

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Ордена Трудового Красного Знамени
Институт солнечно-земной физики
Сибирского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

УДК 533.951



Власов Александр Александрович

**Исследование пространственной структуры монохроматических альфвеновских волн в
магнитосфере Земли**

Специальность 1.6.18 «Науки об атмосфере и климате»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
Козлов Даниил Анатольевич

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Кинетические альфвеновские волны в окрестности диссипативного слоя	17
1.1 Кинетическая дисперсия альфвеновских волн	17
1.2 Модель среды и основные уравнения	20
1.3 Пространственная структура кинетической альфвеновской волны	27
1.4 Генерация SAR-дуг	36
1.4.1 Плотность потока энергии, уносимого КАВ.....	37
1.4.2 Оценка плотности потока энергии, формируемого резонансными электронами.....	39
1.5 Заключение к главе 1	44
Глава 2. Определение радиальной структуры монохроматических альфвеновских волн по поведению волнового поля и разности фаз поперечных компонент	46
2.1 Система координат и основные уравнения	50
2.2 «Фазовые портреты» для различных видов альфвеновских волн	55
2.2.1 Фазовые портреты азимутально-крупномасштабных волн с $m \sim 1$	57
2.2.2 Фазовый портрет азимутально-мелкомасштабных волн с $m \gg 1$	65
2.2.3 Фазовый портрет для резонатора полоидальных альфвеновских волн ...	72
2.2.4 Фазовый портрет для резонатора кинетических альфвеновских волн	76
2.3 Заключение к главе 2	78
Глава 3. Использование метода фазовых портретов на примере наблюдения альфвеновской волны спутником Van Allen Probes	80
3.1 Спутниковые данные	81
3.2 Сопоставление данных наблюдений с численными расчетами	83
3.3 Заключение к главе 3	85
Заключение	87
Список литературы	90

Введение

Актуальность темы исследования

Магнитосфера Земли — это заполненная плазмой полость, формирующаяся при взаимодействии солнечного ветра с геомагнитным полем планеты. В этой области околоземного космического пространства геомагнитное поле оказывает доминирующее влияние на поведение заряженных частиц [Gold, 1959]. Современные исследования магнитосферы ведутся уже около семидесяти лет, но до сих пор многие вопросы её динамики остаются не до конца решёнными [Zhang, Raхton, 2021]. Важной вехой в истории изучения магнитосферных процессов стала небольшая работа Ханнеса Альфвена, опубликованная в журнале *Nature*, в которой был предложен принципиально новый для того времени подход к изучению колебаний в проводящей среде [Alfvén, 1942]. В статье была представлена идея о том, что магнитное поле может быть «вморожено» в идеально проводящую среду, например плазму. Эта работа положила начало развитию магнитной гидродинамики (МГД), с помощью которой впоследствии был описан широкий круг явлений, включая магнитогидродинамические (МГД) волны [Alfvén, 1963].

МГД волны играют важную роль в динамике магнитосферной плазмы [Agapitov, Cheremnykh, 2013; Potapov et al., 2013]. В рамках магнитной гидродинамики существует три моды колебаний: быстрые и медленные магнитозвуковые (БМЗ и ММЗ) волны, а также альфвеновские волны. Магнитозвуковые колебания представляют собой колебания плотности плазмы, напоминающие обычные звуковые волны в атмосфере Земли. Они сопровождаются как сжатием и разрежением самой плазмы, так и изменением напряженности магнитного поля. У таких волн амплитуда компрессионной компоненты возмущенного магнитного поля (в направлении фонового магнитного поля) сопоставима по величине с поперечными (поперек фонового магнитного поля) компонентами. Альфвеновские волны представляют собой поперечные колебания плазмы, распространяющиеся преимущественно вдоль силовых линий магнитного поля. Роль альфвеновских волн в процессах,

связанных с переносом энергии в магнитосфере Земли, трудно переоценить. Альфвеновские волны играют ключевую роль в передаче энергии внутри магнитосферы в глобальных масштабах [Keiling, 2009]. Длины МГД-волн могут достигать масштабов магнитосферы Земли, а их частоты относятся к ультранизкочастотному (УНЧ) диапазону (1 мГц – 5 Гц). В наземных наблюдениях они могут проявляться в виде колебаний с ярко выраженной периодичностью, которые принято называть геомагнитными пульсациями.

Согласно классификация геомагнитных пульсаций, принятой на 13-ой Генеральной ассамблее Международного геодезического и геофизического союза (МГГС) в 1963 году [Jacobs et al., 1964], пульсации делятся на два больших класса. Первый класс – это непрерывные квазисинусоидальные колебания Pc (pulsations continuous), которые делятся на пять диапазонов: Pc1 с периодами от 0.2 с до 5 с, Pc2 с периодами от 5 до 10 с, Pc3 с периодами от 10 до 45 с, Pc4 с периодами от 45 до 150 с, а также Pc5 с периодами от 150 до 600 секунд. Вторым классом – это иррегулярные колебания Pi (Pulsations irregular), связанные с возмущениями магнитного поля Земли и процессами в верхней атмосфере. Пульсации Pi делятся на два диапазона: Pi1 с периодами от 1 до 40 секунд, а также Pi2 с периодами от 40 до 150 секунд. Такое разделение отражает не только различие в морфологии волн разных диапазонов, но также и различия в их физической природе [Гульельми, Троицкая, 1973]. Позже данная классификация была расширена. Сейчас некоторые исследователи выделяют более длиннопериодные диапазоны: Pc6 с периодами более 600 секунд и Pi3 с периодами от 150 секунд. Частотный диапазон рассматриваемых в работе магнитосферных альфвеновских волн приблизительно соответствует диапазону Pc4-Pc5: от 2 до 22 мГц [Zhou et al., 2025].

Работа [Dungey, 1954] стала первой, в которой с использованием сферической системы координат была исследована структура альфвеновских волн. В осесимметричной среде произвольное возмущение можно представить в виде разложения в ряд по азимутальным гармоникам вида $\sim \exp(im\phi)$, где m – азимутальное волновое число, ϕ – азимутальный угол. В работе Данжи

исследовались два предельных случая альфвеновских колебаний с $m = 0$ и $m \gg 1$. Полные решения для этих предельных случаев подробнее были рассмотрены в работах [Radoski, 1966; Radoski, 1967].

Первый тип волн ($m \sim 1$) обладает тороидальной поляризацией: величина азимутальной компоненты возмущенного магнитного поля в таких волнах намного больше, чем величина радиальной компоненты, поэтому такие волны называют тороидальными. Это азимутально-крупномасштабные колебания. Такие волны обычно возникают в результате резонанса силовых линий (FLR – Field Line Resonance) [Tamao, 1965; Chen, Hasegawa, 1974; Southwood, 1974], при котором происходит резонансная трансформация монохроматической БМЗ-волны в альфвеновские волны на магнитной оболочке, где частота БМЗ-волны совпадает с локальной собственной частотой альфвеновских колебаний. Генерация БМЗ-волн может быть обусловлена развитием неустойчивости Кельвина-Гельмгольца на магнитопаузе [Pu, Kivelson, 1983; Mishin, Morozov, 1996; Leonovich, Kozlov, 2019], неустойчивостью потоков протонов, отраженных от ударной волны [Потапов, 1974], либо являться следствием проникновения волн из солнечного ветра в магнитосферу [McKenzie, 1970; Kerko et al., 2002; Leonovich et al., 2003; Dmitrienko, 2013]. Достаточно подробным исследованием резонанса силовых линий в дипольной геометрии является работа [Leonovich, Mazur, 1989]. В этой работе была учтена неоднородность среды как поперек магнитных оболочек, так и вдоль силовых линий. Более того, для регуляризации логарифмической особенности в окрестности резонансной поверхности были учтены слабая поперечная дисперсия альфвеновских волн, связанная с учетом малых кинетических эффектов, а также возможность диссипации их энергии на ионосфере.

Второй предельный случай ($m \gg 1$) соответствует азимутально-мелкомасштабным колебаниям, которые обладают преимущественно полоидальной поляризацией: в этих волнах доминирующей поперечной компонентой магнитного поля является радиальная. Такие волны называют

полоидальными. Считается, что такие волны в основном генерируются внутримagnetосферными источниками, поскольку БМЗ-волны с большими азимутальными волновыми числами не могут проникать внутрь magnetосферы [Leonovich, Mazur, 2000]. В качестве таких источников обычно рассматриваются локальные неустойчивости, обусловленные наличием неравновесных потоков заряженных частиц высокой энергии [Lee, Lysak, 1990; Min et al., 2017; Takahashi, 2018]. Работа [Southwood, Kivelson, 1981] является одной из основополагающих работ, исследовавших возможности взаимодействия заряженных частиц плазмы и альфвеновских волн. В ней были рассмотрены два основных вида неустойчивостей: градиентная неустойчивость, возникающая при наличии радиального градиента в функции распределения частиц при определённых условиях, и пучковая неустойчивость. Существует ряд наблюдений, подтверждающих возможность генерации полоидальной альфвеновской волны данными неустойчивостями [Hughes et al., 1978; Rubtsov et al., 2021].

Что касается теоретического описания волн с большими значениями азимутального волнового числа, стоит выделить работы [Leonovich, Mazur, 1990; Leonovich, Mazur, 1993]. В них проведено подробное теоретическое исследование пространственной структуры полоидальных альфвеновских волн в дипольной модели magnetосферы. Исследования выявили наличие поперечной дисперсии альфвеновских колебаний, обусловленной переменной кривизной силовых линий геомагнитного поля, которая определяет мелкомасштабную поперечную структуру этих колебаний. Было показано, что в направлении поперек магнитных оболочек волна может иметь структуру бегущей волны, медленно смещаясь от полоидальной поверхности, на которой она генерируется, к тороидальной, где происходит ее полное поглощение. Волна в процессе поперечного перемещения меняет свою поляризацию: радиальная компонента магнитного поля B_r становится меньше по амплитуде, а азимутальная B_ϕ наоборот возрастает. В качестве источника таких волн в работе [Leonovich, Mazur, 1993] рассматривались сторонние токи в E-слое ионосферы. Позднее полоидальные альфвеновские

волны были исследованы с учётом конечного давления плазмы [Klimushkin et al., 2004], а также в модели с движущейся магнитосферной плазмой [Kozlov et al., 2006].

Поскольку реалистичная модель магнитосферы была бы чрезвычайно сложной и трёхмерно-неоднородной, что сделало бы практически невозможным аналитическое исследование колебаний в ней [Леонович, Мазур, 2016], исследователи обычно используют более простые модели, которые, тем не менее, позволяют описывать достаточно широкий спектр явлений, связанных с МГД-волнами.

Самой простой моделью является модель однородной плазмы, которая даёт лишь самое общее представление о свойствах МГД-колебаний. Следующими по сложности моделями являются одномерно-неоднородные модели среды. Они достаточно широко используются для описания явлений в реальной магнитосфере. В частности, именно с использованием одномерно-неоднородных моделей магнитосферы исследованы эффекты, связанные с неоднородностью плазмы в направлении поперёк магнитных оболочек [Chen, Hasegawa, 1974; Tamao, 1965; Radoski, 1974], например, нагрев плазмы вследствие пространственного резонанса тороидальных альфвеновских волн. При этом существуют модели как с прямыми силовыми линиями, так и с криволинейными [Allan et al., 1986].

Двумерно-неоднородные модели уже позволяют исследовать МГД-волны в среде, неоднородной не только поперёк, но и вдоль магнитных оболочек. В таких моделях (например, в ранее упоминавшейся аксиально-симметричной модели с дипольным магнитным полем) изучены эффекты, связанные с кривизной магнитных силовых линий [Wright, 1992; Leonovich, Mazur, 1989; Chen, Cowley, 1989], например, дисперсия альфвеновских волн. Наконец, существуют также трёхмерно-неоднородные модели, которые чрезвычайно сложны для теоретического исследования [Klimushkin et al., 1995], однако могут быть использованы для численного моделирования. Так, в работах [Wright, Elsdén, 2016; Elsdén, Wright, 2017; Mager, Klimushkin, 2021; Elsdén, Wright, 2022]

рассматривается трёхмерный резонанс силовых линий, при этом было показано, что генерируемая альфвеновская волна может иметь любую поляризацию – от полоидальной до тороидальной.

Альфвеновские волны способны проникать в ионосферу Земли и достигать поверхности Земли [Chelpanov et al., 2018; Pilipenko, 1990], однако при этом их структура претерпевает значительные изменения. Поэтому даже наличие обширной наземной сети магнитометров не позволяет вести прямой анализ геомагнитных пульсаций [Alperovich, Fedorov, 2007; Greifinger, 1972; Hughes, 1974]. Спутниковые измерения дали возможность получить исходную информацию о структуре альфвеновских волн. С момента первых случаев наблюдения альфвеновских волн непосредственно в магнитосфере Земли [Cummings et al., 1969] развитие спутниковых технологий значительно расширило возможности многолетних наблюдений геомагнитных пульсаций на наземных станциях. Появление многоспутниковых миссий, таких как *Van Allen Probes*, *THEMIS* и *CLUSTER* [Manweiler et al., 2022; Angelopoulos, 2008; Credland et al., 1997], позволило получить более детальную информацию о радиальной и азимутальной структуре наблюдаемых волн. Тем не менее, из-за наличия мелкомасштабной поперечной структуры полное восстановление пространственной структуры (а значит, определение типа волны и её свойств) мелкомасштабных альфвеновских колебаний остаётся сложной задачей. Решение этой проблемы потенциально может быть полезно для диагностики состояния плазмы и определения её параметров.

В диссертации проведено теоретическое и численное исследование пространственной структуры разных типов монохроматических альфвеновских волн в модели магнитосферы с дипольным магнитным полем, чтобы установить возможность определения их структуры поперек магнитных оболочек путём анализа поведения возмущенных компонент магнитного (или электрического) поля и разности их фаз.

Стоячие альфвеновские волны могут иметь достаточно мелкомасштабную структуру в направлении поперёк магнитных оболочек, поэтому для их

корректного описания может потребоваться учёт кинетических эффектов, связанных с конечной величиной ларморовского радиуса ионов или скиновой длины электронов [Hasegawa, Chen, 1976; Goertz, 1984]. При этом у альфвеновских волн появляется специфическая поперечная дисперсия (так называемая «тёплая» дисперсия при учёте конечного гирорадиуса ионов и «холодная» – при учёте инерции электронов), а такие волны называют кинетическими альфвеновскими волнами (КАВ). КАВ обладают продольным электрическим полем, которое может модулировать потоки заряженных частиц, достаточные для генерации разнообразных дискретных авроральных образований [Stasiewicz et al., 2000; Aikio et al., 1996; Stasiewicz et al., 1998]. Несмотря на то, что пространственная структура кинетических альфвеновских волн достаточно хорошо изучена для каждого типа дисперсии по отдельности, до сих пор нет исследований пространственной структуры в областях, где тип дисперсии меняется [Rankin et al., 1999]. Судя по оценкам [Stasiewicz et al., 2000], областью, в которой происходит смена типа дисперсии, может являться окрестность плазмопаузы. Именно вблизи плазмопаузы – условной границы, разделяющую плотную холодную внутреннюю и более горячую внешнюю магнитосферу, – величины гирорадиуса ионов и скиновой длины электронов становятся сопоставимы друг с другом.

Следует отметить, что на этих же магнитных оболочках вблизи плазмопаузы могут формироваться стабильные красные авроральные дуги (SAR-дуги) – свечения красного цвета на длине волны 630 нм на широтах более низких, чем широты аврорального овала [Inaba et al., 2021]. Эти свечения возникают в результате соударения электронов с энергиями порядка 2–5 эВ с атомами кислорода [Kozyra et al., 1997]. Механизмы формирования и последующего переноса таких потоков электронов из магнитосферы в ионосферу до сих пор остаются не до конца выясненными. Среди вероятных механизмов называются резонансное взаимодействие электронов с ионно-циклотронными волнами [Zhou et al., 2013], кулоновские столкновения ионов кольцевого тока с электронами [Inaba et al., 2021], ускорение электронов продольным полем КАВ [Keiling, 2021].

Кроме того, в работе [Hasegawa, Mima, 1978] в качестве возможного источника потоков электронов рассматривалось ускорение электронов фоновой плазмы за счет бесстолкновительного затухания кинетических альфвеновских волн. Возможно, что в каких-то случаях может быть задействовано несколько механизмов одновременно.

Для исследования указанных вопросов в диссертационной работе будет подробно исследована пространственная структура кинетических альфвеновских волн в окрестности переходного слоя, где происходит смена их типа дисперсии, а также изучен возможный вклад КАВ в формирование потоков электронов, ответственных за SAR-дуги.

Цель работы

Целью работы является исследование поперечной (поперек магнитных оболочек) пространственной структуры разных типов монохроматических альфвеновских волн, возбуждаемых в магнитосфере Земли: тороидальных волн, возбуждаемых вследствие альфвеновского резонанса, полоидальных волн, собственных альфвеновских колебаний в поперечном резонаторе, а также кинетических альфвеновских волн, генерируемых вблизи переходного слоя в окрестности плазмопаузы. Для этого решаются следующие задачи:

- построить аналитическую модель переходного слоя вблизи плазмопаузы;
- построить уравнение, описывающее пространственную структуру кинетических альфвеновских волн, возбуждаемых вблизи такого слоя, и исследовать его решение;
- для разных типов монохроматических альфвеновских волн исследовать связь их поперечной структуры с поведением поперечных компонент волнового поля и разности фаз между ними;
- применить обнаруженные закономерности для интерпретации данных спутниковых наблюдений монохроматических альфвеновских волн.

Методы исследования

Теоретические методы включают в себя вывод дифференциальных уравнений, описывающих малые МГД-колебания, в декартовой и криволинейных системах координат, поиск их решений с помощью метода разных масштабов и в ВКБ-приближении.

В большинстве случаев пространственная структура исследуемых волн находится численно. Для этого используются проверенные методы численного интегрирования. Также при анализе конкретных случаев наблюдения альфвеновских волн используются измерения магнитного и электрического поля, концентрации электронов и давления плазмы, полученные спутниками Van Allen Probes (RBSP). Методы обработки спутниковых данных включают в себя преобразования системы координат, быстрое преобразование Фурье для анализа спектра, вейвлет-анализ и фильтрацию данных.

Научная новизна

1. Разработана модель среды переходного диссипативного слоя в окрестности плазмопаузы, получены дифференциальные уравнения, описывающие пространственную структуру монохроматических кинетических альфвеновских волн, в окрестности такого слоя.

2. Получена аналитическая формула для оценки потока электронов, генерируемого в результате поглощения кинетических альфвеновских волн, возбуждаемых широкополосным источником вблизи переходного диссипативного слоя в окрестности плазмопаузы.

3. Предложен метод определения типа монохроматической альфвеновской волны и её поперечной структуры по совокупности структуры поперечных компонент электромагнитного поля волны, а также их разности фаз.

Научная и практическая значимость работы

В работе предложен механизм, при котором кинетические альфвеновские волны, генерируемые вблизи переходного слоя в окрестности плазмопаузы, полностью поглощаются электронами фоновой плазмы, генерируя потоки частиц, достаточные для генерации стабильных красных авроральных дуг (SAR-дуг). Полученная формула для оценки плотности потока энергии, переносимых

потоками электронов, учитывает возможность одновременного возбуждения нескольких гармоник стоячих альфвеновских волн на одной оболочке широкополосным источником.

Описан метод определения типа монохроматической альфвеновской волны и её поперечной структуры путем анализа поведения поперечных компонент магнитного (или электрического) поля и разности фаз между ними. Предложенный метод может быть использован для анализа радиальной структуры при наблюдении альфвеновских волн по данным спутниковых аппаратов, а также для определения типа альфвеновской волны, в том числе когда для анализа доступны данные измерений только магнитного (или электрического) поля волны.

Положения, выносимые на защиту

1. Построенное теоретическое описание структуры кинетических альфвеновских волн, генерируемых вблизи переходного слоя между областями с дисперсией, определяемой эффектами конечного гирорадиуса, и дисперсией, связанной с инерцией электронов, позволило установить, что кинетические альфвеновские волны полностью поглощаются при падении на такой переходный слой.

2. Энергии потоков надтепловых электронов в ионосферу, образующихся при поглощении кинетических альфвеновских волн, генерируемых широкополосным источником в окрестности переходного слоя в плазмосфере, достаточно для генерации стабильных красных авроральных дуг (SAR-дуг).

3. Метод анализа возмущенных компонент электромагнитного поля монохроматических альфвеновских волн и разности фаз их поперечных компонент позволяет определять тип их радиальной структуры по данным измерений магнитного (либо электрического) поля на одном спутнике.

Достоверность полученных результатов

Достоверность теоретических результатов обусловлена проверенным теоретическим базисом в области исследования альфвеновских волн, результаты которого многократно подтверждены данными наблюдений. Исследование структуры различных типов альфвеновских волн проводилось с использованием

проверенных численных методов, а анализ спутниковых данных и преобразования компонент с использованием стандартных библиотек. Используемые данные со спутников Van Allen Probes неоднократно подтверждали свою ценность и достоверность в области спутниковых измерений параметров магнитосферы. Полученные экспериментальные результаты хорошо согласуются с теорией, а отличия имеют обоснованные объяснения, связанные с методами обработки данных и особенностями теории и моделей.

Личный вклад автора

Все изложенные в диссертации результаты получены автором самостоятельно или на равных правах с соавторами публикаций. Автором выполнены численные расчеты структур поля колебаний, обработка данных спутниковых наблюдений. Диссертант принимал непосредственное участие в подготовке публикаций по теме диссертации, защищаемые положения сформулированы им лично.

