. *Космические исследования*. 2010, т. 48, № 1, с. 1–31.
- Зотов О.Д., Клайн Б.И. Триггерный режим в динамике магнитосферы. *Триггерные эффекты в геосистемах: материалы IV Всероссийской конференции с международным участием (Москва, 6–9 июня 2017 г.)* / Под ред. В.В. Адушкина, Г.Г. Кочаряна; ИДГ РАН. М.: ГЕОС, 2017, с. 442–449.
- Костицын В.А. Опыт математической теории гистерезиса. *Матем. сб.* 1924, т. 32, № 1, с. 192–202.

- Краснов М.Л. *Интегральные уравнения*. М.: Наука, 1975, 303 с.
- Куражковская Н.А., Куражковский А.Ю. Эффект гистерезиса между индексами геомагнитной активности ( $A_p$ ,  $Dst$ ) и параметрами межпланетной среды в 21–24 циклах солнечной активности. *Солнечно-земная физика*. 2023, т. 9, № 3, с. 73–82. DOI: [10.12737/szf-93202308](https://doi.org/10.12737/szf-93202308) // Kurazhkovskaya N.A., Kurazhkovskii A.Yu. Hysteresis effect between geomagnetic activity indices ( $A_p$ ,  $Dst$ ) and interplanetary medium parameters in solar activity cycles 21–24. *Solar-Terrestrial Physics*. 2023, vol. 9, iss. 3, pp. 68–76. DOI: [10.12737/stp-93202308](https://doi.org/10.12737/stp-93202308).
- Куражковская Н.А., Зотов О. Д., Клайн Б.И. Связь развития геомагнитных бурь с параметром  $\beta$  солнечного ветра. *Солнечно-земная физика*. 2021, т. 7, № 4, с. 25–34. DOI: [10.12737/szf-74202104](https://doi.org/10.12737/szf-74202104) // Kurazhkovskaya N.A., Zotov O.D., Klain B.I. Relationship between geomagnetic storm development and the solar wind parameter  $\beta$ . *Solar-Terrestrial Physics*. 2021, vol. 7, iss. 4, pp. 24–32. DOI: [10.12737/stp-74202104](https://doi.org/10.12737/stp-74202104).
- Обридко В.Н., Канонида Х.Д., Митрофанова Т.А., Шельтинг Б.Д. Солнечная активность и геомагнитные возмущения. *Геомагнетизм и аэронавигация*. 2013, т. 53, № 2, с. 157–166. DOI: [10.7868/S0016794013010148](https://doi.org/10.7868/S0016794013010148).
- Птицына Н.Г., Данилова О.А., Тясто М. И. Явления гистерезиса в жесткости обрезания космических лучей во время супербури 7–8 ноября 2004 г. *Геомагнетизм и аэронавигация*. 2021, т. 61, № 4, с. 418–427. DOI: [10.31857/S0016794021040131](https://doi.org/10.31857/S0016794021040131).
- Ahmed O., Badruddin B., Derouich M. Characteristics and development of the main phase disturbance in geomagnetic storms ( $Dst \leq -50$  nT). *Adv. Space Res.* 2024, vol. 73, iss. 9, pp. 4453–4481. DOI: [10.1016/j.asr.2024.01.050](https://doi.org/10.1016/j.asr.2024.01.050).
- Asikainen T., Maliniemi V., Mursula K. Modeling the contributions of ring, tail, and magnetopause currents to the corrected  $Dst$  index. *J. Geophys. Res.* 2010, vol. 115, no. A12. A12203. DOI: [10.1029/2010JA015774](https://doi.org/10.1029/2010JA015774).
- Bachmann K., White O.R. Observations of hysteresis in solar cycle variations among seven solar activity indicators. *Solar Phys.* 1994, vol. 150, pp. 347–357. DOI: [10.1007/BF00712896](https://doi.org/10.1007/BF00712896).
- Balasis G., Papadimitriou C., Daglis I.A., et al. Signatures of discrete scale invariance in  $Dst$  time series. *Geophys. Res. Lett.* 2011, vol. 38, L13103. DOI: [10.1029/2011GL048019](https://doi.org/10.1029/2011GL048019).