Апробация работы

Основные результаты работы были представлены автором в устных докладах на следующих конференциях:

1. Семнадцатая ежегодная конференция "Физика плазмы в солнечной системе", ИКИ РАН, 7-11 февраля 2022 г.
2. 45th Annual Seminar "Physics of auroral phenomena", Polar Geophysical Institute, 14-18 March 2022.
3. XVII Конференция молодых ученых "Взаимодействие полей и излучения с веществом", Иркутск, 5-10 сентября 2022 г.
4. XIV школа-конференция с международным участием «Проблемы Геокосмоса — 2022», Санкт-Петербург, 3-7 октября 2022 г.
5. Восемнадцатая ежегодная конференция "Физика плазмы в солнечной системе", ИКИ РАН, 6-10 февраля 2023 г.
6. The 15th International Conference on Substorms, Deqinq, China, 16-20 October 2023.

7. XV школа-конференция с международным участием «Проблемы Геокосмоса — 2024», Санкт-Петербург, 22-26 апреля 2024 г.

8. 15th Russian-Chinese Workshop on Space Weather, Иркутск, 9-13 сентября 2024 г.

Соответствие паспорту специальности

Задачи диссертационной работы и полученные результаты соответствуют областям исследований специальности 1.6.18 Науки об атмосфере и климате в части пунктов 4, 7.

Публикации

Результаты, полученные в диссертации, опубликованы в 3 статьях в рецензируемых научных изданиях, включенных в список ВАК или в международные реферативные базы данных Scopus и Web of Science:

1. **Vlasov A.A.** Kinetic Alfvén waves near a dissipative layer / Leonovich A.S., Kozlov D.A., Vlasov A.A. // Journal of Geophysical Research: Space Physics. 2021. Vol. 126, No. 10. P. e2021JA029580.

2. **Vlasov A.A.** "Phase portraits" of Alfvén waves in magnetospheric plasma / Leonovich A.S., Zong Q.-G., Kozlov D.A., Vlasov A.A. // Journal of Geophysical Research: Space Physics. 2022. Vol. 127, No. 6. P. e2022JA030432.

3. **Vlasov A.A.** Determining the radial structure of high-m Alfvén wave by means of the "phase portrait" method / Kozlov D.A., Leonovich A.S., Vlasov A.A. // Advances in Space Research. 2024. Vol. 73, No. 1. P. 624–631.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 103 страницы, включая 19 рисунков. Список цитируемой литературы состоит из 131 наименования.

Содержание работы

Во **Введении** представлена общая характеристика работы, раскрыта актуальность проведённых исследований, сформулированы цель и задачи, описана новизна, а также научная и практическая значимость.

В Главе 1 рассматриваются кинетические альфвеновские волны в переходном слое, расположенном в области плазмопаузы. В начале главы приведены сведения об истории изучения кинетических альфвеновских волн с разными типами дисперсии: в «холодной» плазме, где учитываются эффекты, связанные со скин-длиной электронов, и в «тёплой» плазме, где принимаются во внимание эффекты конечного ларморовского радиуса ионов. Приведена модель переходного слоя, разделяющего области с «холодной» и «тёплой» плазмой в окрестности плазмопаузы. Далее выводится уравнение, описывающее поперечную структуру кинетических альфвеновских волн вблизи переходного слоя. Приводятся результаты численных расчётов для однородного уравнения, а также исследуется зависимость коэффициента отражения волны от её частоты.

Затем рассмотрена возможность генерации стабильных красных авроральных дуг (SAR-дуг) в результате бесстолкновительного затухания Ландау. Получена формула для оценки плотности потока энергии электронов с использованием цилиндрической модели магнитосферы, учитывающая возможность наличия широкополосного источника кинетических альфвеновских волн. Показано, что данной оценки плотности потока энергии действительно достаточно для генерации SAR-дуг.

В Главе 2 исследуется связь поперечной структуры монохроматических альфвеновских волн с поведением поперечных компонент поля колебаний и разности их фаз. В рамках дипольной модели магнитосферы исследуются уравнения, описывающие поперечную структуру альфвеновских волн в различных случаях: тороидальной диссипативной волны, кинетической альфвеновской волны, полоидальной волны при разных значениях азимутального волнового числа, а также резонаторов в окрестности экстремумов в распределении собственных частот альфвеновских колебаний. Для каждого случая построены графики поперечных компонент магнитного поля и их разности фаз. Показано, что совокупность таких графиков является уникальной характеристикой альфвеновской волны, позволяющей потенциально определить её поперечную структуру и тип.

В **Главе 3** метод анализа поля монохроматических колебаний, описанный в **Главе 2**, применяется для интерпретации случая наблюдения квазимонохроматической альфвеновской волны спутником Van Allen Probes. Приводятся результаты обработки спутниковых данных, включающие графики возмущённых поперечных компонент магнитного поля, их вейвлет-спектры, а также поведение разности фаз между ними. Метод анализа пространственной структуры волны на основе поперечных компонент магнитного поля и их разности фаз позволил подтвердить данную интерпретацию.

В **Заключении** сформулированы основные выводы и заключения диссертационной работы.

Глава 1. Кинетические альфвеновские волны в окрестности диссипативного слоя

1.1 Кинетическая дисперсия альфвеновских волн

Магнитная гидродинамика является приближением, применимым только при определённых условиях. Так, характерный масштаб рассматриваемых явлений должен значительно превышать радиус Дебая, а частота колебаний должна быть намного меньше ионной циклотронной частоты, определяемой как $\omega_{Bi} = qB/m_i c$, где q – заряд иона, m_i – масса иона, c – скорость света в вакууме. Наблюдаемые в магнитосфере Земли УНЧ-волны хорошо соответствуют этим критериям, поэтому достаточно подробно описаны в рамках именно магнитной гидродинамики.

Для начала рассмотрим случай идеальной магнитной гидродинамики, в которой плазма предполагается идеальной проводящей. В таком случае диссипация возмущений и различные дисперсионные эффекты отсутствуют. Дисперсионное соотношение для альфвеновских волн в плазме с магнитным полем, направленным вдоль оси z , имеет следующий вид [Alfvén, Fälthammar, 1963]:

$$\omega = k_z v_A, \quad (1)$$

где k_z – z -компонента волнового вектора волны, ω – частота волны, v_A – скорость распространения волны, которая называется альфвеновской скоростью. Эта скорость определяется как:

$$v_A = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\rho_0}}, \quad (2)$$

где B_0 – напряженность магнитного поля, ρ_0 – средняя плотность плазмы.

При этом групповая скорость альфвеновской волны направлена вдоль силовых линий магнитного поля. Однако при определённых условиях приближение идеальной МГД уже неприменимо и необходимо учитывать различные дисперсионные эффекты.

Магнитная гидродинамика становится неприменима на масштабах, сравнимых с масштабами движения отдельных частиц, когда описание

плазменных возмущений требует учёта кинетических эффектов. Примерами таких масштабов являются ларморовский радиус ионов ρ_i и скиновая длина электронов s_e . Каждому из этих двух параметров соответствует свой тип поперечной дисперсии. Плазму, в которой $\beta \lesssim 1$ и $\beta \gg m_e/m_i$, где $\beta = 8\pi P_0/B_0^2$ – отношение газокинетического давления плазмы к магнитному давлению, условно называют «тёплой» и ей соответствует дисперсия, связанная с учетом конечной величины ларморовского радиуса ионов.

Исследования альфвеновских волн с малыми поперечными масштабами ведутся давно. В работе [Stefant, 1970] впервые рассмотрен такой случай, когда альфвеновская волна с малой поперечной длиной волны взаимодействует с ионной акустической модой, что приводит к её затуханию вследствие эффекта конечного ларморовского радиуса ионов. Спустя несколько лет в работах Хасегавы и Чена [Hasegawa, Chen, 1976; Chen, Hasegawa, 1974a; Chen, Hasegawa, 1974b; Hasegawa, Chen, 1975] данные волны были рассмотрены подробнее с использованием кинетической теории. Оказалось, что в случае, когда альфвеновская волна с фиксированной частотой ω и продольным волновым числом $k_{\parallel}$, распространяется в неоднородной плазме, она может поглотиться на резонансной поверхности, где продольная фазовая скорость $\omega/k_{\parallel}$ совпадает с локальной альфвеновской скоростью $v_A(x)$; тогда резонансная мода переходит в дисперсионную волну, включающую в себя эффект конечного ларморовского радиуса ионов. Дисперсионное соотношение таких альфвеновских волн имеет вид:

$$\omega^2 = k_z^2 v_A^2 \left(1 + \frac{3}{4} k_{\perp}^2 \rho_i^2\right). \quad (3)$$

Легко видеть, что групповая скорость подобных волн имеет в таком случае поперечную компоненту, в отличие от случая идеальной МГД.

В обратном случае, когда $\beta \ll m_e/m_i \ll 1$, плазма считается «холодной». Для такой плазмы характерна дисперсия, связанная со скиновой длиной электронов, определяемой как $s_e = c/\omega_{pe}$, где ω_{pe} – электронная плазменная частота. Поперечная дисперсия таких волн достаточно подробно изучена в

работах [Goertz, Boswell, 1979; Goertz, 1984]. Дисперсионное соотношение в этом случае имеет вид:

$$\omega^2 = \frac{k_z^2 v_A^2}{1 + k_\perp^2 s_e^2}. \quad (4)$$

Следует отметить, что упомянутые выше исследования базировались исключительно на кинетической теории. Однако для описания взаимодействия электромагнитного поля альфвеновских волн с частицами фоновой плазмы в ультранизкочастотном приближении ($\omega \ll \omega_{Bi}$) достаточно использовать магнитную гидродинамику с учётом кинетических эффектов. Например, в работе [Yang et al., 2014] было проведено детальное сравнение дисперсионных соотношений и поляризационных свойств кинетических альфвеновских волн, вычисленных на основе гирокинетической теории, с результатами, полученными в рамках магнитной гидродинамики. Схожее сравнение было выполнено и в исследовании [Lysak, Lotko, 1996], где дисперсионное соотношение, выведенное из уравнений МГД, было сопоставлено с результатами, полученными на основе кинетического уравнения Власова. Во всех случаях различия между результатами оказались минимальны в широком диапазоне электронных и ионных температур, что подчёркивает актуальность описания кинетических альфвеновских волн в рамках МГД-теории.

Как упоминалось ранее, кинетические альфвеновские волны (КАВ) обладают двумя типами поперечной дисперсии, которые зависят от значения параметра β . Попытки объединить эти два режима в единую теорию предприняты в работе [Streltsov, Lotko, 1995], где было выведено единое дисперсионное соотношение. Однако «тёплая» дисперсия в этой работе соответствовала учёту конечной температуры электронов и не была связана с конечным ларморовским радиусом ионов. Тем не менее, в этом режиме поперечная компонента групповой скорости волны в точке перехода становится равной нулю ($v_{gx} = 0$), что позволило объяснить механизм запираания КАВ на авроральных силовых линиях между магнитосферой и ионосферой. Впоследствии свойства волн в переходном режиме также были исследованы в лабораторных условиях [Vincena et al., 2004].

Известно, что внутренняя область магнитосферы, называемая плазмосферой, состоит преимущественно из холодной плазмы, тогда как во внешней магнитосфере доминирует плазма с $\beta \gtrsim 1$. Поэтому на границе между этими областями, известной как плазмопауза, предположительно и происходит смена типа дисперсии альфвеновских волн. Несмотря на то, что пространственная структура альфвеновских волн для каждого из типов дисперсии достаточно хорошо изучена [Rankin et al., 1999], подробные исследования структуры волн в окрестности переходного слоя до сих пор отсутствуют.

1.2 Модель среды и основные уравнения

Рассмотрим одномерно-неоднородную модель, в которой ось x совпадает с направлением неоднородности. Фоновое магнитное поле B_0 направлено по оси z и является однородным и прямолинейным. Фоновая плазма считается покоящейся ($v_0 = 0$), а плотность ρ_0 зависит только от координаты x . Такая модель в англоязычной литературе называется *box model* и использовалась в работах [Chen, Hasegawa, 1974a; Southwood, 1974; Kivelson, Southwood, 1985] при изучении резонансных альфвеновских волн. Визуальное представление модели показано на рисунке 1.

Рассмотрим уравнения Максвелла для проводящей среды:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \text{rot } \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (5)$$

где $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ – вектора электрического и магнитного поля, $\mathbf{j}$ – вектор плотности тока, c – скорость света в вакууме. Представим закон Ома в виде:

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E}. \quad (6)$$

Проводимость плазмы в магнитном поле анизотропна, поэтому в данном случае она имеет вид тензора $\hat{\sigma}$. Поскольку фоновая плазма и магнитное поле считается однородным вдоль направлений y и z , то для решения уравнений (5) и (6) можно использовать разложение по Фурье-гармоникам вида $\exp(ik_y y + ik_z z - i\omega t)$, где k_y и k_z – y -компонента и z -компонента волнового вектора, t – время. Комбинируя

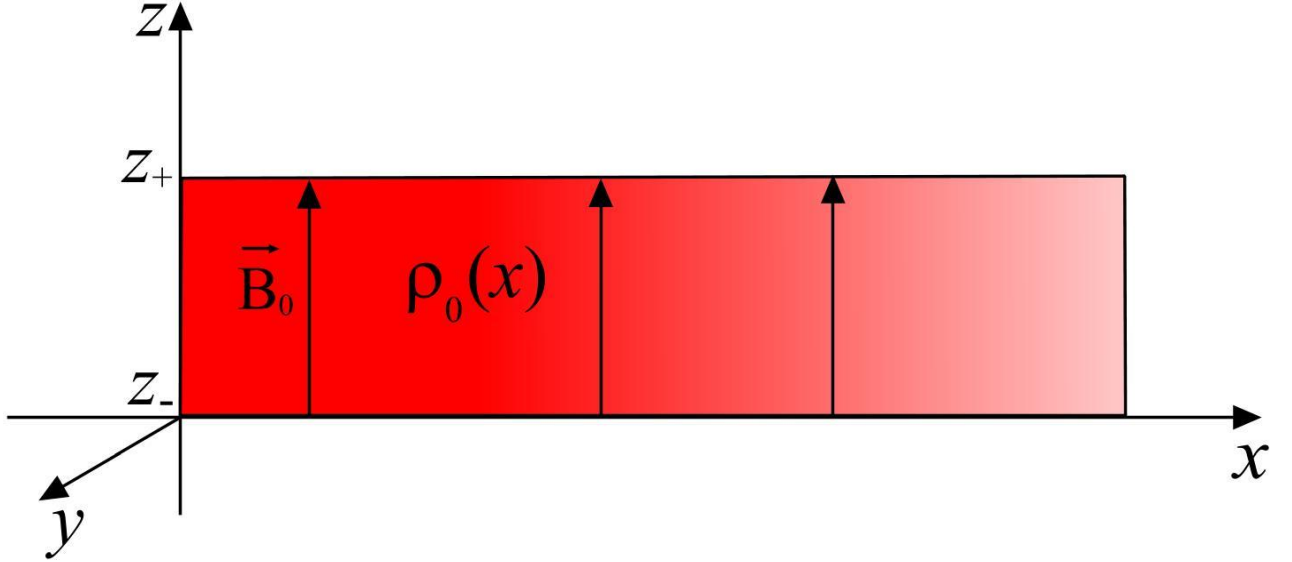


Рисунок 1. Одномерно-неоднородная модель магнитосферы (box model). Неоднородность направлена вдоль оси x .

уравнения (5) и представляя компоненты поля в виде разложения по Фурье-гармоникам, получаем:

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\epsilon} \mathbf{E}, \quad (7)$$

где $\hat{\epsilon} = 1 + i4\pi \hat{\sigma}/\omega$ – тензор диэлектрической проницаемости плазмы, ω – частота волны. Используем тензор диэлектрической плазмы с учётом малых кинетических эффектов, полученный ранее в [Leonovich, Mazur, 1995a] на основе выражений [Ахиезер, 1974]:

$$\hat{\epsilon} = \frac{c^2}{v_A^2} \begin{pmatrix} 1 - \frac{3}{4} k_x^2 \rho_i^2 & -\frac{3}{4} k_x k_y \rho_i^2 & 0 \\ -\frac{3}{4} k_x k_y \rho_i^2 & 1 - \frac{3}{4} k_y^2 \rho_i^2 & 0 \\ 0 & 0 & v_A^2 \tilde{G}(s_e/\rho_s)/(\omega^2 \rho_s^2) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $\rho_i = v_i/\omega_{Bi}$ – ларморовский радиус ионов, $s_e = c/\omega_{pe}$ – скин-длина электронов ($\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_0 e^2/m_e}$ – плазменная частота электронов), $v_i = \sqrt{T_i/m_i}$ – тепловая скорость ионов, m_i – масса ионов, T_i – температура ионов, m_e – масса электронов, n_0 – концентрация плазмы, e – элементарный электрический заряд, $\rho_s = v_{es}/\omega_{Bi}$, $v_{es} = \sqrt{T_e/m_i}$. Функция $\tilde{G}(z)$ имеет следующее интегральное представление [Абрамовиц, Стигун, 1974]:

$$\tilde{G}(z) = 1 - ze^{-z^2/2} \int_0^z e^{t^2} dt + i\sqrt{\frac{\pi}{2}} ze^{-z^2/2} \quad (9)$$

с асимптотиками вида:

$$\tilde{G}(z) \approx \begin{cases} 1 - z^2 + \dots + i\sqrt{\pi/2} z, & |z| \ll 1, \\ -z^{-2} - \frac{3}{4}z^{-4} + \dots + \sqrt{\pi/2} ze^{-z^2/2}, & |z| \gg 1. \end{cases} \quad (10)$$

В предельных случаях верны следующие асимптотики:

$$\frac{\rho_s^2}{\tilde{G}(s_e/\rho_s)} \approx \begin{cases} \rho_s^2, & s_e \ll \rho_s, \\ -s_e^2, & s_e \gg \rho_s. \end{cases} \quad (11)$$

При этом промежуточный случай, когда $s_e \approx \rho_s$, соответствует отношению $\beta \approx m_e/m_i$.

Подставим выражения для компонент диэлектрического тензора в уравнение (7), выполняя замену $k_x \rightarrow -i\nabla_x$. Кроме того, будем считать, что $|k_\perp \rho_i|$ является малым параметром, $|k_\perp \rho_s/\tilde{G}| \ll 1$, где $k_\perp = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Тогда в главном порядке теории возмущений для этих малых параметров, из z-компоненты уравнения (7) получается выражение для продольной компоненты электрического поля:

$$E_z = \frac{ik_z \rho_s^2}{\tilde{G}(s_e/\rho_s)} (\nabla_x E_x + ik_y E_y). \quad (12)$$

При описании МГД-колебаний оказывается удобно перейти к описанию поля колебаний через скалярный и векторный потенциалы. Согласно теореме Гельмгольца поперечную компоненту электрического поля можно разложить на потенциальную и вихревую составляющую [Klimushkin, 1994; Tamao, 1986]:

$$\mathbf{E}_\perp = -\nabla_\perp \varphi + [\nabla_\perp \times \boldsymbol{\Psi}], \quad (13)$$

где φ – скалярный потенциал, а $\boldsymbol{\Psi} = (0, 0, \psi)$ – векторный потенциал. С учётом этого разложения, поперечные компоненты электрического поля приобретают следующий вид:

$$E_x = -\nabla_x \varphi + ik_y \psi, E_y = -ik_x \varphi - \nabla_y \psi. \quad (14)$$

И аналогичные выражения для компонент магнитного поля:

$$B_x = i\frac{c}{\omega} k_z (k_y \varphi - i\nabla_x \psi), B_y = -\frac{c}{\omega} k_z (\nabla_x \varphi - ik_y \psi), B_z = i\frac{c}{\omega} (\nabla_x^2 \psi - k_y^2 \psi). \quad (15)$$

Подставляя разложение в уравнение (7), получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{\omega^2}{v_A^2} \Lambda^2 \Delta_{\perp} \varphi' + K_A^2 \varphi' = i k_y (\Delta_{\perp} + K_A^2) \psi, \quad (16)$$

$$\Delta_{\perp} \psi' + K_A^2 \psi' = -i k_y \left(\frac{\omega^2}{v_A^2} \Lambda^2 \Delta_{\perp} + K_A^2 \right) \varphi, \quad (17)$$

где $\varphi' = \nabla_x \varphi$, $\psi' = \nabla_x \psi$, $K_A^2 = (\omega^2/v_A^2) - k_z^2$, $\Delta_{\perp} = \nabla_x^2 - k_y^2$,

$$\Lambda^2 = (3/4) \rho_i^2 + \rho_s^2 / \tilde{G} (s_e / \rho_s), \quad (18)$$

– квадрат малого дисперсионного параметра.

Уравнение (16) описывает структуру альфвеновской волны (ей соответствует потенциал φ), а уравнение (17) описывает структуру БМЗ-волны (ей соответствует потенциал ψ), поэтому далее будем рассматривать только уравнение (16). Величина Λ^2 в области переходного слоя плазмопаузы является комплексной и имеет сопоставимые по величине реальную и мнимую части.

Как будет показано далее, в области переходного слоя (где альфвеновская скорость волны приблизительно равна тепловой скорости электронов) происходит затухание волны из-за механизма бесстолкновительного затухания Ландау – энергия альфвеновской волны передаётся электронам фоновой плазмы.

Рассмотрим подробнее зависимость параметра Λ^2 от отношения s_e / ρ_s . Полагая $\rho_s \approx \rho_i$, оценим характерную величину дисперсионной длины, определяющей поперечную дисперсию альфвеновских волн. На рисунке 2 представлено радиальное распределение альфвеновской скорости, а также некоторых других параметров. Для распределения альфвеновской скорости поперёк магнитных оболочек (вдоль координатной оси x) используется следующая модель, характерная для приэкваториальной дневной средневозмущенной магнитосферы:

$$v_A = \frac{x_p^2}{2x^2} \left[\frac{x_p}{x} v_{Am} + v_{Ap} - \left(v_{Am} - \frac{x_p}{x} v_{Ap} \right) \text{th} \frac{x-x_p}{\Delta_p} \right], \quad (19)$$

где v_{Am} , v_{Ap} – характерные значения альфвеновской скорости вблизи плазмопаузы со стороны плазмосферы и внешней магнитосферы соответственно, x_p – радиус

середины переходного слоя плазмопаузы, Δ_p – его характерная толщина. Для модели используются следующие значения параметров: $v_{Ap} = 200$ км/с, $v_{Am} = 1500$ км/с, $x_p = 4R_E$, $\Delta_p = 0.3R_E$ ($R_E = 6370$ км – радиус Земли).

Из рисунка 2 видно, что величина альфвеновской скорости в плазмопаузе варьируется от 300 км/с во внутреннем крае до 1000 км/с во внешнем крае. Напряженность магнитного поля в центре плазмопаузы составляет $B_0 \approx 0.005$ Гс. Используя формулу (2) для альфвеновской скорости и, полагая $m_i = m_p$ (m_p – масса протона), получаем $n_0 = 10^3$ см⁻³ и $n_0 = 10^2$ см⁻³ для внутреннего и внешнего края плазмопаузы. Тогда значения скин-длины электронов в этих областях составят $s_e \approx 0.17$ км и $s_e \approx 0.53$ км соответственно.

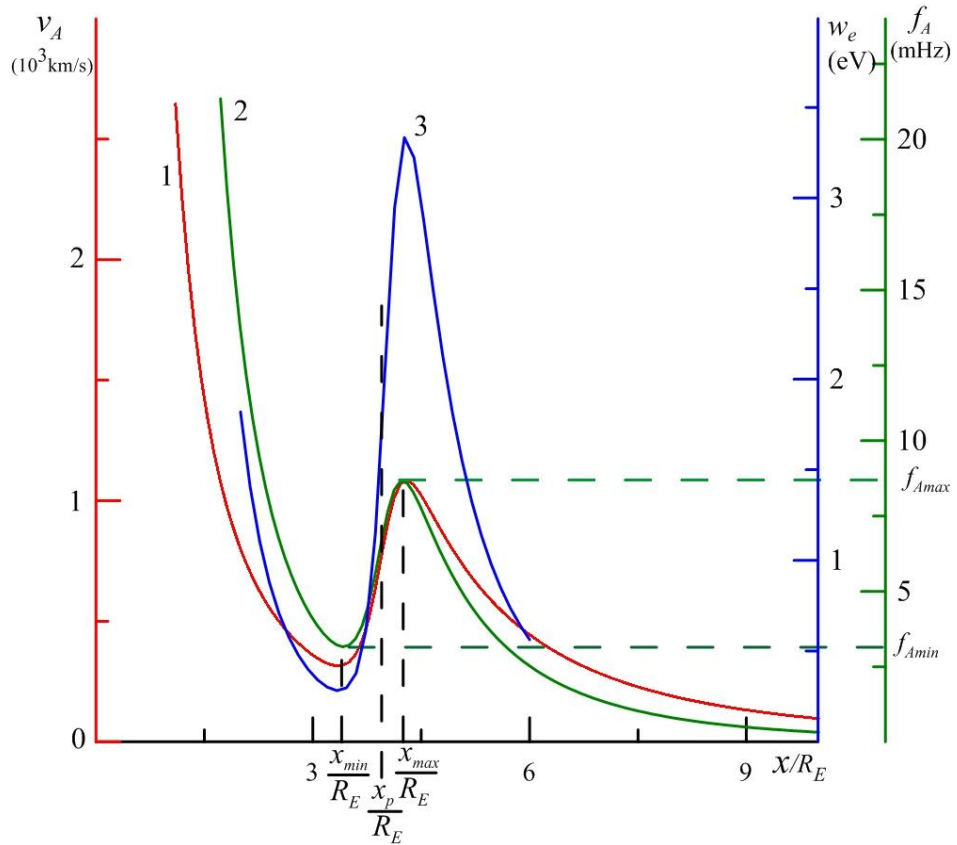


Рисунок 2. Радиальное распределение некоторых параметров магнитосферы. Альфвеновская скорость обозначена красным цветом, частоты фундаментальной гармоники альфвеновских волн обозначены зелёным цветом, а энергия резонансных электронов, определяемая как $w_e = m_e v_A^2/2$, синим цветом.

Для определения значений ларморовского радиуса ионов необходимо знать распределение температуры ионов. Согласно работе [Genestreti et al, 2017], типичные значения температуры ионов в областях плазмосферы, прилегающей к плазмопаузе, составляют $T_i \sim (0.05 - 0.2)$ эВ. Тогда для внутреннего края плазмопаузы величина ларморовского радиуса ионов $\rho_i \sim (0.05 - 0.1)$ км. В областях внешней магнитосферы, примыкающих к плазмопаузе, температура ионов варьируется достаточно сильно [Wang et al, 2012]: $T_i \sim (10 - 10^3)$ эВ. Тогда для внешнего края плазмопаузы получаем $\rho_i \sim (0.6 - 6)$ км. Таким образом, вполне возможна ситуация, при которой в плазмосфере отношение $s_e/\rho_s \gg 1$, а во внешней магнитосфере $s_e/\rho_s \ll 1$. Соответственно, между этими областями существует переходный слой, где отношение $s_e/\rho_s > 1$ переходит в $s_e/\rho_s < 1$. Подобный переходный слой и будет далее рассматриваться. Поскольку в таком переходном слое величины ларморовского радиуса ионов и скин-длины электронов оказались сопоставимы по порядку величины, для дальнейших расчётов положим $s_e \approx \rho_s \approx \rho_i = 1$ км. Модель для параметра Λ^2 представлена на рисунке 3.

Для квадрата дисперсионной длины Λ^2 , величина которого в области диссипативного слоя является комплексной, используется следующее модельное выражение:

$$\Lambda^2 = \overline{\rho^2} \left(\cos \alpha(x) + \frac{i}{\pi} \sin \alpha(x) \right), \quad (20)$$

где:

$$\overline{\rho^2} = \rho_i^2 \left[1 + \frac{3}{8} \left(1 + \operatorname{th} \frac{x-x_c}{\Delta} \right) \right]. \quad (21)$$

Здесь Δ – характерная толщина диссипативного слоя, x_c – координата середины диссипативного слоя, α – функция, меняющаяся от $-\pi$ до нуля, заданная следующим образом:

$$\alpha(x) = \frac{1}{2} \left[\alpha_r(x) - \pi + (\alpha_r(x) + \pi) \operatorname{th} \frac{x-x_l}{\Delta_l} \right], \quad (22)$$

$$\alpha_r(x) = \frac{\alpha_c(x)}{2} \left[1 - \operatorname{th} \frac{x-x_r}{\Delta_l} \right], \alpha_c(x) = -\frac{\pi}{2} \left[1 - \operatorname{th} \frac{x-x_c}{\Delta} \right], \quad (23)$$

где $\Delta_l \ll \Delta$ – характерный масштаб, при котором переход в области с определенным типом дисперсии КАВ происходит на левой и правой границах диссипативного слоя.

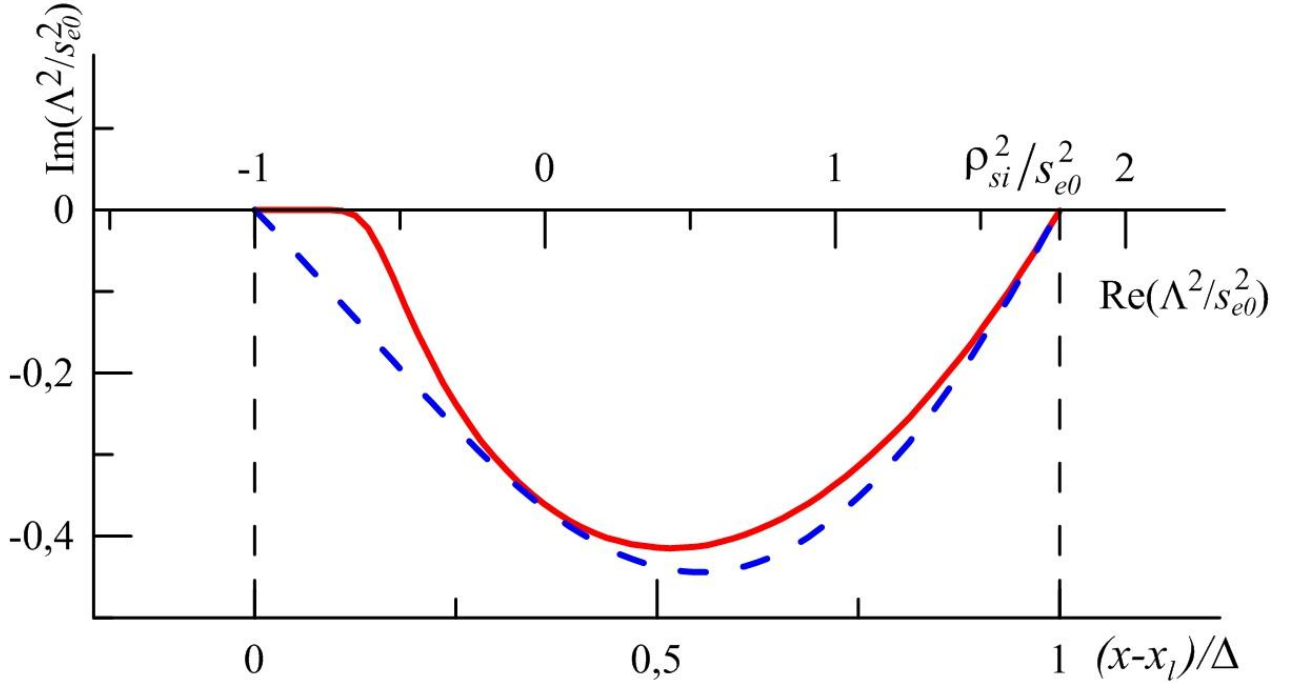


Рисунок 3. Параметр Λ^2 , используемый в модели переходного слоя. Красная линия – параметр, построенный с использованием интегрального представления функции $\tilde{G}$. Синяя линия – модельная аппроксимация, используемая в численных расчётах.

Стоит отметить, что положение переходного слоя определяется распределением параметров плазмы и величиной магнитного поля. И хотя распределение концентрации плазмы и величина магнитного поля (а значит и альфвеновской скорости) являются хорошо известными, с температурой плазмы всё несколько сложнее, так как она сильно варьируется даже внутри одной области. Таким образом, определить конкретное положение или толщину переходного слоя достаточно сложно. Это следует из того факта, что дисперсия КАВ меняется в регионе, где $\beta \approx m_e/m_i \ll 1$. То есть пространственное распределение плазмы в этой области практически не зависит от распределения температуры плазмы, следовательно, распределение альфвеновской скорости

также практически не зависит от температуры. Поэтому в расчётах далее мы исследуем различные положения диссипативного слоя, не меняя при этом модельное распределение альфвеновской скорости, заданное выражением (19).

1.3 Пространственная структура кинетической альфвеновской волны

Найдём решение уравнения (16), которое описывает структуру кинетической альфвеновской волны вблизи диссипативного слоя. Будем считать, что поле БМЗ-волны в данной области отсутствует, следовательно, $\psi = 0$, а альфвеновская волна генерируется благодаря неустойчивости, связанной с неравновесным распределением заряженных частиц в плазме. Поскольку КАВ очень мелкомасштабна в направлении оси x , уравнение (16) можно проинтегрировать по x , сняв тем самым одну производную ∇_x :

$$\Lambda^2 \frac{\omega^2}{v_A^2} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + K_A^2 \varphi = 0. \quad (24)$$

Малой поправкой, пропорциональной $|k_y^2 \Lambda^2| \ll 1$ и входящей в состав K_A^2 , мы пренебрегаем. В области прозрачности вдали от переходного слоя решение уравнения (24) можно представить в ВКБ-приближении:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{k_x}} \left[C_1 \exp \left(i \int_{x_0}^x k_x(x') dx' \right) + C_2 \exp \left(-i \int_{x_0}^x k_x(x') dx' \right) \right], \quad (25)$$

где $k_x^2(x) = K_A^2/k_z^2 \Lambda^2$, x_0 – точка поворота, в которой $\text{Re}[k_x^2(x_0)] = 0$, $C_{1,2}$ – произвольные константы. Допустим, что переходный (диссипативный) слой расположен справа от локального максимума в распределении альфвеновской скорости. Точка поворота при этом может быть расположена как внутри, так и снаружи переходного слоя в зависимости от частоты волны ω . Структура альфвеновской волны определяется «теплой» поперечной дисперсией справа от этого слоя, и «холодной» дисперсией слева от слоя.

Рассмотрим случай, при котором кинетическая альфвеновская волна с «теплой» дисперсией достигает области переходного слоя с правой стороны. В этом случае, слагаемое при C_2 описывает структуру падающей волны, а слагаемое при C_1 описывает структуру волны, отражённой от точки поворота x_0 . Слева от

точки поворота, волна, уносящая энергию в направлении $x \rightarrow -\infty$, описывается ВКБ-решением в следующем виде:

$$\varphi = \frac{C_3}{\sqrt{k_x}} \exp \left(i \int_{x_l}^x k_x(x') dx' \right). \quad (26)$$

Поскольку слева от переходного слоя дисперсия альфвеновской волны является отрицательной ($\text{Re}(\Lambda^2) < 0$), фазовая и групповая скорость волны имеют противоположные знаки. Волна, убегаящая от слоя в направлении $x \rightarrow -\infty$ это волна с $\text{Re}(k_x) > 0$, чья фазовая скорость положительна.

Теперь продифференцируем выражение (25) и рассмотрим потенциал φ и его производную как систему уравнений с неизвестными C_1 и C_2 . В итоге получим выражение для коэффициента отражения волны в следующем виде:

$$\kappa_r = \frac{|C_2|}{|C_1|} = \frac{k_x \varphi - i \nabla_x \varphi}{k_x \varphi + i \nabla_x \varphi}. \quad (27)$$

Найдём численное решение уравнения (24), удовлетворяющее граничному условию в виде выражения (26), для того, чтобы получить значения потенциала φ и его производной $\nabla_x \varphi$. Из них можно найти коэффициент отражения для разных частот. Распределение параметра κ_r в зависимости от частоты падающей волны представлено на рисунке 4.

Чем дальше точка поворота x_0 от диссипативного слоя, тем ближе значение коэффициента отражения к единице. Это связано с тем, что положение точки поворота для падающей волны напрямую зависит от её частоты (которая входит в выражение для k_x^2). Чем выше частота волны, тем ближе точка поворота к диссипативному слою. При определённой частоте f_{max} точка поворота оказывается настолько глубоко в диссипативном слое, что коэффициент отражения волны становится равным нулю – это означает, что вся энергия волны поглощается и передаётся электронам фоновой плазмы.

Рассмотрим подробнее случай, когда точка поворота расположена справа от диссипативного слоя. Структура такой кинетической волны представлена на рисунке 5.

Пространство между точкой поворота и диссипативным слоем является областью непрозрачности для такой волны, поэтому её амплитуда там экспоненциально убывает. При этом внутри диссипативного слоя существует ещё одна точка поворота, однако она не является «настоящей» точкой поворота в том плане, что изменений в структуре волны в её окрестности не наблюдается, как это можно видеть из нижней половины рисунка 4. Слева от этой точки дисперсию волны из параметров среды можно считать «холодной», а справа – «тёплой».

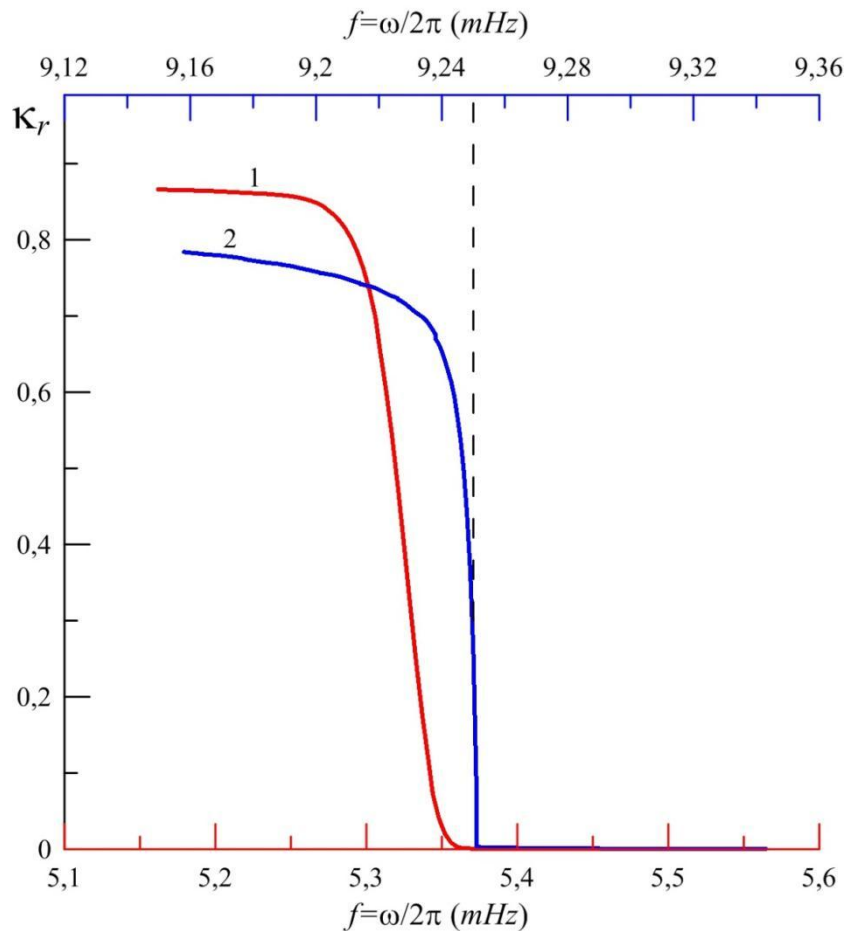


Рисунок 4. Распределение коэффициента отражения волны $\kappa_r(\omega)$ в зависимости от частоты падающей кинетической альфвеновской волны. Синим цветом – случай, когда диссипативный слой расположен в области максимума в распределении альфвеновской скорости. Красным цветом – случай, когда диссипативный слой расположен справа от максимума в распределении альфвеновской скорости. Вертикальная штриховая линия соответствует частоте $f_{max} = k_z v_A(x_{max})/2\pi$.

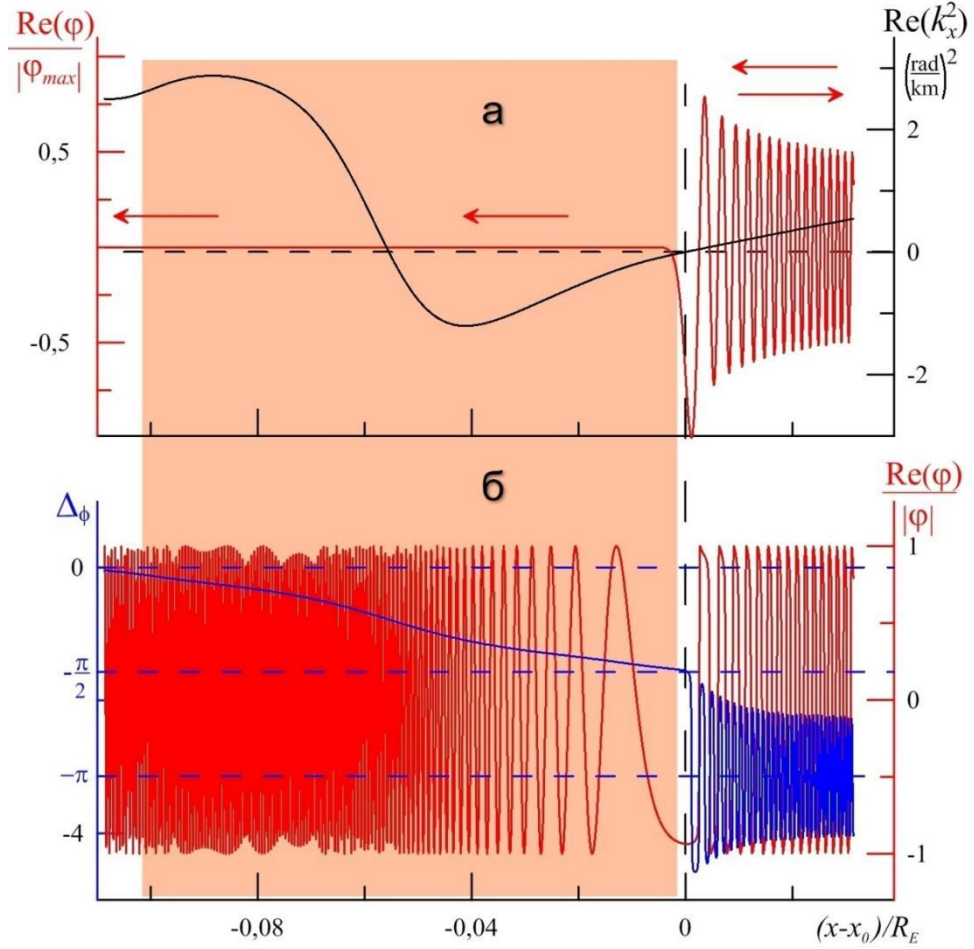


Рисунок 5. Структура кинетической альфвеновской волны, отражённой от точки поворота x_0 , расположенной справа от диссипативного слоя. а) Структура скалярного потенциала $\text{Re}(\varphi)/\varphi_{max}$, описывающего компоненты E_x и B_y волны (красная линия), а также реальная часть квадрата x -компоненты волнового вектора (чёрная линия). Штриховая линия – нуль функции $\text{Re}(k_x^2)$, определяющий границу областей прозрачности/непрозрачности. Бежевая закрашенная область – диссипативный слой. б) Структура волны $\text{Re}(\varphi)/\varphi$ (красная линия) и разность фаз $\Delta\varphi$ между поперечными компонентами поля волны (синяя линия).