- Balasis G., Daglis I.A., Contoyiannis Y., et al. Observation of intermittency-induced critical dynamics in geomagnetic field time series prior to the intense magnetic storms of March, June, and December 2015. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2018, vol. 123, pp. 4594–4613. DOI: [10.1002/2017JA025131](https://doi.org/10.1002/2017JA025131).
- Borovsky J.E., Denton M.H. Differences between CME-driven storms and CIR-driven storms. *J. Geophys. Res.* 2006, vol. 111, A07S08. DOI: [10.1029/2005JA011447](https://doi.org/10.1029/2005JA011447).
- Burton R.K., McPherron R.L., Russell C.T. An empirical relationship between interplanetary conditions and  $Dst$ . *J. Geophys. Res.* 1975, vol. 80, pp. 4204–4214.
- Dmitriev A.V., Suvorova A.V., Veselovsky I.S. Expected hysteresis of the 23-rd solar cycle in the heliosphere. *Adv. Space Res.* 2002, vol. 29, iss. 3, pp. 475–479. DOI: [10.1016/S0273-1177\(01\)00615-9](https://doi.org/10.1016/S0273-1177(01)00615-9).
- Donnelly R.F. Solar UV spectral irradiance variations. *J. Geomagn. Geoelectr. Suppl.* 1991, vol. 43, pp. 835–842.
- Donner R.V., Balasis G. Correlation-based characterisation of time-varying dynamical complexity in the Earth's magnetosphere. *Nonlin. Processes Geophys.* 2013, vol. 20, pp. 965–975. DOI: [10.5194/npg-20-965-2013](https://doi.org/10.5194/npg-20-965-2013).
- Hutchinson J.A., Wright D.M., Milan S.E. Geomagnetic storms over the last solar cycle: A superposed epoch analysis. *J. Geophys. Res.* 2011, vol. 116, A09211. DOI: [10.1029/2011JA016463](https://doi.org/10.1029/2011JA016463).
- Ji E.-Y., Moon Y.-J., Gopalswamy N., Lee D.-H. Comparison of  $Dst$  forecast models for intense geomagnetic storms. *J. Geophys. Res.* 2012, vol. 117, A03209. DOI: [10.1029/2011JA016872](https://doi.org/10.1029/2011JA016872).
- Johnson J.R., Wing S., Camporeale E. Transfer entropy and cumulant-based cost as measures of nonlinear causal relationships in space plasmas: applications to  $Dst$ . *Ann. Geophys.* 2018, vol. 36, no. 4, pp. 945–952. DOI: [10.5194/angeo-36-945-2018](https://doi.org/10.5194/angeo-36-945-2018).
- Loewe C.A., Prölss G.W. Classification and Mean Behavior of Magnetic Storms. *J. Geophys. Res.* 1997, vol. 102, no. A7, pp. 14209–14213. DOI: [10.1029/96JA04020](https://doi.org/10.1029/96JA04020).
- Love J.J., Mursula K. Challenging ring-current models of the Carrington storm. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2024, vol. 129, e2024JA032541. DOI: [10.1029/2024JA032541](https://doi.org/10.1029/2024JA032541).
- Lyatsky W., Tan A. Solar wind disturbances responsible for geomagnetic storms. *J. Geophys. Res.* 2003, vol. 108, iss. A3, 1134. DOI: [10.1029/2001JA005057](https://doi.org/10.1029/2001JA005057).
- O'Brien T.P., McPherron R.L. An empirical phase space analysis of ring current dynamics: Solar wind control of injection and decay. *J. Geophys. Res.* 2000, vol. 105, no. A4, pp. 7707–7719. DOI: [10.1029/1998JA000437](https://doi.org/10.1029/1998JA000437).
- Özgülçü A., Kilcik A., Rozelot J.P. Effects of hysteresis between maximum CME speed index and typical solar activity indicators during cycle 23. *Solar Phys.* 2012, vol. 281, pp. 839–846. DOI: [10.1007/s11207-012-0087-5](https://doi.org/10.1007/s11207-012-0087-5).