Остановимся отдельно на разности фаз между поперечными компонентами магнитного/электрического поля – параметре, характеризующем поперечную структуру волны. Из соотношений для компонент электромагнитного поля (15) находим следующее отношение:

$$\frac{B_y}{B_x} = \frac{E_x}{E_y} = \frac{i}{k_y} \left[\text{Re} \frac{\nabla_x \varphi}{\varphi} + i \text{Im} \frac{\nabla_x \varphi}{\varphi} \right]. \quad (28)$$

Видно, что данные соотношения не зависят от продольной структуры волны и имеют одинаковый вид и для стоячих волн, и для бегущих. Компоненты магнитного поля B_x и B_y можно представить как комплексные величины следующим образом:

$$B_x = |B_y| \exp(i\phi_x), \quad B_y = |B_y| \exp(i\phi_y), \quad (29)$$

где $\phi_y(x)$ и $\phi_x(x)$ – фазы компонент магнитного поля B_y и B_x соответственно. Соотнося выражения (28) и (29), получаем:

$$\frac{B_y}{B_x} = \frac{|B_y|}{|B_x|} = [\cos \Delta_\phi + i \sin \Delta_\phi], \quad (30)$$

где $\Delta_\phi = \phi_y(x) - \phi_x(x)$ – разность фаз между поперечными компонентами магнитного поля. Подставляя выражение для отношения компонент поля, представленное через потенциал, получаем разность фаз Δ_ϕ :

$$\Delta_\phi = -\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Re}(\nabla_x \varphi / \varphi)}{\operatorname{Im}(\nabla_x \varphi / \varphi)}. \quad (31)$$

Рассмотрим подробнее поведение разности фаз. Для этого положим, что кинетическая альфвеновская волна расположена вдали как от точки поворота, так и от диссипативного слоя. Поперечная структура такой волны очень мелкомасштабна, поэтому можно использовать ВКБ-приближение. Тогда выражение для потенциала примет следующий вид для волны, убегающей от точки поворота:

$$\varphi = \sim \exp\left(\pm i \int_{x_0}^x k_x(x') dx'\right). \quad (32)$$

Соответственно, для разности фаз имеем:

$$\Delta_\phi = -\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Re}(ik_x)}{\operatorname{Im}(ik_x)} = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(k_x)}{\operatorname{Re}(k_x)}. \quad (33)$$

Поскольку $\operatorname{Im}(k_x) \rightarrow 0$ вдали от точки поворота, разность фаз $\Delta_\phi = k\pi$, где $k = \pm 0, 1, 2 \dots$. Если диссипативный слой расположен достаточно глубоко в области непрозрачности, амплитуды падающей и отражённой волны сопоставимы по величине. В таком случае структура волны определяется суммой амплитуд. Формируется стоячая волна вида $\varphi = \sim \sin\left(\pm i \int_{x_0}^x k_x(x') dx'\right)$ в области вблизи точки поворота и тогда разность фаз колеблется между значениями $\Delta_\phi = -\pi/2$ и

$\Delta_\phi = \pi/2$. В области непрозрачности снаружи от диссипативного слоя амплитуда волны убывает экспоненциально $\varphi = \sim \exp\left(\int_{x_0}^x k_x(x')dx'\right)$ и разность фаз тогда принимает значение $\Delta_\phi = \pi/2 \pm \pi k$ ($x < x_0$, $\text{Re}(k_x) > 0$).

На рисунке 5 можно проследить поведение разности фаз. Внутри диссипативного слоя формируется волна, убегающая по направлению к $x \rightarrow -\infty$. Для волны, прошедшей диссипативный слой и убегающей от него разность фаз была выбрана равной $\Delta_\phi = 0$. Видно, что разность фаз меняется практически линейно от $\Delta_\phi = -\pi/2$ в окрестности правой границы слоя до $\Delta_\phi = 0$ на левой границе слоя. Данную особенность поведения разности фаз потенциально можно использовать для определения толщины диссипативного слоя с помощью спутника. Допустим, что спутник обнаружил кинетическую альфвеновскую волну, в которой разность фаз является либо квазипериодической, либо составляет $\Delta_\phi = \pi/2 \pm \pi k$. Если разность фаз меняется, как показано на рисунке 4 – это означает, что спутник пересёк границу диссипативного слоя. В таком случае, даже если спутник успел измерить параметры волны не до конца – можно аппроксимировать линейное поведение разности фаз и найти положение другого конца диссипативного слоя. Расстояние, на котором происходит линейное изменение разности фаз, и является приблизительной толщиной диссипативного слоя.

Рассмотрим ситуацию, когда точка поворота находится внутри диссипативного слоя. Расчёт структуры для такого случая представлен на рисунке 6. Здесь уже нет отражённой волны, так как практически вся энергия рассеивается ещё до достижения точки поворота в диссипативном слое. Затухание происходит на масштабе порядка десяти поперечных длин волн. Как и в предыдущем случае, есть волна, прошедшая через диссипативный слой и убегающая по направлению к $x \rightarrow -\infty$, однако её амплитуда чрезвычайно мала, поэтому обнаружить её с помощью спутника невозможно. Схожие расчёты для обоих случаев можно провести и для волны с «холодной» дисперсией, достигающей диссипативного

слоя слева, однако они будут аналогичными тому, что показано на рисунках 5 и 6, но зеркально отражёнными.

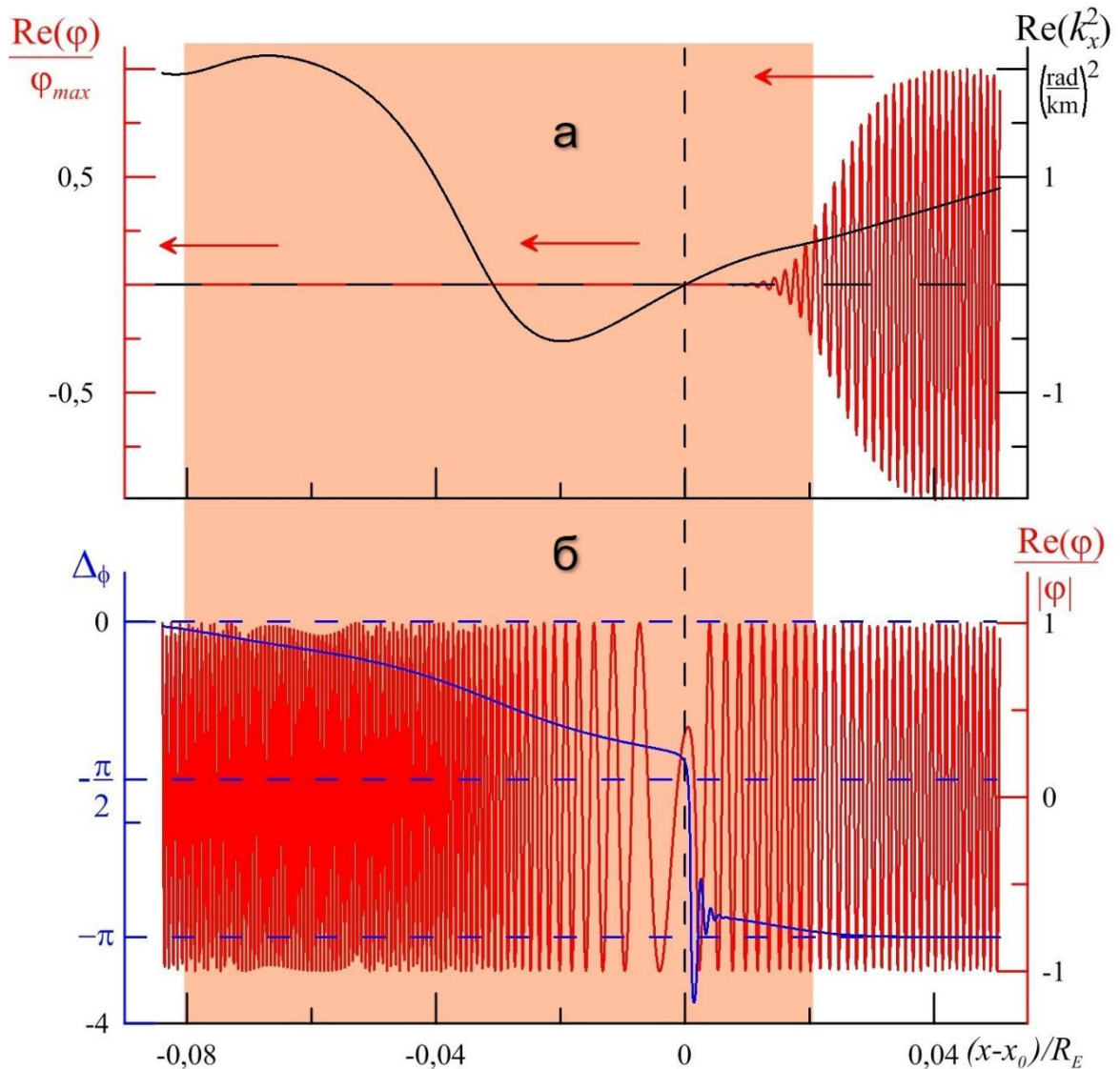


Рисунок 6. Структура кинетической альфвеновской волны с точкой поворота, расположенной внутри диссипативного слоя. Обозначения те же, что и на рисунке 5.

Теперь рассмотрим задачу, в которой монохроматическая БМЗ-волна с частотой ω генерирует резонансную альфвеновскую волну вблизи диссипативного слоя. Проинтегрируем уравнение (16) по оси x от некоторой точки $x = x_1$, расположенной в глубине области непрозрачности, где амплитуду волны можно считать равной нулю. Тогда уравнение (16) примет вид:

$$\Lambda^2 \frac{\omega^2}{v_A^2} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + K_A^2 \varphi = ik_y \int_{x_1}^x (\Delta_{\perp} + K_A^2) \psi dx'. \quad (34)$$

В этом уравнении, ввиду мелкомасштабности альфвеновской волны, снята одна производная по координате x , а также исключена малая поправка $|k_y^2 \Lambda^2| \ll 1$, входящая в выражение для K_A^2 . Правую часть уравнения можно считать постоянной, так как в данной задаче рассматривается структура вблизи резонансной поверхности.

Допустим, что монохроматическая БМЗ-волна с частотой ω возбуждает кинетическую альфвеновскую волну с «холодной» дисперсией на резонансной поверхности x_A , расположенной слева от максимума в распределении альфвеновской скорости. Таких резонансных поверхностей две по обе стороны от максимума, однако в данном случае правая резонансная поверхность будет расположена глубоко в области диссипативного слоя. Используем в окрестности диссипативного слоя следующее приближение:

$$v_A^2(x) \approx v_A^2(x_A) \left(1 + \frac{x-x_A}{a}\right), \quad (35)$$

где $a = (d \ln v_A(x)/dx)^{-1}_{x=x_A}$ – характерный масштаб изменения альфвеновской скорости в окрестности резонансной поверхности, при этом $|x - x_A| \ll a$. Подставляя это приближение в уравнение (24), получаем:

$$\Lambda^2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{x-x_A}{a} \varphi \approx \text{const}. \quad (36)$$

Частное решение этого уравнения, удовлетворяющее граничным условиям в виде ограниченной амплитуды при $|(x - x_A)/a| \rightarrow \infty$, имеет следующий вид:

$$\varphi = \text{const} \left(\frac{a}{\Lambda}\right)^{2/3} G\left(\frac{x-x_A}{a^{1/3}|\Lambda|^{2/3}}\right), \quad (37)$$

где функция $G(z)$ имеет следующее интегральное представление [Абрамовиц, Стиган, 1979]:

$$G(z) = -i \int_0^{\infty} \exp\left(-i \frac{k^3}{3} + ikz\right) dk \quad (38)$$

с асимптотиками:

$$G(z) = \begin{cases} -\frac{\sqrt{\pi}}{z^{1/4}} \exp\left(i \frac{2}{3} z^{3/2} + i \frac{\pi}{4}\right), & z \rightarrow \infty, \\ z^{-1}, & z \rightarrow -\infty. \end{cases} \quad (39)$$

В области прозрачности резонансная кинетическая альфвеновская волна в области справа от резонансной поверхности является бегущей. Слева от резонансной поверхности, в области непрозрачности, волна монотонно затухает как $1/(x - x_A)$. Такое же решение неоднородного уравнения Эйри, описывающего структуру резонансной кинетической волны вблизи резонансной поверхности, было получено в том числе в работах [Goertz, 1984] и [Chen, 2021].

Численное решение уравнения (34) представлено на рисунке 7.

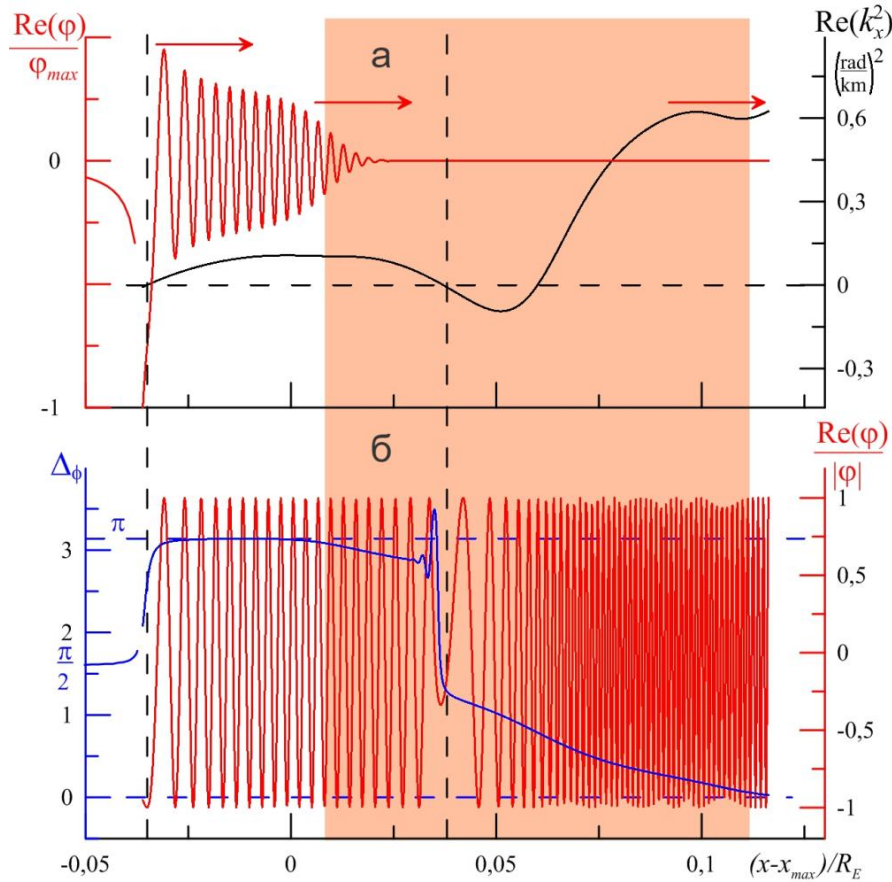


Рисунок 7. Кинетическая альфвеновская волна вблизи диссипативного слоя. Обозначения те же, что и на рисунке 5. Левая вертикальная штриховая линия – местоположение резонансной поверхности, правая штриховая линия – нуль функции $\text{Re}(k_x^2)$, определяющий границу областей прозрачности/непрозрачности.

В этом уравнении правая часть считается постоянной. Стартовое значение для численного интегрирования из области справа от диссипативного слоя найдено с использованием ВКБ-решения (32), описывающего волну, убегающую

от этого слоя. Так как $\text{Re}(k_x^2) > 0$, то фазовая и групповая скорости имеют одинаковый знак. Численное же решение в левой области непрозрачности имеет экспоненциальный рост, поэтому здесь используется аналитическое решение. Видно, что волна генерируется на резонансной поверхности, затем достигает диссипативного слоя и полностью поглощается в нём. Разность фаз стремится к $\pi/2$ в области непрозрачности слева от резонансной поверхности, затем меняется до значения π после прохождения через резонансную поверхность. Далее можно проследить влияние диссипативного слоя и точки поворота на разность фаз, которая в итоге становится равной нулю, что характерно для убегающей от слоя волны.

1.4 Генерация SAR-дуг

Во введении уже говорилось о возможности ускорения электронов кинетическими альфвеновскими волнами [Stasiewicz et al., 2000; Chen, Hasegawa, 1974a; Hasegawa, Chen, 1975]. Как видно из рисунка 6, резонансная кинетическая альфвеновская волна полностью поглощается в диссипативном слое. Поглощённая энергия может передаваться электронам фоновой плазмы и формировать потоки, потенциально способные генерировать стабильные авроральные красные дуги (SAR-дуги). Стабильные авроральные красные (SAR) дуги – это свечения с доминирующим излучением красного цвета, вызванные потоком низкоэнергетических электронов в верхнюю ионосферу из внутренней магнитосферы [Inaba, 2021]. Считается, что такие электроны взаимодействуют с атомами кислорода, переводя их в возбуждённое состояние, после чего происходит излучение фотонов на длине волны 630 нм. SAR-дуги наблюдаются в субавроральных широтах и часто возникают на этапе восстановления магнитных бурь и суббурь [Takagi et al., 2018; Rees, Roble, 1975]. SAR-дуги формируются в широком диапазоне интенсивностей свечения, измеряемых в рэлях (Рл). Один рэлей (1 Рл) соответствует излучению, создаваемому потоком в один миллион фотонов в секунду в столбе с поперечным сечением 1 см^2 [Hunten et al., 1956]. Эта

величина широко используется в оценке яркости различных авроральных явлений. SAR-дуги слабой интенсивности оцениваются в десятки Рл, тогда как интенсивность самых мощных SAR-дуг достигает нескольких тысяч рэлеев [Kozyra et al., 1997].

На данный момент существует несколько основных гипотез относительно генерации SAR-дуг. К высыпанию надтепловых электронов могут приводить кулоновские столкновения между плазмосферными холодными электронами/ионами и горячими ионами кольцевого тока [Cole, 1965; Ievenko, 2020; Kozyra et al., 1987]. Энергия передается в верхнюю атмосферу через теплопередачу или в виде потока низкоэнергетических электронов [Prölss, 2006]. Электроны могут ускоряться за счёт затухания Ландау электромагнитных ионно-циклотронных волн, в результате чего нагретые электроны высыпаются в ионосферу [Cornwall et al., 1971; Wang et al., 2019; Zhou et al., 2013]. На самом деле таким же образом могут ускорять электроны кинетические альфвеновские волны [Hasegawa, Mima, 1978]. Наконец – ускорение электронов фоновой плазмы может быть вызвано продольным электрическим полем кинетических альфвеновских волн [Cornwall et al., 1971; Keiling, 2021; Rankin et al., 2021].

Несмотря на обилие гипотез, ни одна из них не противоречит другой. Вполне вероятно, что в зависимости от конкретной ситуации, в генерации SAR-дуг может быть задействован любой из этих механизмов.

Однако прежде, чем мы подробнее рассмотрим предложенный ранее механизм генерации SAR-дуг, связанный с бесстолконовительным затуханием Ландау, покажем, что удельная мощность, которую теряют резонансные альфвеновские колебания при затухании вблизи резонансной поверхности, равна плотности потока энергии, уносимого КАВ.

1.4.1 Плотность потока энергии, уносимого КАВ

Для того, чтобы учесть малую диссипацию альфвеновских волн, сделаем формальную замену вида $\omega \rightarrow \omega - i\gamma$ в уравнении (16). Такое возможно, например, в случае, когда стоячая альфвеновская волна затухает в ионосфере из-за эффекта конечной проводимости [Leonovich, Mazur, 1991]. В окрестности

резонансной поверхности и с учётом разложения альфвеновской скорости, которое было использовано ранее, получаем следующее уравнение:

$$\Lambda^2 \frac{d^2 \varphi'}{dx^2} + \frac{x - x_A + i\varepsilon}{a} \varphi' \approx \tilde{C}, \quad (40)$$

где $\varepsilon = 2\gamma a/\omega$ – характерный масштаб затухания альфвеновских колебаний, $\tilde{C}$ – константа, задающая амплитуду источника. Большая часть энергии альфвеновской волны содержится в магнитном поле, или, в случае возбуждения на резонансной поверхности, в компоненте $B_y = -(k_z c/\omega)\varphi'$, которая имеет здесь наибольшую амплитуду. Для дальнейших расчётов будет использоваться только эта ведущая компонента магнитного поля.

Вдали от резонансной поверхности поле альфвеновской волны можно описать тем же уравнением (32) с помощью ВКБ-приближения, но с заменой $\varphi \rightarrow \varphi'$. Если вблизи резонансной поверхности соблюдается условие $|\gamma/\omega| \ll |\Lambda/a|^{2/3}$, тогда резонансные альфвеновские колебания в этой области являются кинетическими во всей области их существования. В случае обратного соотношения $|\gamma/\omega| \gg |\Lambda/a|^{2/3}$ первое слагаемое в уравнении (40) является малым и им можно пренебречь. В этом случае имеем классические альфвеновские резонансные колебания, для которых:

$$\varphi' \approx \frac{\tilde{C}a}{x - x_A + i\varepsilon}. \quad (41)$$

Данное выражение получается и из приближения идеальной МГД. Определим удельную (на единицу площади резонансной поверхности) поглощенную мощность альфвеновских колебаний как:

$$W \approx - \int_{-\Delta}^{\Delta} \frac{\partial}{\partial t} \frac{|B^2|}{8\pi} dx \approx 2\gamma \int_{-\Delta}^{\Delta} \frac{|B_y^2|}{8\pi} dx, \quad (42)$$

где $\Delta \gg \varepsilon$. Для крайне малых ε имеем:

$$W \approx \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} |\tilde{C}|^2 \left| \frac{\gamma a^2}{4\pi} \left(\frac{k_z c}{\omega} \right)^2 \int_{-\Delta}^{\Delta} \frac{d(x - x_A)}{(x - x_A)^2 + \varepsilon^2} \right|, \quad (43)$$

$$W = |\tilde{C}|^2 \left| \frac{a}{8\pi} \frac{(k_z c)^2}{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{y^2 + 1} \right| = |\tilde{C}|^2 \left| \frac{a}{8} \frac{(k_z c)^2}{\omega} \right|. \quad (44)$$

Видно, что поглощённая мощность не зависит от декремента γ . Это объясняется тем, что уменьшение декремента затухания приводит к уменьшению области

локализации резонансных колебаний, однако при этом увеличивается их амплитуда. Поэтому значение интеграла (43) остаётся неизменным.

В случае $|\gamma/\omega| \ll |\Lambda/a|^{2/3}$ энергия переносится от резонансной поверхности кинетическими альфвеновскими волнами. Структура КАВ возле резонансной поверхности описывается уравнением (где функция G) с той же заменой $\varphi \rightarrow \varphi'$, при этом $const = \tilde{C}$. Вдали от резонансной поверхности используется ВКБ-приближение (32), в котором $k_x = \sqrt{(x - x_A)/\tilde{a}^3}$, $\tilde{a} = |a|^{1/3}|\Lambda|^{3/2}$. Подставляя это выражение для k_x в уравнение (32) и сравнивая его с выражением (37), используя асимптотики функции $G(z)$ для $z \rightarrow \infty$, получаем соотношение между постоянными $\tilde{C}$ и C_3 :

$$C_3 = \tilde{C} \frac{\sqrt{\pi a}}{\Lambda} e^{-i3\pi/4}. \quad (45)$$

Плотность потока энергии, переносимого кинетическими альфвеновскими волнами вдоль направления x определяется как:

$$S_x = \frac{|B_y^2|}{8\pi} v_{gx}, \quad (46)$$

где v_{gx} – x -компонента групповой скорости кинетической альфвеновской волны. Подставляя в это выражение компоненту B_y магнитного поля, а также φ' в форме уравнения (32) и используя соотношение (45), получаем плотность потока энергии в виде:

$$S_x \approx \frac{|C_3|^2}{8\pi k_x} \left(\frac{k_z c}{\omega} \right)^2 \omega k_x \Lambda^2 = |\tilde{C}^2| \frac{a(k_z c)^2}{8\omega}, \quad (47)$$

что полностью совпадает с выражением для поглощённой удельной мощности. Следовательно, удельная мощность альфвеновских колебаний, поглощаемых вблизи резонансной поверхности и плотность потока энергии, уносимой КАВ с резонансной поверхности, одинаковы и не зависят от величины малых параметров, определяющих эти процессы. Дальнейшие вычисления основаны именно на этом предположении.

1.4.2 Оценка плотности потока энергии, формируемого резонансными электронами

В работе [Hasegawa, Mima, 1978] была предложена простая аналитическая формула для оценки плотности потока энергии, формируемого резонансными электронами:

$$S_e [\text{эрг/см}^2\text{с}] \approx 10^{-5} \frac{|\bar{B}[\text{нТ}]|^2}{8\pi} v_A [\text{км/с}], \quad (48)$$

которая предполагает, что в магнитосфере имеются кинетические альфвеновские волны, амплитуда колебаний магнитного поля которых равна $\bar{B}$, а резонансные электроны переносят её в ионосферу с альфвеновской скоростью v_A . Энергия резонансных электронов находится следующим образом. Поскольку механизм бесстолкновительного затухания Ландау возникает в случае, когда скорость волны сопоставима с тепловой скоростью электронов, подставим в выражение для кинетической энергии электронов альфвеновскую скорость v_A :

$$w_e [\text{эВ}] = \frac{m_e v_A^2 [\text{см/с}]}{3.2 \cdot 10^{-12}} \approx 3 \cdot 10^{-6} v_A^2 [\text{км/с}]. \quad (49)$$

Распределение энергии резонансных электронов представлено на рисунке 2 синим цветом. Видно, что характерная энергия резонансных электронов в области плазмопаузы составляет 2-5 эВ. Если использовать типичные для плазмопаузы оценки альфвеновской скорости и амплитуды волны ($v_A = 1000$ км/с, $\bar{B} = 10$ нТ), то плотность потока энергии составит 0.04 эрг/см²с. По мнению авторов статьи, этого достаточно для формирования красных дуг со средней энергетикой.

Однако, как было показано ранее, раскачать кинетические альфвеновские волны непосредственно в диссипативном слое невозможно. Поэтому единственным вариантом для доставки энергии в область диссипативного слоя является перемещение КАВ поперёк магнитных оболочек. Скорость такого перемещения много меньше альфвеновской скорости. Более того, вся энергия волн поглощается резонансными электронами ещё на границе слоя.

Для оценки плотности потока электронов воспользуемся моделью дневной магнитосферы в цилиндрической системе координат, поскольку именно такая модель была использована для расчётов волнового поля, вызванного падением БМЗ-волны на плазмопаузу в работе [Leonovich et al., 2021]. Будем считать, что

магнитное поле направлено вдоль оси z цилиндра, при этом его высота равна длине силовой линии дипольного магнитного поля на оболочке с экваториальным радиусом ρ . Поток энергии, переносимый кинетическими альфвеновскими волнами через цилиндрическую поверхность в узком азимутальном секторе $d\phi$:

$$S_\rho = \frac{|\tilde{B}|^2}{8\pi} v_{gr} l \rho d\phi, \quad (50)$$

где $|\tilde{B}|$ – амплитуда кинетических альфвеновских волн, достигающих диссипативного слоя, $v_{gr} = \partial\omega/\partial k_\rho \approx \omega_A k_\rho \Lambda^2$ – групповая скорость волны по координате ρ (аналогично координате x ранее). Здесь $\omega_A = k_z v_A$ – собственная частота альфвеновских колебаний на магнитной оболочке, $k_\rho = 2\pi/\lambda_\rho$ – радиальная компонента волнового вектора, $\lambda_\rho \approx |a^{1/3}| |\Lambda^{2/3}|$ – характерная радиальная длина волны КАВ в окрестности резонансной оболочки. Значение для $|\Lambda|$ берётся из наибольшего значения между скин-длиной электронов и ларморовского радиуса ионов.

Для того, чтобы определить плотность потока электронов, необходимо оценить масштаб, на котором происходит поглощение энергии волны. Из предыдущих расчётов видно, что поглощение происходит на масштабе приблизительно десяти радиальных длин волн, поэтому обозначим масштаб поглощения как $\Delta_{A\rho} = n\lambda_\rho$, где $n = 10$. Тогда выражение для плотности потока энергии примет вид:

$$S_e = \frac{S_\rho}{\Delta_{A\rho} \rho d\phi} = \frac{|\tilde{B}|^2}{8\pi} k_z v_A k_\rho \Lambda^2 \frac{l}{n\lambda_\rho}. \quad (51)$$

Стоит отметить, что широкополосный источник способен возбуждать одновременно несколько гармоник альфвеновских волн на одной резонансной оболочке. Продольную компоненту волнового вектора можно представить тогда в виде $k_z = \pi N/l$, где N – номер гармоники. Итоговое выражение для плотности потока электронов примет вид:

$$S_e [\text{эрг/см}^2\text{с}] \approx 10^{-5} \frac{\pi v_A [\text{км/с}]}{4n} \left| \frac{\Lambda [\text{км}]}{a [\text{км}]} \right|^{2/3} \Phi(\theta) \sum_{N=1}^{\infty} N |\tilde{B}_N [\text{нТ}]|^2. \quad (52)$$

Здесь $\Phi(\theta) = \sqrt{1 + 3 \sin^2 \theta} / \cos^6 \theta$ – параметр, описывающий изменение геометрических размеров сечения магнитной трубки при движении резонансных электронов от экваториальной плоскости ($\theta = 0$) до ионосферы ($\theta = \theta_i = \arccos \sqrt{r_i/\rho}$, где r_i – радиус ионосферы). Полагая $r_i \approx R_E$, можно определить данный геометрический параметр как $\Phi_i \approx \sqrt{L^5(4L - 3)}$, где $L = \rho/R_E$ – параметр Макилвейна. Для магнитной оболочки, соответствующей плазмопаузе, имеем $L = 4$, $\Phi_i \approx 115$.

Данная оценка плотности потока не является абсолютно точной: с помощью неё невозможно получить пространственное распределение потока электронов внутри диссипативного слоя или его изменение с течением времени. Более того, в формуле есть параметры, точное определение которых является затруднительным, например, масштаб $\Delta_{A\rho}$, на котором происходит поглощение энергии. В данной модели $\Delta_{A\rho} = n\lambda_\rho$, где $n = 10$, $\lambda_\rho \approx |a^{1/3}| |\Lambda^{2/3}| \approx 15$ км. Тогда $\Delta_{A\rho} = 150$ км. Проекция этого масштаба вдоль магнитной силовой линии должна учитывать геометрический фактор $R_i = \cos^3 \theta_i / \sqrt{1 + 3 \sin^2 \theta_i} \approx 1/\sqrt{L^2(4L - 3)}$. Тогда для $L = 4$ имеем $R_i \approx 0.07$. В таком случае проекция ширины поглощения на ионосферу составляет $\Delta_{A\rho i} \approx \Delta_{A\rho} R_i = 10.5$ км. Параметр n также является неоднозначным и может варьироваться от нескольких длин волн до нескольких десятков длин волн. Это также повлияет на масштаб поглощения. Более того, вполне возможен случай, когда кинетические альфвеновские волны возбуждаются сразу на многих резонансных оболочках по обе стороны от диссипативного слоя. Тогда возможно формирование двух параллельных потоков резонансных электронов на краях диссипативного слоя, которые приведут к двум полосам сияний SAR-дуг. Расстояние между полосами свечения в таком случае будет равняться проекции ширины диссипативного слоя на ионосферу.

Оценка плотности потока энергии для первой гармоники составляет 0.045 эрг/см²с, что хорошо согласуется с формулой, предложенной Хасегавой и Мимой. Однако, как ранее было уже подчёркнуто, широкополосный источник

способен возбуждать сразу множество гармоник альфвеновских волн на одной и той же резонансной оболочке. Расчёт амплитуд в цилиндрической системе координат для такого случая был проведён в работе [Leonovich et al., 2021] и представлен на рисунке 8а.

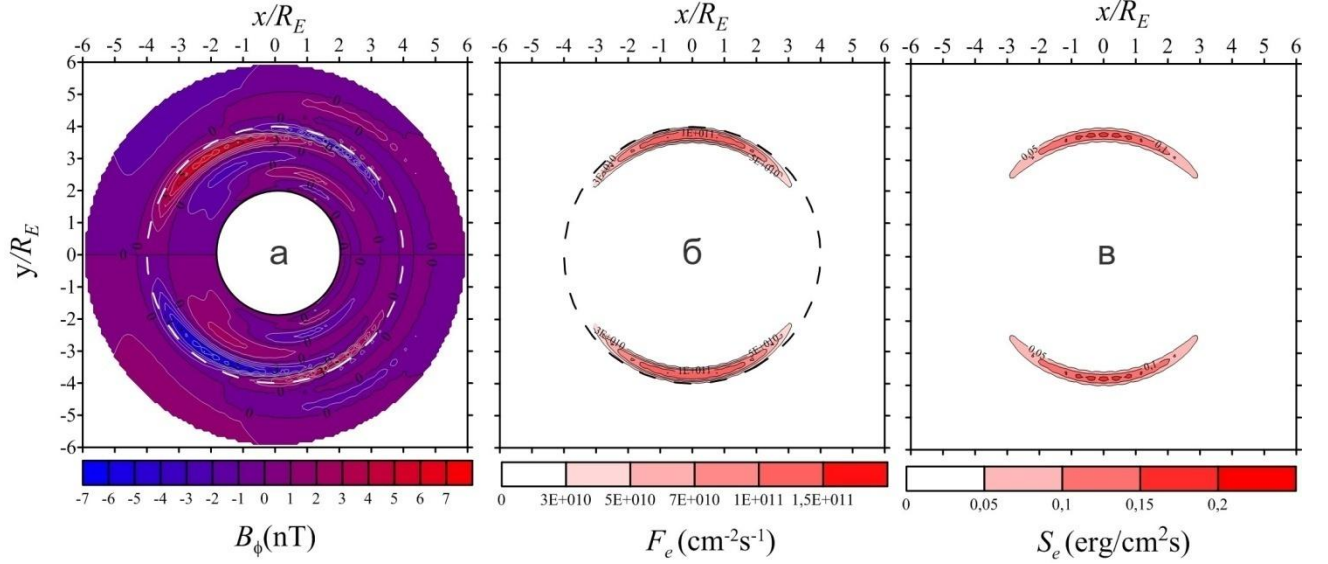


Рисунок 8. Численный расчёт резонансных альфвеновских колебаний, возникающих в результате воздействия фронта ударной волны с амплитудой $|B_f| = 50$ нТ. а) Распределение компоненты B_ϕ стоячих альфвеновских волн в экваториальной плоскости. б) Плотность потока высыпающихся резонансных электронов на ионосфере, возникшего в результате взаимодействия с КАВ. в) Плотность потока энергии, переносимой резонансными электронами.

Плотность потока электронов определяется как:

$$F_e = \frac{S_e[\text{эрг/см}^2\text{с}]}{w_e[\text{эрг}]}, \quad (53)$$

где w_e – энергия одного резонансного электрона. Плотность потока резонансных электронов и их плотность энергии показана на рисунках 8б, 8в. Оказывается, что широкополосные источники дают поток энергии примерно на порядок выше того, который получается из оценки вклада только основной гармоники стоячих альфвеновских волн. Это лучше согласуется с современными данными наблюдений SAR-дуг [Hong et al., 2020; Mikhalev et al., 2008; Taschilin, Leonovich,

2016]. По оценкам, приведённым в работах [Kozyra et al., 1997; Inaba et al., 2021], SAR-дугам слабой интенсивности (десятки Рл) соответствует плотность потока энергии порядка 10^{-3} эрг/см²с, поэтому нашей оценки более чем достаточно, чтобы допустить возможность генерации SAR-дуг средней и высокой интенсивности, достигающей тысячи Рл.

1.5 Заключение к главе 1

Перечислим основные результаты главы:

1. Построена модель переходного слоя, расположенного в области плазмопаузы, в котором происходит переход между двумя типами поперечной дисперсии альфвеновских волн. В «тёплой» плазме дисперсия связана с эффектом гиоррадиуса ионов, а в «холодной» плазме связана с инерцией электронов. Получено уравнение, описывающее поперечную структуру кинетических альфвеновских волн в окрестности переходного слоя.

2. Исследовано решение однородной задачи для различных сценариев, отличающихся взаимным расположением точки поворота и переходного слоя. Показано, что если точка поворота расположена снаружи переходного слоя, то волна, бегущая к слою, отражается. Коэффициент отражения такой волны стремится к единице. В случае если точка поворота расположена достаточно глубоко внутри переходного слоя, то волна в переходном слое полностью поглощается. Возможен и промежуточный случай, когда часть энергии волны поглощается в переходном слое, а другая часть отражается от точки поворота.

3. Исследовано решение неоднородной задачи, в которой монохроматический источник (например, БМЗ-волна) генерирует в окрестности переходного слоя кинетическую альфвеновскую волну. Волна в этом случае распространяется в направлении от резонансной поверхности к переходному слою и поглощается в нём.

4. С использованием цилиндрической модели дневной магнитосферы, получена аналитическая оценка плотности потока энергии, переносимой резонансными электронами. Полученная оценка учитывает геометрию силовых

линий магнитных поля, а также возможное наличие широкополосного источника альфвеновских колебаний. Рассчитанная величина плотности потока энергии резонансных электронов достаточна для образования SAR-дуг средней и высокой интенсивности.

Глава 2. Определение радиальной структуры монохроматических альфвеновских волн по поведению волнового поля и разности фаз поперечных компонент

В магнитной гидродинамике существует три линейно-независимых моды: альфвеновские волны, быстрые магнитозвуковые волны (БМЗ) и медленные магнитозвуковые волны (ММЗ). В эпоху спутниковых наблюдений, когда в магнитосфере Земли действует множество спутников, способных измерять и оценивать величину магнитного и электрического поля, концентрацию и давление плазмы, стало возможным наблюдать ультранизкочастотные МГД-колебания *in situ*. Соответственно, если на спутнике, движущемся в магнитосфере, наблюдаются какие-либо МГД-колебания, то возникает вопрос об их природе.

За десятилетия, прошедшие с момента первых наблюдений геомагнитных пульсаций в магнитосфере, были разработаны многочисленные косвенные методы для определения того, что наблюдаемая волна относится именно к альфвеновским. Ниже представлен краткий обзор таких методов. Первые три метода являются самыми простыми и универсальными, остальные подходят далеко не всегда, однако также широко используются в индивидуальных случаях.

1. Самый простой способ определения типа наблюдаемых МГД-колебаний – наличие/отсутствие каких-либо компонент их поля. Так, колебания продольной компоненты электрического поля связаны только с альфвеновскими волнами, а колебания продольной (компрессионной) компоненты магнитного поля – только с магнитозвуковыми (БМЗ и ММЗ) волнами, дрейфово-компрессионной [Rubtsov et al., 2018; Yamamoto et al., 2024] или баллонной модой [Klimushkin et al., 2012; Mager et al., 2015].

2. Для определения типа наблюдаемых МГД-колебаний можно использовать их поляризационные характеристики. Например, определить тип наблюдаемой МГД-волны можно по отношениям амплитуд колебаний различных компонент их электромагнитного поля. Если в наблюдаемых колебаниях амплитуда поперечной компоненты магнитного поля много больше амплитуды продольной компоненты, то в них доминирует поле альфвеновской волны. Если

же амплитуды этих компонент сопоставимы друг с другом, то это указывает на то, что в данной области доминирует поле БМЗ-волны.

3. Ещё одним признаком магнитозвуковых волн является наличие в них возмущения газокINETического давления плазмы и давления магнитного поля. В отличие от магнитозвуковых волн, в альфвеновских волнах давление плазмы и магнитного поля практически не возмущаются.

4. В первом приближении альфвеновские волны, распространяющиеся вдоль силовых линий, не меняют полное значение магнитного поля. Поэтому в эпоху, когда спутниковые наблюдения не имели инструментов для измерения электрического поля, считалось, что такие возмущения поперечных компонент магнитного поля с частотой ниже ионной циклотронной являются альфвеновскими волнами [Hayward, Dungey, 1983].

5. Довольно широко принятым методом идентификации альфвеновских волн является сравнение отношения двух возмущённых перпендикулярных компонент электрического и магнитного поля, то есть δE и δB , с величиной альфвеновской скорости v_A [Mallinckrodt, Carlson, 1978]. Для этого метода также необходимо, чтобы частота волны была ниже ионной циклотронной, что выполняется для УНЧ волн. Для мелкомасштабных волн это соотношение модифицируется и включает дополнительно такие параметры, как гирорадиус ионов, скин-длина электронов и величина поперечной длины волны [Lysak, Lotko, 1996]. Учёт таких параметров позволяет исследователям идентифицировать кинетические альфвеновские волны в спутниковых наблюдениях. Например, косвенным свидетельством наблюдения кинетической альфвеновской волны является такое соотношение параметров, когда значение $\delta E/\delta B$ больше, чем локальная альфвеновская скорость [Louarn et al., 1994; Volwerk et al., 1996; Wygant et al. 2002].

6. В случае стоячих альфвеновских волн отношение $\delta E/\delta B$ не является величиной, близкой к альфвеновской скорости. В этом случае весьма убедительным считается наличие фазового сдвига на 90 градусов между

перпендикулярными компонентами электромагнитного поля, например, между E_x и B_y [Hughes, Grard 1984; Cahill et al., 1986].

7. Стоячая альфвеновская волна нередко может содержать в себе сразу несколько гармоник. В работе [Dubinin et al., 1990] было показано, что в таком случае возмущенные перпендикулярные компоненты δE и δB связаны между собой через преобразование Гильберта. Такое преобразование сдвигает все частотные компоненты на 90 градусов, поэтому такой метод является расширением предыдущего способа.

8. Для бегущей альфвеновской волны возмущение магнитного поля и скорость плазмы связаны как $v = \pm \delta B / \sqrt{\mu_0}$ [Lysak, 1990]. Следовательно, если данные по электрическому полю отсутствуют, можно провести сравнение этих двух величин. Если v становится известным, тогда можно найти значение электрического поля через условие вмороженности $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0$.

9. В турбулентном волновом поле, когда ни одна из техник выше не подходит, можно сравнить теоретические и наблюдаемые дисперсионные кривые для определения альфвеновской волны. Такой метод был использован, например, для идентификации кинетической альфвеновской волны в области магнитного пересоединения на магнитопаузе [Chaston et al., 2005].

10. Взаимодействие альфвеновских волн различных пространственных и временных масштабов с ионосферой либо с системами продольных токов может привести к тому, что фазовый сдвиг между возмущёнными компонентами δE и δB может заметно отличаться от 90 градусов. Отношение E/B также может вести себя непредсказуемо в таких ситуациях [Lysak, Dum, 1983; Knudsen et al., 1992; Vogt, Haerendel, 1998; Streltsov, Lotko, 2003]. Кроме того, альфвеновские волны претерпевают динамические изменения, обусловленные как областью генерации, так и областью взаимодействия (например, ионосферой и областями с наличием продольных электрических полей). Такая временная эволюция альфвеновских волн лучше всего определяется с помощью численных методов. Поэтому

сравнение результатов численного моделирования и наблюдений также используется как косвенный метод идентификации альфвеновских волн.