- Özgülçü A., Kilcik A., Georgieva K., Kirov B. Temporal offsets between maximum CME speed index and solar, geomagnetic, and interplanetary indicators during solar cycle 23 and the ascending phase of cycle 24. *Solar Phys.* 2016, vol. 291, pp. 1533–1546. DOI: [10.1007/s11207-016-0909-y](https://doi.org/10.1007/s11207-016-0909-y).
- Reda R., Giovannelli L., Alberti T. On the time lag between solar wind dynamic parameters and solar activity UV proxies. *Adv. Space Res.* 2023, vol. 71, iss. 4, pp. 2038–2047. DOI: [10.1016/j.asr.2022.10.011](https://doi.org/10.1016/j.asr.2022.10.011).
- Taylor J.R., Lester M., Yeoman T.K. A superposed epoch analysis of geomagnetic storms. *Ann. Geophys.* 1994, vol. 12, iss. 7, pp. 612–624. DOI: [10.1007/s00585-994-0612-4](https://doi.org/10.1007/s00585-994-0612-4).
- Vasyliūnas V.M. Reinterpreting the Burton–McPherron–Russell equation for predicting  $Dst$ . *J. Geophys. Res.* 2006, vol. 111, no. A7, A07S04. DOI: [10.1029/2005JA011440](https://doi.org/10.1029/2005JA011440).
- Yermolaev Yu.I., Nikolaeva N.S., Lodkina I.G., Yermolaev M.Yu. Specific interplanetary conditions for CIR-, Sheath- and ICME-induced geomagnetic storms obtained by double superposed epoch analysis. *Ann. Geophys.* 2010, vol. 28, pp. 2177–2186. DOI: [10.5194/angeo-28-2177-2010](https://doi.org/10.5194/angeo-28-2177-2010).
- Yermolaev Y.I., Nikolaeva N.S., Lodkina I.G., Yermolaev M.Y. Geoeffectiveness and efficiency of CIR, sheath, and ICME in generation of magnetic storms. *J. Geophys. Res.* 2012, vol. 117, A00L07. DOI: [10.1029/2011JA017139](https://doi.org/10.1029/2011JA017139).
- Zhang J.-C., Liemohn M.W., Kozyra J.U., et al. A statistical comparison of solar wind sources of moderate and intense geomagnetic storms at solar minimum and maximum. *J. Geophys. Res.* 2006, vol. 111, A01104. DOI: [10.1029/2005JA011065](https://doi.org/10.1029/2005JA011065).
- Zotov O.D., Klain B.I., Kurazhkovskaya N.A. Stochastic resonance in the Earth's magnetosphere. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference "Problems of Geocosmos". (St. Petersburg, May 26–30, 2008)*. Eds. V.N. Troyan, M. Hayakawa, V.S. Semenov. St. Petersburg, 2008, pp. 360–364.
- Zotov O., Klain B., Kurazhkovskaya N., Kurazhkovskii A. Hysteresis cycles and invariance of the  $Dst$  index form during geomagnetic storm development. *15<sup>th</sup> International Conference and School Problems of Geocosmos. Abstracts. St. Petersburg, Russia, April 22–26, 2024*. GC2024-STP078.

URL: [http://www.wdcb.ru/stp/geomag/geomagnetic\\_storms.ru.html](http://www.wdcb.ru/stp/geomag/geomagnetic_storms.ru.html) (дата обращения 8 ноября 2024 г.).

URL: [https://spdf.gsfc.nasa.gov/pub/data/omni/low\\_res\\_omni/](https://spdf.gsfc.nasa.gov/pub/data/omni/low_res_omni/) (дата обращения 8 ноября 2024 г.).

*Как цитировать эту статью:*

Куражковская Н.А., Клайн Б.И., Зотов О.Д., Куражковский А.Ю. Гистерезисные циклы и инвариантность формы *Dst*-индекса во время развития геомагнитных бурь. *Солнечно-земная физика*. 2025, т. 11, № 2, с. 45–55. DOI: [10.12737/szf-112202504](https://doi.org/10.12737/szf-112202504).