11. Хорошо известно, что альфвеновские волны ускоряют электроны, особенно это касается авроральной зоны [Stasiewicz et al., 2000]. При этом картина, получаемая при анализе потока таких электронов, отличается от случая, когда, например, результатом ускорения электронов стал статический потенциал, направленный вдоль силовых линий магнитного поля. Поэтому одновременное наличие ускоренных альфвеновскими волнами электронов и турбулентных волновых полей рассматривается как косвенный метод идентификации альфвеновских волн.

Как можно заметить, идентификация альфвеновских волн в магнитосфере по данным спутниковых наблюдений уже является нетривиальной задачей. Но предположим, что по каким-либо признакам удалось определить, что наблюдаемые на космическом аппарате геомагнитные пульсации представляют собой альфвеновскую волну. Как упоминалось во введении, эти волны могут иметь весьма разнообразную мелкомасштабную поперечную структуру и для её однозначного определения существующих методов недостаточно.

В предыдущей главе была построена разность фаз для кинетических альфвеновских волн в области диссипативного слоя, где было показано, что данный параметр зависит исключительно от поперечной координаты. Это, в свою очередь, означает, что с его помощью возможно изучение поперечной структуры волны. В данной главе представлено развитие этого подхода в виде метода «фазовых портретов». Этот метод изучает совокупность графиков, включающих поперечные компоненты магнитного/электрического полей, а также разность фаз между ними. Такой набор графиков мы будем называть «фазовым портретом».

Разумеется, в физике существует термин «фазовые портреты», которым называют совокупность всех возможных фазовых траекторий частицы или любой системы, состояние которой описывается набором обобщенных координат и импульсов, в фазовом пространстве, что часто используется для анализа таких

систем, как маятники или различные осцилляторы [Андронов и др., год; Jordan, Smith, 2007].

Однако мы считаем, что именно такой термин наиболее точно передаёт суть предлагаемого подхода. С одной стороны, такой набор графиков оказывается уникальным для каждого типа волн, при этом поведение разности фаз поперечных компонент электромагнитного поля волны является важнейшим параметром такого набора, что будет продемонстрировано в этой главе далее.

2.1 Система координат и основные уравнения

Для исследования пространственной структуры МГД-колебаний в дипольной магнитосфере удобно использовать ортогональную систему криволинейных координат, связанную с силовыми линиями дипольного магнитного поля (рисунок 7). Координата x^3 направлена вдоль магнитной линии, координата x^1 направлена поперёк магнитных оболочек, а x^2 дополняет систему координат до правосторонней. Считая среду однородной в азимутальном направлении, в такой модели монохроматические МГД-колебания можно разложить по гармоникам вида $\exp(ik_2x^2 - i\omega t)$, где k_2 – азимутальное волновое число, ω – частота монохроматических колебаний. Если азимутальный угол ϕ используется в качестве координаты x^2 , тогда $k_2 = m = \pm 0, 1, 2 \dots$ – азимутальное волновое число, которое определяет поляризацию альфвеновской волны.

Альфвеновские волны с малыми значениями азимутального волнового числа являются тороидальными ($m \sim 0$) – в них доминирует азимутальная компонента магнитного поля B_ϕ . Как было сказано во введении, механизмом генерации таких волн служит резонанс силовых линий (FLR) – явление, при котором БМЗ-волна с частотой $\omega = \omega_A$ генерирует на резонансной оболочке альфвеновскую волну. Альфвеновские волны с большими значениями азимутального волнового числа являются полоидальными ($m \gg 1$) – в них доминирующей является радиальная компонента магнитного поля B_r . В работах [Elsden, Wright, 2020; Leonovich, Mazur, 1990; Leonovich, Mazur, 1993] было

МГД-уравнения, полученные с учётом разложения по фурье-гармоникам $\sim \exp(ik_2 x^2 - i\omega t)$:

$$\text{rot } \mathbf{E} = i \frac{\omega}{c} \mathbf{B}, \text{ rot } \mathbf{B} = -i \frac{\omega}{c} \hat{\mathcal{E}} \mathbf{E}. \quad (54)$$

Тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\mathcal{E}}$ в этой системе координат имеет вид:

$$\hat{\mathcal{E}} = \frac{c^2}{v_A^2} \begin{pmatrix} 1 - \frac{3}{4} \frac{k_1^2 \rho_i^2}{g_1} & -\frac{3}{4} \frac{k_1 k_2 \rho_i^2}{\sqrt{g_1 g_2}} & 0 \\ -\frac{3}{4} k_x k_y \rho_i^2 & 1 - \frac{3}{4} \frac{k_2^2 \rho_i^2}{g_2} & 0 \\ 0 & 0 & v_A^2 \tilde{G}(s_e/\rho_s)/(\omega^2 \rho_s^2) \end{pmatrix}, \quad (55)$$

где g_1, g_2, g_3 – диагональные компоненты метрического тензора. Используя разложение (13), расписываем покомпонентно уравнения (54) и получаем выражения для компонент электрического и магнитного поля:

$$E_1 = -\nabla_1 \varphi + ik_2 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \psi, E_2 = -ik_2 \varphi - \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_1 \psi, E_3 \approx ik_3 \Lambda^2 \Delta_\perp \varphi, \quad (56)$$

$$B_1 = \frac{c}{\omega \sqrt{g}} \nabla_3 \left(k_2 \varphi - i \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_1 \psi \right), B_2 = \frac{c}{\omega \sqrt{g}} \nabla_3 \left(i \nabla_1 \varphi + k_2 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \psi \right), \quad (57)$$

$$B_3 = i \frac{c}{\omega \sqrt{g}} \left(\nabla_1 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_1 \psi - k_2^2 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \psi \right), \quad (58)$$

где $g = \sqrt{g_1 g_2 g_3}$, $\nabla_{1,3} \equiv \partial/\partial x^{1,3}$, $\Delta_\perp \approx g^{-1} \nabla_1^2 - g_2^{-1} k_2^2$. Квадрат дисперсионной длины Λ^2 имеет тот же вид, что и в предыдущей главе и определяет дисперсию кинетических альфвеновских волн. Однако в данной главе будут исследоваться предельные случаи из выражения (18), а не промежуточный, как это было сделано в предыдущей главе. При подстановке компонент электромагнитного поля (56-58) и компонент тензора (55) в (54) получим систему уравнений:

$$\frac{\omega^2}{v_A^2} \Lambda^2 \Delta_\perp \varphi' + \hat{L}_T \varphi' = i \frac{k_2}{\sqrt{g_3}} \left(\Delta + \frac{\omega^2}{v_A^2} \right) \psi, \quad (59)$$

$$\nabla_1 \Delta_\perp \psi + \sqrt{g_3} \hat{L}_P \frac{p}{\sqrt{g_3}} \nabla_1 \psi = -i \frac{k_2 \sqrt{g}}{g_2} \left(\frac{\omega^2}{v_A^2} \Lambda^2 \Delta_\perp + p \hat{L}_P \right) \varphi, \quad (60)$$

где $p = \sqrt{g_2/g_1}$, $\varphi' = \nabla_1 \varphi$. Вспомогательные операторы имеют следующий вид:

$$\hat{L}_T = \frac{1}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 \frac{p}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 + p \frac{\omega^2}{v_A^2}, \hat{L}_P = \frac{1}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 \frac{p^{-1}}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 + p^{-1} \frac{\omega^2}{v_A^2}, \quad (61)$$

$$\Delta_\perp = \frac{g_3}{\sqrt{g}} \nabla_1 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_1 - \frac{k_2^2}{g_2}, \Delta = \Delta_\perp + \nabla_3 \frac{p}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 \frac{p^{-1}}{\sqrt{g_3}}. \quad (62)$$

Операторы, представленные формулами (61), описывают продольную (вдоль силовой линии) структуру тороидальных и полоидальных волн соответственно.

В случае аксиально-симметричных колебаний ($k_2 = m = 0$) уравнения (59) и (60) описывают независимые друг от друга моды МГД-колебаний, связанные соответственно с потенциалами φ и ψ . В однородной плазме из уравнения (59) получается дисперсионное уравнение $\omega^2 = k_{\parallel} v_A^2 (1 + k_{\perp}^2 \Lambda^2)$ для кинетических альфвеновских волн, рассмотренных нами ранее. Однако при $k_2 \neq 0$ уравнения не разделяются и описывают единое поле МГД-колебаний, включающее в себя как альфвеновские волны, так и БМЗ-волны. Для альфвеновских волн с $m \sim 1$ поперечная дисперсия определяется малым параметром $|\Lambda|^2 \ll |\bar{a}|^2$, где $\bar{a}$ – характерный масштаб неоднородности фоновой плазмы. Правую часть уравнения (59) можно рассматривать как монохроматический источник – БМЗ-волну, возбуждающую на резонансной магнитной оболочке альфвеновскую волну. У полоидальных волн с большими значениями азимутального волнового числа ($m \gg 1$) основным фактором, определяющим поперечную дисперсию, является кривизна силовых линий фонового магнитного поля. Для описания таких волн можно пренебречь слагаемыми, пропорциональными малому параметру Λ^2 . Комбинируя уравнения (56) и (57), получаем:

$$\nabla_1 \sqrt{g_3} \hat{L}_T \nabla_1 \varphi - k_2^2 \sqrt{g_3} \hat{L}_P \varphi = i k_2 \left(\nabla_1 \sqrt{g_3} \hat{L}_T \frac{p^{-1}}{\sqrt{g_3}} \Psi - \sqrt{g_3} \hat{L}_P \frac{p}{\sqrt{g_3}} \nabla_1 \Psi \right). \quad (63)$$

Для ультранизкочастотных БМЗ-волн с $m \gg 1$, генерируемых, например, в результате неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, плазмосфера является областью непрозрачности [Leonovich, Mazur, 2000], поэтому такие волны не могут быть источниками резонансных альфвеновских волн, так как имеют пренебрежимо малую амплитуду внутри магнитосферы. В этом случае правую часть уравнения (63) можно считать равной нулю. Источником полоидальных альфвеновских волн во внутренней магнитосфере могут служить, например, сторонние токи в проводящем слое ионосферы [Leonovich, Mazur, 1993] или неравновесное распределение высокоэнергетических заряженных частиц в магнитосферной плазме [Chelpanov et al., 2019; Rubtsov et al., 2018; Zong et al.,

2007]. Ввиду вышеупомянутых причин, альфвеновские волны, скорее всего, не сохраняют свою амплитуду постоянной в течение долгого времени. Практически всегда существуют факторы, приводящие либо к затуханию волны, либо к усилению её амплитуды. Чтобы отразить это, сделаем формальную замену в уравнениях (59,63) в виде $\omega \rightarrow \omega + i\gamma$, полагая, что $|\gamma| \ll \omega$. В таком случае $\gamma < 0$ – декремент затухания колебаний, а $\gamma > 0$ – инкремент. Мнимую часть частоты необходимо учитывать и с математической точки зрения, так как она регулирует сингулярность, возникающую в поле альфвеновской волны в случае, когда $\gamma = 0$. Таким образом, для дальнейших расчётов всегда будем полагать альфвеновские колебания затухающими ($\gamma < 0$) или неустойчивыми ($\gamma > 0$).

Также для расчётов нам понадобится распределение альфвеновской скорости, учитывающее её изменение в зависимости от магнитной широты θ . На высоте около 1500 км, которая выбрана как верхняя граница ионосферы, величина альфвеновской скорости составляет $v_{Ai} \sim (5 - 8) * 10^3$ км/с. Тогда распределение альфвеновской скорости приобретает следующий вид:

$$v_A(a, \theta) = \frac{a_p^2}{2a^2} \left[\frac{a_p}{a} v_{Am} + v_{Ap} - \left(v_{Am} - \frac{a_p}{a} v_{Ap} \right) \text{th} \frac{a - a_p}{\Delta_p} \right] / \cos^\mu \theta. \quad (64)$$

Здесь a_p – экваториальный радиус магнитной оболочки, определяющий середину переходного слоя плазмопаузы, Δ_p – характерная толщина этого слоя, v_{Am}, v_{Ap} – величины альфвеновской скорости в плазмосфере и во внешней магнитосфере соответственно в областях, примыкающих к плазмопаузе. Дальнейшие численные расчёты будут проведены при следующих значениях параметров: $\Delta_p = 0.3R_E$, $a_p = 4R_E$, $v_{Ap} = 200$ км/с, $v_{Am} = 1500$ км/с, $\mu = 2.5$, что соответствует типичной средневозмущённой дневной магнитосфере. На рисунке 9б чёрным цветом представлено радиальное распределение альфвеновской скорости $v_A(a, 0)$ в экваториальной плоскости, аналогичное тому, что было использовано в главе 1 для декартовой системы координат. Синим цветом представлено распределение альфвеновской скорости $v_A(a, \theta_i)$ вдоль ионосферы, где $\theta_i = \arccos \sqrt{r_i/a}$ – это широта точки пересечения ионосферы с магнитной силовой линией с

экваториальным радиусом a . Красным цветом представлено распределение периода колебаний фундаментальной гармоники стоячих альфвеновских волн в виде:

$$t_A(a) = 2 \int_0^{\theta_i} \frac{\sqrt{g_a(a, \theta)}}{v_A(a, \theta)} d\theta, \quad (65)$$

где g_a – компонент метрического тензора неортогональной дипольной системы координат.

2.2 «Фазовые портреты» для различных видов альфвеновских волн

Рассмотрим подробнее то, как строятся «фазовые портреты» в криволинейной системе координат. Процедура вывода схожа с той, что была в главе 1 для одномерно-неоднородной системы координат с прямыми силовыми линиями. Компоненты метрического тензора неортогональной дипольной системы координат связаны с ортогональной системой следующим образом:

$$\sqrt{g_1}dx^1 = \sqrt{g_a}da; \sqrt{g_2}dx^2 = \sqrt{g_\phi}d\phi; dl = \sqrt{g_3}dx^3 = \sqrt{g_\theta}d\theta, \quad (66)$$

где $g_a = \cos^6 \theta / (1 + 3\sin^2 \theta)$, $g_\phi = a^2 \cos^6 \theta$, $g_\theta = a^2 \cos^2 \theta (1 + 3\sin^2 \theta)$. Теперь представим (в общем случае комплекснозначные) компоненты магнитного поля B_ϕ и B_r в виде

$$B_\phi = |B_\phi|e^{i\Phi_\phi}; B_r = |B_r|e^{i\Phi_r}, \quad (67)$$

и аналогичные выражения для электрических компонент поля (E_ϕ и E_r), тогда фазовый сдвиг между ними $\tilde{\Delta}\Phi = \Phi_\phi - \Phi_r$ определяется как:

$$\text{tg } \tilde{\Delta}\Phi = \frac{\text{Im}(B_\phi/B_r)}{\text{Re}(B_\phi/B_r)} = \frac{\text{Im}(E_r/E_\phi)}{\text{Re}(E_r/E_\phi)}, \quad (68)$$

где B_ϕ и E_ϕ – азимутальные компоненты, а B_r и E_r – радиальные компоненты магнитного и электрического поля соответственно. Отметим, что поскольку рассматриваемые нами альфвеновские волны мелкомасштабны поперёк магнитных оболочек, то их структуру можно искать в виде разложения в ряд по гармоникам вида [Leonovich, Mazur, 1989]:

$$\varphi(x^1, x^3, k_2, \omega) = U(x^1, \omega)H(x^1, x^3, \omega)e^{ik_2x^2 - i\omega t}, \quad (69)$$

где ω – частота волны, t – время, функция $U(x^1, \omega)$ описывает мелкомасштабную радиальную структуру альфвеновской волны, а функция $H(x^1, x^3, \omega)$ – её крупномасштабную структуру вдоль силовых линий (вдоль координаты x^3) фонового магнитного поля. Масштаб вариаций функции $H(x^1, x^3, \omega)$ по координате x^1 определяется масштабом изменения параметров фоновой плазмы. В свою очередь, изменения параметров фоновой плазмы в направлении поперёк магнитных оболочек являются крупномасштабными, поэтому дифференциальные операторы ∇_1 в уравнениях (59,60) воздействуют только на функцию $U(x^1, \omega)$. Подставляя выражения для компонент поля (56-58) в выражение (68) с учётом разложения (69), получаем разность фаз в виде:

$$\tilde{\Delta}\Phi \approx -\arctg \frac{\operatorname{Re}[\nabla_1 U(x^1, \omega)/U(x^1, \omega)]}{\operatorname{Im}[\nabla_1 U(x^1, \omega)/U(x^1, \omega)]} + \Delta_k, \quad (70)$$

где $\Delta_k = \pm 2\pi k$. Как известно, область значений функции $\arctg(x/y)$ лежит в диапазоне от $-\pi/2$ до $+\pi/2$. Большинство основных языков программирования имеют встроенные функции вида $f(x, y) = \arctg(x/y)$, которые учитывают возможность перехода знаменателя через нуль. Если $x > 0$, значение в таком случае $f(x, y)$ остаётся внутри диапазона и не имеет разрыва. Однако если же $x < 0$, то функция $f(x, y)$ совершает резкий скачок при нулевом значении знаменателя $y = 0$. Именно для того, чтобы скомпенсировать подобные разрывы при построении фазового портрета, вводится поправка Δ_k .

Видно, что разность фаз однозначно связана с мелкомасштабной радиальной структурой монохроматической альфвеновской волны и не зависит ни от времени, ни от её структуры вдоль магнитных силовых линий и в азимутальном направлении. Более того, поскольку итоговое выражение для разности фаз не зависит от $H(x^1, x^3, \omega)$, данный подход применим как к бегущим вдоль силовой линии волнам, так и к стоячим.

Модифицированное выражение для разности фаз в дипольной системе координат имеет вид:

$$\Delta\Phi(a, \omega) = -\arctg \frac{\operatorname{Re}[\nabla_a U(a, \omega)/U(a, \omega)]}{\operatorname{Im}[\nabla_a U(a, \omega)/U(a, \omega)]} + \Delta_k. \quad (71)$$

В этом выражении вместо координаты x^1 используется экваториальный радиус магнитной оболочки a .

Имея модельные «фазовые портреты» для различных типов мелкомасштабных альфвеновских волн, можно сравнить их с «фазовыми портретами» колебаний, наблюдаемых на спутнике, пересекающем область их локализации, и определить тип наблюдаемых альфвеновских волн.

2.2.1 Фазовые портреты азимутально-крупномасштабных волн с $m \sim 1$

В предыдущей главе были построены поперечная структура и разность фаз для кинетических альфвеновских волн в области переходного слоя между двумя типами дисперсии. Рассмотрим теперь один из предельных случаев в дипольной системе координат. Характерные радиальные масштабы таких волн (поперечная длина волны либо масштаб локализации) много меньше азимутального и такие волны называются тороидальными. Для тороидальных волн справедливы следующие отношения между компонентами электромагнитного поля: $|B_\phi| \gg |B_r|, |E_r| \gg |E_\phi|, |E_\parallel|$.

Как уже было ранее упомянуто, источником тороидальных волн является возбуждение БМЗ-волнами через механизм резонанса силовых линий. Сами же БМЗ-волны могут генерироваться, например, в результате неустойчивости Кельвина-Гельмгольца [Mills et al., 1999; Fujita et al., 1996; Mishin, Morozov, 1996; Pu, Kivelson, 1983; Leonovich, Kozlov, 2019], либо при проникновении солнечного ветра в магнитосферу [Kerko et al., 2002; McKenzie, 1970; Dmitrienko, 2013].

Для исследования тороидальных волн используем уравнение (59), в котором правая часть описывает крупномасштабную структуру БМЗ-волны. Используя представление (69) для потенциала φ , в главном порядке теории возмущений и с учётом малых параметров, получаем уравнение:

$$\hat{L}_T H \equiv \frac{\partial}{\partial l} p \frac{\partial H(a, l, \omega)}{\partial l} + p \frac{\omega^2}{v_A^2} H(a, l, \omega) = 0, \quad (72)$$

описывающее продольную структуру поля альфвеновской волны вдоль силовой линии. Здесь $p = \sqrt{g_\phi/g_a}$, l – длина силовой линии, используемая в качестве продольной координаты.

Пусть ионосфера является идеально проводящей сферической поверхностью радиуса r_i . Для численных расчётов будем использовать $r_i = 1.2R_E$. Тогда на ионосфере $\varphi(a, \theta_i, m, \omega) = 0$, что приводит к следующим граничным условиям:

$$H(a, \pm\theta_i, \omega) = 0. \quad (73)$$

Уравнение (72) с граничными условиями (73) является задачей на собственные значения. Его решение – собственные функции $H_N = T_N(a, \theta, \Omega_{TN})$, описывающие продольную структуру стоячих тороидальных альфвеновских волн с соответствующими собственными частотами $\omega = \Omega_{TN}(a)$, где $N = 1, 2, 3 \dots$ – номер гармоники. Численно найденная продольная структура $T_N(a, \theta, \Omega_{TN})$ для первых двух гармоник на магнитной оболочке с экваториальным радиусом $a = 2R_E$ показана на рисунке 10а. На рисунке 10б показано соответствующее распределение собственных частот Ω_{TN} для нескольких первых гармоник в диапазоне магнитных оболочек $2R_E \leq a \leq 8R_E$.

Используем следующую нормировку собственных функций:

$$\int_{l_-}^{l_+} \frac{p}{v_A^2} T_N^2 dl = 1, \quad (74)$$

где $l_\pm$ – точки, в которых магнитные силовые линии достигают ионосферы в Северном и Южном полушарии. Подставим выражение для потенциала φ в форме (69) в уравнение (59) и обозначим $H_N \equiv T_N(a, \theta, \Omega_{TN})$, $U_N' \equiv \nabla_a U_N(a)$. Затем домножим получившееся уравнение на $T_N(a, \theta, \Omega_{TN})$ и проинтегрируем его вдоль координаты l в пределах от l_- до l_+ . В результате уравнение примет вид:

$$\sigma_N \frac{\partial^2 U_N'}{\partial a^2} + \left[\frac{(\omega + i\gamma)^2}{\Omega_{TN}^2} - 1 \right] U_N' = I_N, \quad (75)$$

где $U_N' \equiv \nabla_a U_N(a)$, а I_N определяется крупномасштабной функцией ψ , которую можно считать в нашем случае константой. Параметр σ_N определяется как:

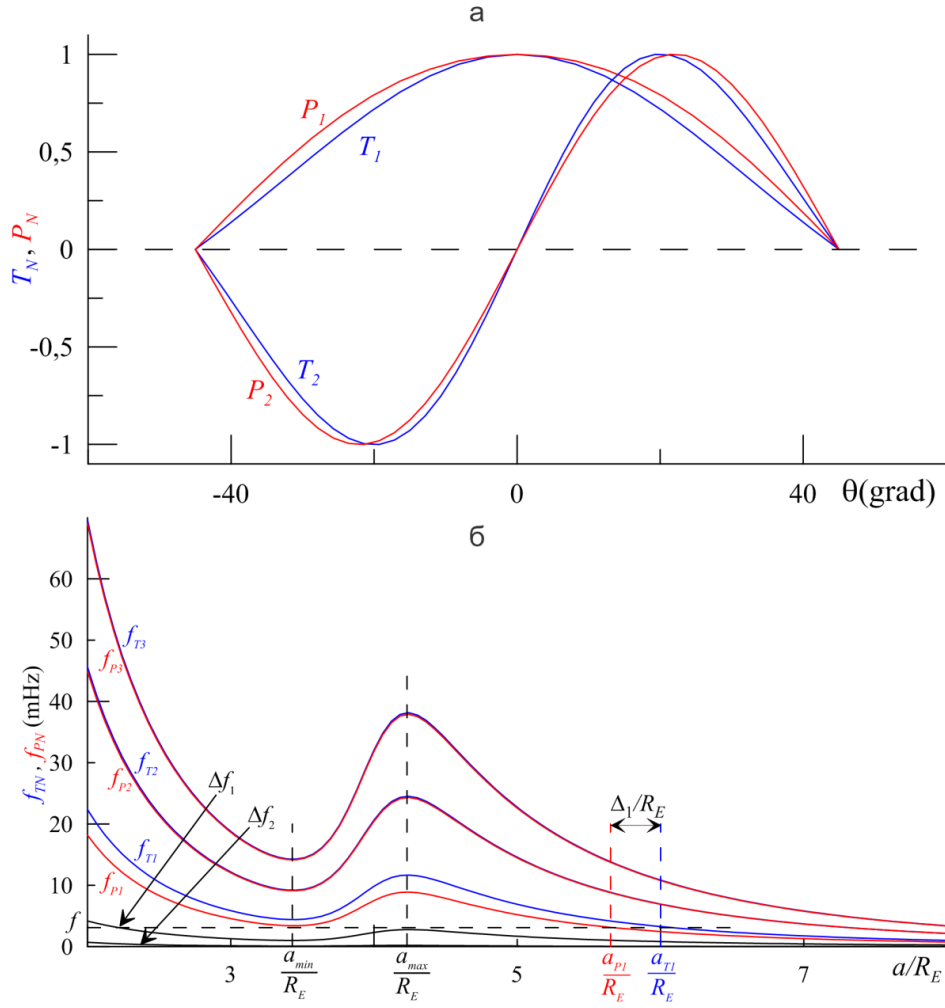


Рисунок 10. Распределение собственных значений и собственных частот. а) Широтное распределение собственных значений полоидальной гармоники P_N (красным цветом) и тороидальной гармоники T_N для первых двух гармоник. б) Радиальное распределение собственных частот Ω_{PN} , Ω_{TN} для полоидальной и тороидальной гармоники соответственно в диапазоне магнитных оболочек $2R_E \leq a \leq 8R_E$.

$$\sigma_N = \int_{l_-}^{l_+} \frac{p\Lambda^2}{g_a v_A^2} T_N^2 dl. \quad (76)$$

Теперь рассмотрим подробнее некоторые свойства таких колебаний. В уравнении (75) есть два малых параметра: $|\gamma| \ll \omega$ и $|\sigma_N| \ll |a_N|^2$, где $a_N = [\nabla_a \ln \Omega_{TN}(a)]_{a=a_{TN}}^{-1}$ — характерный пространственный масштаб изменения собственной частоты Ω_{TN} в окрестности резонансной поверхности. В главе 1 было

показано, что в случае, когда $|\gamma/\omega| \gg |\sigma_N/a_N^2|^{1/3}$, первым слагаемым в уравнении (75) можно пренебречь, что приводит к уравнению вида:

$$U'_N \approx \frac{I_N \Omega_{TN}^2}{(\omega + i\gamma)^2 - \Omega_{TN}^2}, \quad (77)$$

$$U_N \approx -\frac{I_N \Omega_{TN}}{2\Omega'_{TN}} \ln[(\omega + i\gamma)^2 - \Omega_{TN}^2]. \quad (78)$$

В данном случае амплитуда альфвеновской волны вблизи резонансной поверхности определяется параметром γ , который, в зависимости от знака, приводит к уменьшению или увеличению её амплитуды. Назовём условно такие волны резонансными диссипативными альфвеновскими волнами.

Численно рассчитанное радиальное распределение поперечных компонент магнитного поля B_r и B_ϕ , а также разность фаз $\Delta\Phi$ представлены на рисунке 9. Характерный масштаб области, в которой разность фаз $\Delta\Phi(a)$ меняется наиболее сильно, составляет приблизительно $\bar{a} \approx |\gamma/\omega| a_N$. Из рисунка 9б видно, что $a_N \approx R_E$ в области внешней магнитосферы, в котором расположена исследуемая тороидальная поверхность. Тогда $\bar{a} \approx 5 - 10$ км для колебаний с отношением $|\gamma/\omega| = 0.001$ и $\bar{a} \approx 500 - 1000$ км для колебаний с $|\gamma/\omega| = 0.1$. Такие оценки соответствуют экваториальной плоскости магнитосферы, в которой $\theta = 0$. Чтобы оценить эти значения на произвольной широте, необходимо домножить их на фактор $\sqrt{g_a(\theta)}$. Величина γ также характеризует амплитуду колебаний на резонансной поверхности. Чем меньше величина $|\gamma|$, тем меньше область локализации колебаний $\bar{a}$ и выше их амплитуда.

Разность фаз подобной волны в окрестности тороидальной поверхности совершает переход на π и в области справа от резонансной поверхности стремится к $\Delta\Phi \approx -\pi/2$. Знак перехода зависит от того, является ли волна затухающей или неустойчивой: в первом случае значение разности фаз уменьшается от $\Delta\Phi \approx \pi/2$ при движении наружу в направлении поперёк магнитных оболочек, во втором случае разность фаз увеличивается от значения $\Delta\Phi \approx -3\pi/2$. Учитывая особенность функции $\arctg(x)$, разность фаз для удобства восприятия можно свободно сдвигать на любые значения, кратные π .

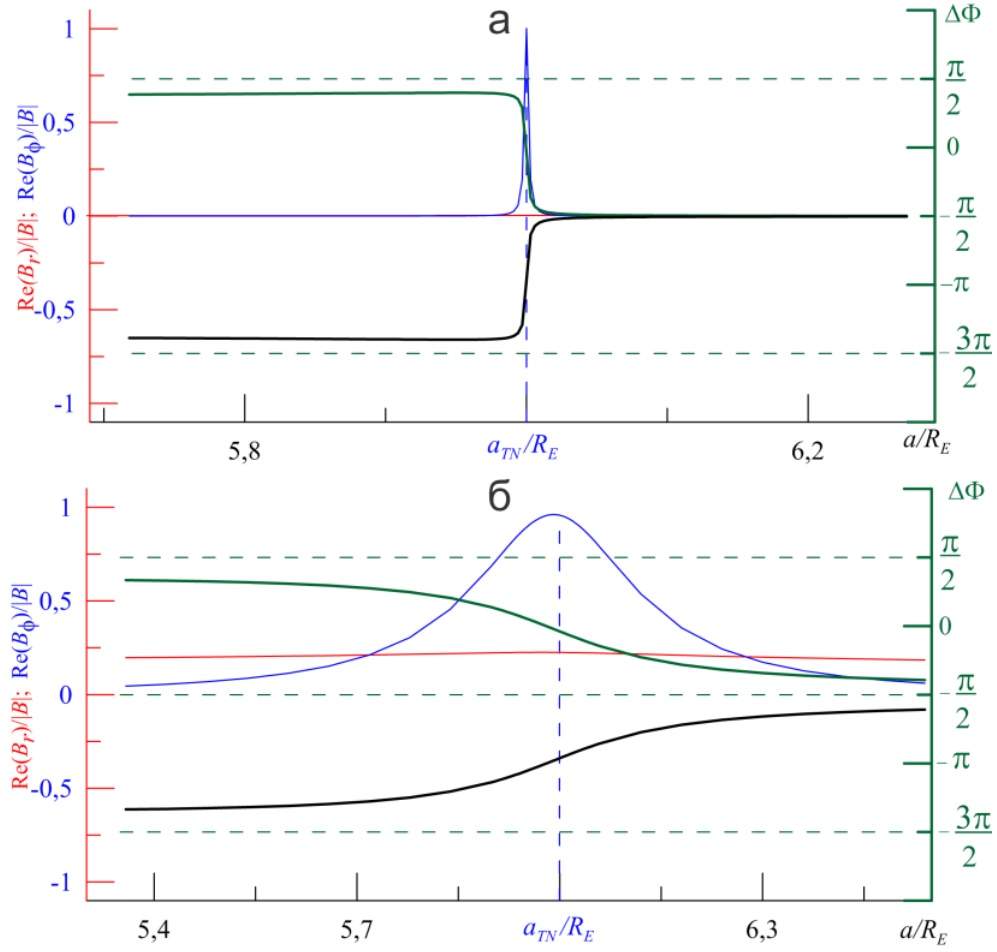


Рисунок 11. Пример построения «фазового портрета» для резонансной диссипативной тороидальной волны. Красной и синей линией показаны радиальные (поперёк магнитных оболочек) структуры соответственно радиальной (B_r) и азимутальной (B_ϕ) компонент магнитного поля волны. Зелёной линией показана разность фаз между этими компонентами для затухающих ($\gamma < 0$) колебаний. Чёрной линией показана разность фаз для аналогичных неустойчивых ($0 < \gamma \ll \omega$) колебаний. а) Слабозатухающие/слабонеустойчивые колебания при $|\gamma| = 10^{-3}$. б) Умеренно затухающие/умеренно неустойчивые колебания при $|\gamma| = 10^{-1}$.

В большей части магнитосферы распределение $\Delta\Phi(a)$ для резонансной диссипативной альфвеновской волны должно быть именно таким, каким оно является согласно рисунку 11. Однако в области переходного слоя плазмопаузы

$a_{min} < a < a_{max}$ поведение разности фаз $\Delta\Phi$ будет зеркальным относительно представленного на рисунке 11.

Рассмотрим теперь резонансные кинетические альфвеновские волны с $m \sim 1$, удовлетворяющих условию $|\gamma/\omega| \ll |\sigma_N/a_N^2|^{1/3}$. Механизм их генерации тот же, что и у диссипативных альфвеновских тороидальных волн – резонанс силовых линий (field line resonance). Пусть точка поворота $a = a_0$, разделяющая области прозрачности и непрозрачности для КАВ, является также резонансной поверхностью, определяемой условием $\omega = \Omega_{TN}(a_0)$. Численное решение уравнения (75) представлено на рисунке 12. Рассмотрим подробнее особенности поведения структуры таких волн и их разности фаз $\Delta\Phi$.

Будучи очень мелкомасштабными по координате a , кинетические альфвеновские волны могут быть описаны с использованием ВКБ-приближения даже в областях, расположенных относительно недалеко от точки поворота. Для удобства восприятия, уравнение (75) можно один раз проинтегрировать по координате a , удерживая все крупномасштабные функции вне интеграла, так как они меняются совсем незначительно на масштабе локализации альфвеновской волны. Результат будет аналогичен уравнению (75), но с функцией $U(a)$ вместо функции $U'_N(a)$ в левой части. В правой части проинтегрированная по координате a функция источника также меняется мало. В области прозрачности общее решение уравнения (75) может быть представлено в виде:

$$U_N = \frac{1}{\sqrt{k_a}} \left[C_1 \exp \left(i \int_{a_0}^a k_a(a') da' \right) + C_2 \exp \left(-i \int_{a_0}^a k_a(a') da' \right) \right], \quad (79)$$

где

$$k_a^2(a) = \frac{(\omega + i\gamma)^2 - \Omega_{TN}^2}{\sigma_N \Omega_{TN}^2} \quad (80)$$

является квадратом поперечной компоненты волнового вектора кинетической альфвеновской волны в ВКБ-приближении. В случае, когда $\sigma_N > 0$, в области прозрачности ($\text{Re} k_a^2 > 0$) имеем $\omega^2 > \Omega_{TN}^2$. Тогда первое слагаемое в уравнении (79) описывает волну, убегаящую от резонансной поверхности, а второе – волну, падающую на неё. В области непрозрачности ($\text{Re} k_a^2 < 0$) решение,

удовлетворяющее граничным условиям (конечная амплитуда при $|a - a_0| \rightarrow \infty$) имеет вид:

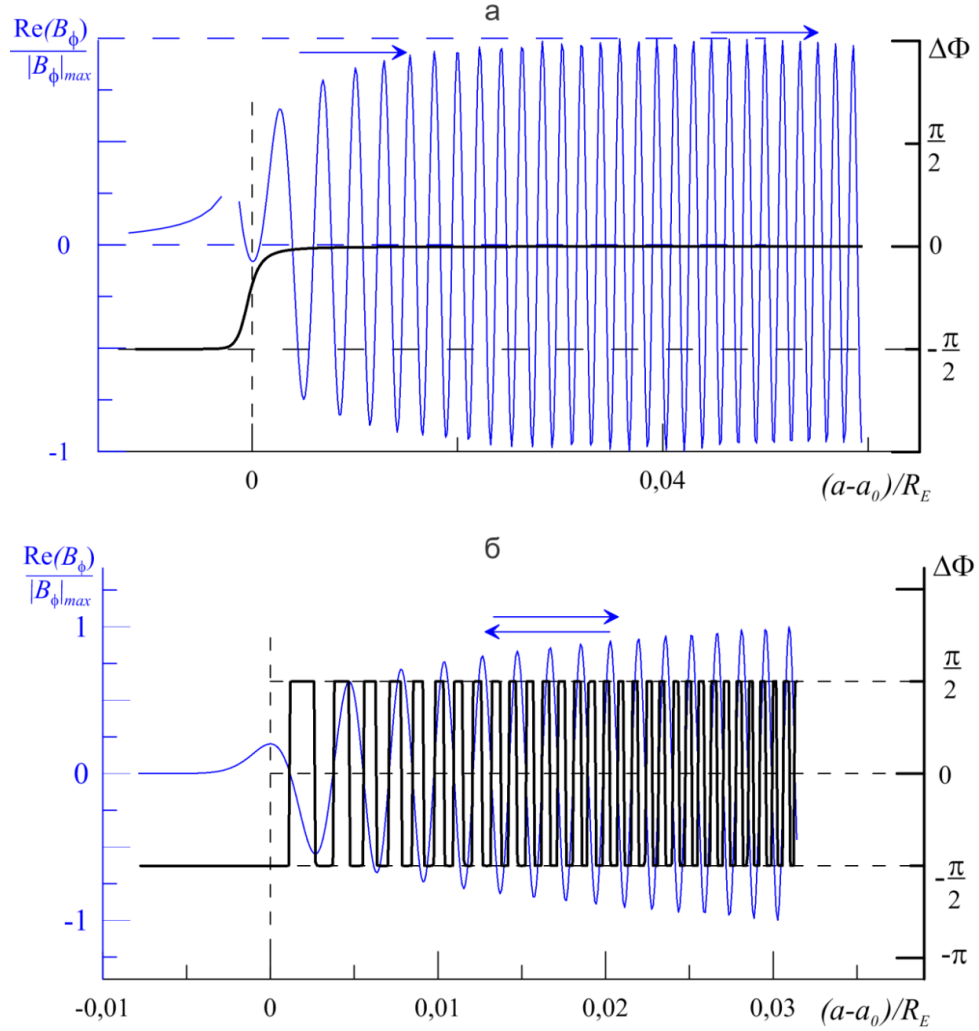


Рисунок 12. Фазовые портреты кинетических альфвеновских волн в дипольной системе координат. а) Случай резонансной кинетической альфвеновской волны. Синим цветом – нормированная азимутальная компонента магнитного поля $Re(B_\phi)/|B_\phi|_{max}$. Чёрным цветом – разность фаз $\Delta\Phi$. б) Случай падения и отражения кинетической альфвеновской волны от точки поворота a_0 .

$$U_N = \frac{c_3}{\sqrt{k_a}} \exp\left(i \int_{a_0}^a k_a(a') da'\right), \quad (81)$$

где знак перед корнем $k_a = \pm\sqrt{k_a^2}$ выбирается таким образом, чтобы амплитуда колебаний убывала.

Стоит отметить, что в этом случае и фазовая, и групповая скорость КАВ имеют одинаковый знак. В таком случае первое слагаемое в уравнении (79) описывает волну, убегаящую от резонансной поверхности ($C_1 \neq 0, C_2 = 0$), когда область прозрачности расположена справа от неё. Если же $\sigma_N < 0$, то фазовая и групповая скорости имеют противоположные знаки. Тогда волна, уносящая энергию от резонансной поверхности с групповой скоростью v_{gr} , описывается вторым слагаемым ($C_1 = 0, C_2 \neq 0$). Данные рассуждения в целом являются аналогичными тем, что были представлены в главе 1 для кинетических альфвеновских волн в одномерно-неоднородной модели с прямыми силовыми линиями. Рисунок 12а демонстрирует поведение КАВ как раз для такого случая.

Из-за того, как используется процедура численного интегрирования, на рисунке 11а есть небольшой «зазор» в распределении азимутальной компоненты магнитного поля слева от точки поворота. Интегрирование начинается из области прозрачности в сторону резонансной поверхности. Когда достигается область непрозрачности — начинает возникать численная ошибка из-за паразитного экспоненциально растущего решения (которое, в случае аналитического решения, считают равным нулю). Поэтому структура в области непрозрачности представлена асимптотическим решением.

Разность фаз $\Delta\Phi$ меняется от значения $\Delta\Phi = -\pi/2$ в области непрозрачности до значения $\Delta\Phi = 0$ в области прозрачности. Этот результат можно сравнить с предыдущим случаем диссипативной тороидальной альфвеновской волны, в которой области прозрачности были расположены по обе стороны резонансной поверхности, следовательно, разность фаз там была кратна целому числу π .

Характерный масштаб, на котором разность фаз меняется вблизи резонансной поверхности между областями прозрачности и непрозрачности, приблизительно равен поперечной длине волны $\lambda_N = |a_N \sigma|^{1/3}$ [Leonovich, Mazur, 1989]. Полагая $\sigma \approx 1$ км, получаем $\lambda_N \approx 18.3$ км в исследуемой области внешней магнитосферы ($L \approx 6$). Аналогично случаю диссипативной тороидальной

альфвеновской волны, данное значение получено для экваториальной плоскости. Чтобы найти его на произвольной магнитной широте θ , необходимо помножить полученное значение на $\sqrt{g_a(\theta)}$.

Если же источник монохроматических кинетических альфвеновских волн расположен далеко от магнитной оболочки, определяемой условием $\omega = \Omega_{TN}(a_0)$, тогда a_0 уже не будет являться резонансной поверхностью, а останется лишь точкой поворота. В таком случае волновая структура будет представлять собой кинетическую альфвеновскую волну, падающую на область, соответствующей точке поворота, а затем отражённую от неё. Тогда правая часть уравнения (75) равняется нулю вблизи этой области. ВКБ-решение представлено в виде уравнения (81) в области непрозрачности. В области прозрачности структура определяется уравнением (79), в котором обе константы, описывающие падающую и отражённую волну, не равны нулю. Численное решение для этого случая представлено на рисунке 126.

Разность фаз в области непрозрачности имеет значение $\Delta\Phi = \pi/2$, а в области прозрачности разность фаз имеет резкие скачки с периодом, соответствующим длине волны λ_N . Это объясняется тем фактом, что волновое поле, формируемое возле точки поворота в области прозрачности, имеет вид стоячей волны, описываемой гармонической функцией вида:

$$U_N = \frac{C}{\sqrt{k_a}} \sin\left(\int_{a_0}^a k_a(a') da' + \frac{\pi}{4}\right), \quad (82)$$

где C – константа. Из определения разности фаз (71) следует, что скачки в распределении $\Delta\Phi$ происходят тогда, когда функция $\text{Im}(\nabla_a U_N(a)/U_N(a))$ проходит через нуль. Когда мнимая часть частоты $|\gamma|$ возрастает, амплитуда колебаний разности фаз $\Delta\Phi$ уменьшается, а их пространственный масштаб увеличивается.

2.2.2 Фазовый портрет азимутально-мелкомасштабных волн с $m \gg 1$

Рассмотрим альфвеновские волны с $m \gg 1$, которые обычно считаются полоидальными. Величина радиальной компоненты магнитного поля в таких

волнах много больше величины азимутальной компоненты ($B_r \gg B_\phi$), а у компонент электрического поля соотношение обратное ($E_r \ll E_\phi$). Однако это не всегда так в неоднородной плазме с криволинейными силовыми линиями. Поле азимутально-мелкомасштабных альфвеновских волн описывается однородным уравнением (63). Его левая часть состоит из двух слагаемых, одно из которых пропорционально k_2^2 , а другое пропорционально второй производной ∇_1^2 от потенциала φ . Для решения такого уравнения скалярный потенциал φ можно представить в виде выражения (69) аналогично случаю тороидальных альфвеновских волн. В предельном случае $k_2 \sim m \rightarrow \infty$, мы получаем из уравнения (60) в главном порядке теории возмущения:

$$L_P H \equiv \frac{\partial}{\partial l} p^{-1} \frac{\partial H(a, l, \omega)}{\partial l} + p^{-1} \frac{\omega^2}{v_A^2} H(a, l, \omega) = 0. \quad (83)$$

Это уравнение описывает продольную структуру полоидальных альфвеновских волн. Если ионосфера полагается идеально проводящей сферической поверхностью, как это было и ранее, граничные условия для альфвеновских волн примут вид выражения (73). В таком случае решения уравнения (83) являются собственными функциями $H_N \equiv P_N(a, \theta, \Omega_{PN})$ с соответствующими собственными частотами $\omega = \Omega_{PN}(a)$. Численное решение уравнения (83) представлено на рисунке 13. Видно, продольная структура полоидальных стоячих альфвеновских волн отличается незначительно от структуры тороидальных альфвеновских волн. Распределение собственной частоты Ω_{PN} также схоже с поведением Ω_{TN} для гармоник $N > 1$. Однако для фундаментальной гармоники разница между собственными частотами уже весьма ощутима ($\Delta\Omega_1 = \Omega_{T1}(a) - \Omega_{P1}(a)$). Стоит отметить, что подобная ситуация характерна лишь для приближения «холодной плазмы». В плазме с достаточно высоким давлением или в движущейся плазме разница частот $\Delta\Omega_N$ для $N > 1$ становится сравнимой с таковой у фундаментальной гармоники альфвеновских волн [Klimushkin, 2004; Kozlov et al., 2006].

Как уже было ранее упомянуто, альфвеновские волны с большими, но конечными значениями азимутального волнового числа ($m \gg 1$) имеют сложную радиальную структуру. Их поперечная дисперсия определяется кривизной силовых линий магнитного поля [Leonovich, Mazur, 1990]. В работе [Leonovich, Mazur, 1993] было получено решение неоднородного уравнения (63), описывающее структуру такой волны в дипольной магнитосфере. Было показано, что монохроматический источник (например, сторонние токи в ионосфере) возбуждает N -ую гармонику стоячей альфвеновской волны на полоидальной резонансной поверхности $a = a_{PN}$, частота которой равняется $\omega = \Omega_{PN}(a_{PN})$. Затем волна распространяется в направлении поперёк магнитных оболочек от полоидальной к тороидальной резонансной поверхности, сохраняя форму стоячей волны вдоль линий магнитного поля. В итоге волна полностью поглощается вблизи тороидальной поверхности, где её структура описывается уже уравнением (75).

Таким образом, волна имеет полоидальную поляризацию вблизи полоидальной резонансной поверхности ($a = a_{PN}$) и тороидальную поляризацию вблизи тороидальной резонансной поверхности ($a = a_{TN}$). В области между этими поверхностями, но достаточно далеко от них, волна имеет смешанную поляризацию ($|B_r| \sim |B_\phi|, |E_r| \sim |E_\phi|$).

Для упрощения описания таких волн в работе [Leonovich, Mazur, 1997] было предложено следующее модельное уравнение:

$$\nabla_a[(\omega + i\gamma)^2 - \Omega_{TN}^2(a)]\nabla_a U_N - k_y^2[(\omega + i\gamma)^2 - \Omega_{PN}^2(a)]U_N = I_N, \quad (84)$$

описывающее радиальную структуру N -ой гармоники стоячей альфвеновской волны. Здесь Ω_{PN} – собственная частота полоидальной гармоники, Ω_{TN} – собственная частота тороидальной гармоники, γ – декремент затухания, I_N – величина, описывающая источник таких волн. Согласно [Leonovich, Mazur, 1996], данную величину можно считать постоянной, поэтому она не играет значительной роли в данном исследовании. Величина квадрата азимутальной компоненты волнового вектора определяется как $k_y^2 = (\alpha_P/\alpha_T) m^2/a^2$, где:

$$\alpha_P = \int_{l_-}^{l_+} \frac{dl}{pv_A^2}, \quad \alpha_T = \int_{l_-}^{l_+} \frac{pdl}{v_A^2}, \quad (85)$$

$p = \sqrt{g_\phi/g_a}$. Интегрирование в формулах (82) ведётся вдоль силовой линии от l_- до l_+ – точек, где магнитные силовые линии достигают ионосферы в Южном и Северном полушарии соответственно.

Теперь рассмотрим область монотонного изменения функций $\Omega_{TN}(a)$ и $\Omega_{PN}(a)$ вдали от экстремумов в их распределении. Чтобы решить уравнение (84) в данном случае, представим функции $\Omega_{TN}(a)$ и $\Omega_{PN}(a)$ вблизи резонансных поверхностей через линейные аппроксимации вида:

$$\Omega_{PN}^2(a) \approx \omega^2 \left(1 + \frac{a - a_{PN}}{a_N}\right), \quad \Omega_{TN}^2(a) \approx \omega^2 \left(1 + \frac{a - a_{TN}}{a_N}\right), \quad (86)$$

где $a_N \approx (\nabla_a \ln \Omega_{PN})_{a=a_{PN}}^{-1} \approx (\nabla_a \ln \Omega_{TN})_{a=a_{TN}}^{-1}$ – характерный масштаб изменения этих функций вблизи полоидальной и тороидальной резонансной поверхности соответственно. Подставляя эти выражения в уравнение (84), получаем:

$$\nabla_a [a - a_{TN} + i\epsilon] \nabla_a U_N - k_y^2 [a - a_{PN} + i\epsilon] U_N = b_N, \quad (87)$$

где $\epsilon = 2\gamma a_N/\omega$, $b_N = I_N a_N / a_T \omega^2 \approx \text{const}$. Решение этого уравнения, удовлетворяющее граничным условиям (конечные амплитуды колебаний в областях непрозрачности) имеет вид [Leonovich, Mazur, 1997]:

$$U_N(a) = i \frac{b_N}{k_y} \int_0^\infty \exp \left[ik(a - a_{TN}) - k|\epsilon| + ik_y \Delta_N \arctg \frac{k}{k_y} \right] \frac{dk}{\sqrt{k^2 + k_y^2}}, \quad (88)$$

где $\Delta_N = a_{TN} - a_{PN}$ – дистанция между тороидальной и полоидальной резонансной поверхностью.

Рассмотрим некоторые пространственные характеристики таких волн. Так, поперечная длина волны в таком случае меняется при движении от полоидальной к тороидальной резонансной поверхности от значения $\lambda_{PN} \gg t/a$ до $\lambda_{TN} \ll t/a$. Например, для гармоники с азимутальным волновым числом $m = 100$ имеем $\lambda_{P1} \approx 0.029 R_E \approx 185$ км на экваториальной плоскости во внешней магнитосфере, где $a_N \approx R_E$, $\Delta\Omega_1/\Omega_{P1} \approx 0.25$. Чтобы получить значение длины волны λ_{P1i} на ионосфере, необходимо домножить λ_{P1} на геометрический фактор $R_i = \sqrt{g_a(\theta_i)} \approx 1/\sqrt{L^2(4L - 3)}$. Так, на магнитной оболочке $L = 6$ имеем $\lambda_{P1i} \approx 6.7$ км

на ионосфере. Соответствующие оценки поперечной длины волны для тороидальной поверхности $\lambda_{TN} \approx a_N \omega / (\Delta \Omega_N m^2)$ это $\lambda_{T1} \approx 2.5$ км в экваториальной плоскости и $\lambda_{T1i} \approx 0.1$ км на ионосфере.

Решение (88) уравнения (87) для волны с очень большим значением азимутального волнового числа ($m = 500$) представлено на рисунке 13. Частота монохроматического источника выбрана как $f = \omega / 2\pi = 2.8$ МГц. Полоидальная поверхность расположена на оболочке $L = a_{PN} / R_E = 5.3$, а тороидальная на оболочке $L = a_{TN} / R_E = 6$. Волна генерируется в окрестности полоидальной поверхности, а затем движется к тороидальной, меняя поляризацию.

Стоит отметить, что для случая малой степени затухания/роста ($|\gamma| = 0.001\omega$), уравнение (87) описывает затухающие по амплитуде колебания в областях непрозрачности слева от полоидальной поверхности a_{P1} и справа от тороидальной поверхности a_{T1} . Соответственно, разность фаз составляет $\Delta\Phi = \pi/2$ для затухающих и $\Delta\Phi = -3\pi/2$ для растущих на асимптотике слева от полоидальной поверхности. При этом справа от тороидальной поверхности разность для обоих случаев составляет $\Delta\Phi = -\pi/2$. В области прозрачности $a_{P1} < a < a_{T1}$ радиальная структура альфвеновских колебаний представляет собой волну, бегущую от полоидальной к тороидальной резонансной поверхности.

В области прозрачности функция $\Delta\Phi(a)$ имеет малые периодические колебания возле среднего значения $\Delta\Phi = 0$ для слабозатухающих колебаний и $\Delta\Phi = -\pi$ для слабонеустойчивых. Такая ситуация несколько схожа со случаем резонансной кинетической альфвеновской волны, убегающей от резонансной поверхности a_0 . Малые вариации $\Delta\Phi$ в данном случае связаны с намного большей радиальной длиной волны, чем у КАВ. Более того, с подобным значением азимутального волнового числа, такие колебания не способны достичь таких асимптотик в области прозрачности, где для них было бы применимо ВКБ-приближение.

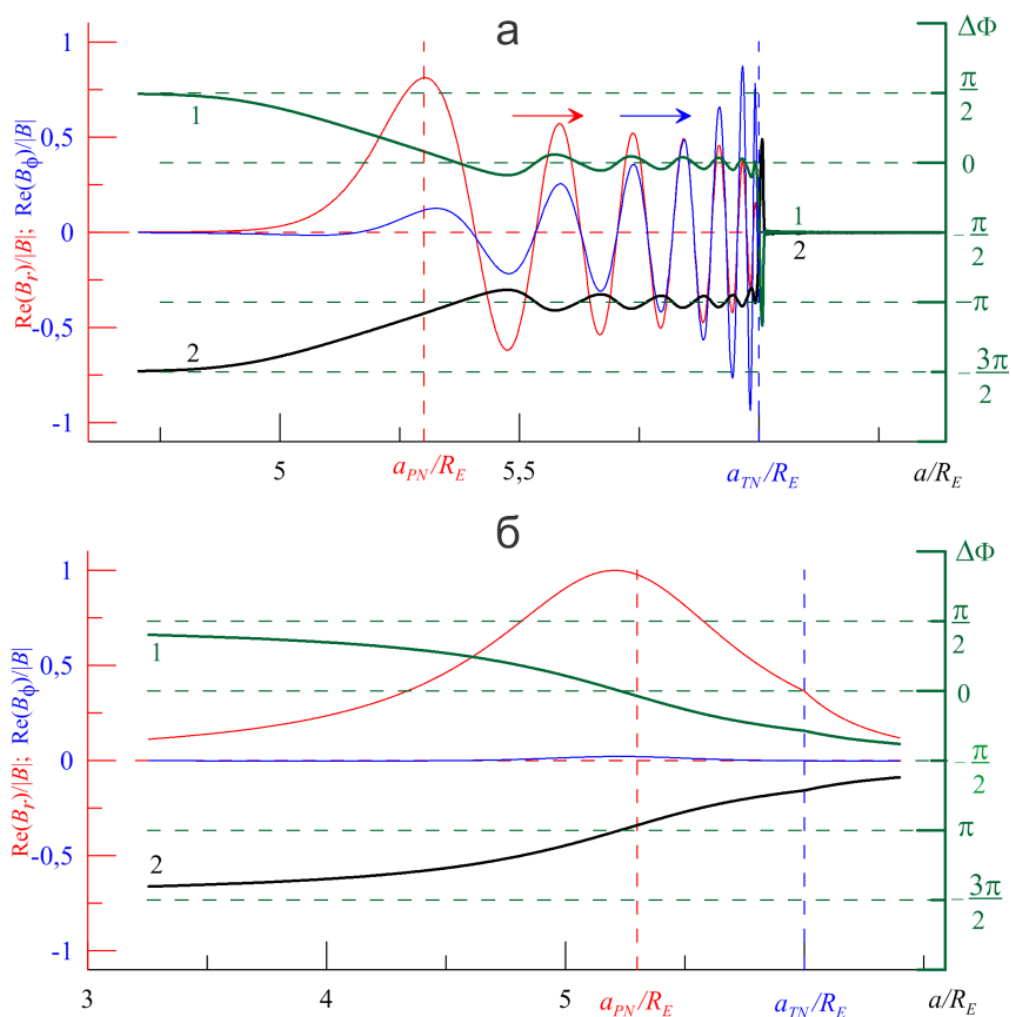


Рисунок 13. Пример построения «фазового портрета» для основной гармоники стоячих альфвеновских волн с предельно большим азимутальным волновым числом ($m = 500$). Красной и синей линией показаны радиальные (поперёк магнитных оболочек) структуры соответственно радиальной (B_r) и азимутальной (B_ϕ) компонент магнитного поля волны. Зелёной линией показана разность фаз между этими компонентами для затухающих ($\gamma < 0$) колебаний. Чёрной линией показана разность фаз для аналогичных неустойчивых ($0 < \gamma \ll \omega$) колебаний. а) Слабозатухающие/слабонеустойчивые колебания при $|\gamma| = 10^{-3}$. б) Умеренно затухающие/умеренно неустойчивые колебания при $|\gamma| = 10^{-1}$.

Подобное распределение поля альфвеновских волн с $m \gg 1$ является довольно редким событием в реальной магнитосфере. Чтобы наблюдать такое – необходимы специфичные условия: колебания должны быть практически

стационарными, то есть почти не убывать и не возрастать со временем. События, описанные в работах [Dai et al, 2013; Leonovich et al, 2015], могут служить такими примерами. Однако, скорее всего, амплитуда поля альфвеновских волн с $m \gg 1$ либо значительно падает, либо возрастает со временем. Расчёты для умеренно затухающих и умеренно неустойчивых колебаний показаны на рисунке 12б. Разность фаз в этом случае ведёт себя так же, за исключением того, что исчезает периодическое поведение в области прозрачности между тороидальной и полоидальной поверхностью.

Теперь посмотрим, что случится с радиальным распределением поперечных компонент магнитного поля и разностью фаз при уменьшении азимутального волнового числа. На рисунке 14 представлены случаи для значений азимутального волнового числа $m = 100, 50, 20$. Для них была построена структура и разность фаз только для слабозатухающих (слабонеустойчивых) колебаний $|\gamma| = 10^{-3}$. Случаи умеренно неустойчивых и умеренно затухающих колебаний здесь не приведены, так как они практически не отличаются между собой.

На асимптотиках $|a - a_{T1}| \rightarrow \pm\infty$ разность фаз стремится к значениям, аналогичным случаю тороидальных альфвеновских волн с $m \sim 1$. Так, при $a - a_{T1} \rightarrow \infty$ разность фаз стремится к $\Delta\Phi = -\pi/2$, а при $a - a_{T1} \rightarrow -\infty$ разность фаз стремится к $\Delta\Phi = \pi/2$ для слабозатухающих колебаний и к $\Delta\Phi = -3\pi/2$ для слабонеустойчивых, что аналогично случаю волны с очень большим азимутальным волновым числом $m = 500$. Существенная разница в поведении разности фаз наблюдается лишь в окрестности тороидальной поверхности, где наблюдаются скачки на величину порядка $\pi/2$. Такая вариация меняется нерегулярно при уменьшении значения азимутального волнового числа m и совсем исчезает в пределе $m \rightarrow 1$, ожидаемо переходя в случай тороидальной альфвеновской волны.

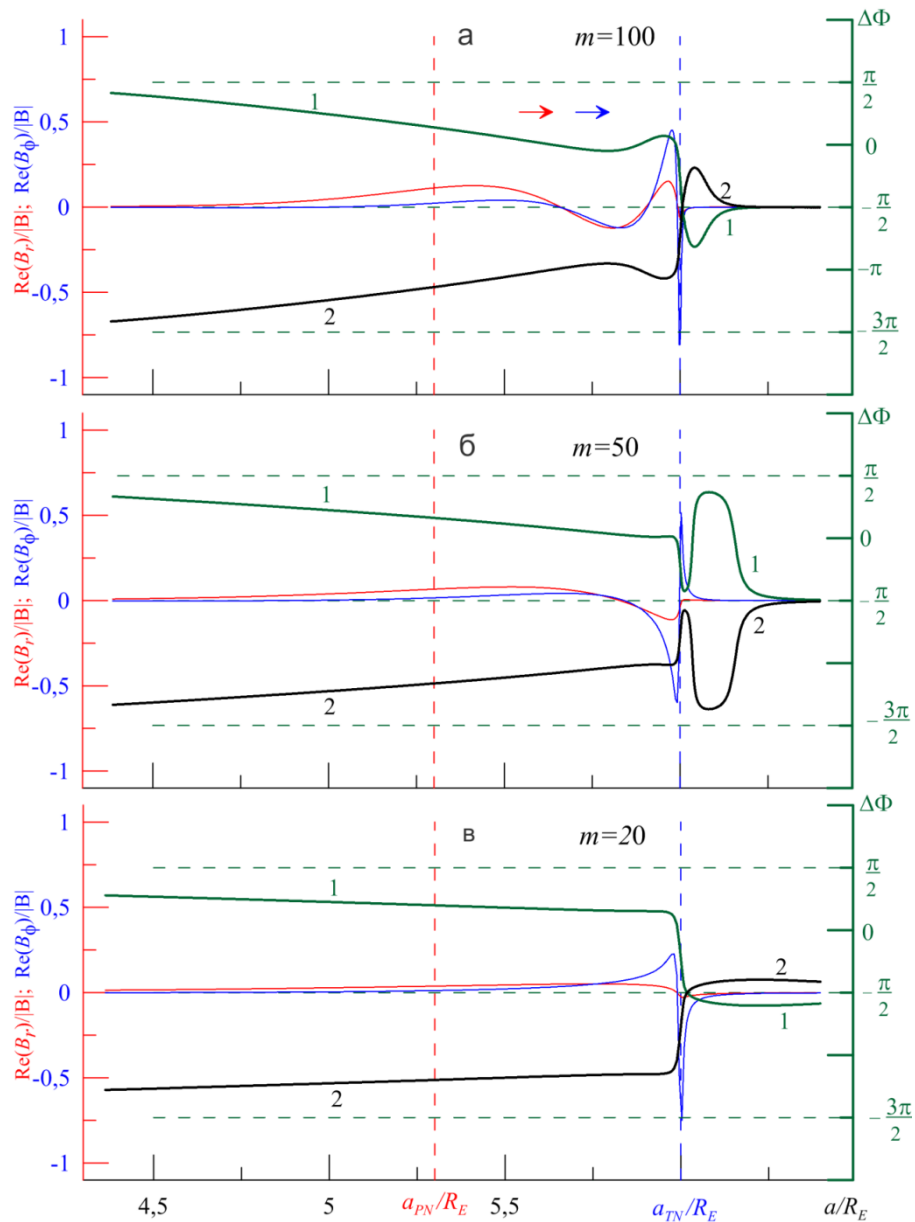


Рисунок 14. Пример построения «фазового портрета» для основной гармоники стоячих альфвеновских волн с разными значениями азимутального волнового числа для слабозатухающих/слабонеустойчивых колебания при $|\gamma| = 10^{-3}$. Обозначения те же, что и на рисунке 13. а) Случай при $m = 100$. б) Случай при $m = 50$. в) Случай при $m = 20$.

2.2.3 Фазовый портрет для резонатора полоидальных альфвеновских волн

Как было продемонстрировано ранее, альфвеновские волны с $m \gg 1$ могут распространяться поперёк магнитных оболочек в дипольно-подобной

магнитосфере. Однако вблизи локального минимума в приближении холодной плазмы в распределении полоидальных собственных частот существует область, ограниченная двумя полоидальными поверхностями a_- и a_+ , которая является резонатором (волноводом) [Leonovich, Mazur, 1995b; Mager et al, 2018]. Внутри резонатора могут возбуждаться полоидальные $|B_{rn}(a)| \gg |B_{\phi n}(a)|$ волны с собственными частотами $\omega = \omega_{nN}$, где $n = 0, 1, 2 \dots$ – номера собственных мод резонатора.

Стоит отметить, что запирающие волн между двумя точками поворота может происходить и в других областях околоземного космического пространства [Lysak, Yoshikawa, 2006]. Хорошо известно явление шумановского резонанса в системе Земля-ионосфера, играющее важную роль в мониторинге глобальных явлений электрической природы, например, грозовой активности [Schumann, 1952]. Хорошо изучен ионосферный альфвеновский резонатор (ИАР), который формируется внутри ионосферы между ее основанием и областью выше максимума F-слоя [Поляков, Рапопорт, 1981]. Наконец, в магнитосфере также возможно формирование резонаторов для ионно-циклотронной и ион-ионной гибридной моды. В продольном направлении такие волны оказываются заперты между точками отражения вблизи геомагнитного экватора [Guglielmi et al., 2001; Mikhailova et al., 2020]. Таким образом, резонаторы в околоземном космическом пространстве – весьма распространённое явление. Однако для формирования магнитосферных альфвеновских резонаторов необходимо, чтобы полоидальная и тороидальная частота значительно отличались друг от друга, что продемонстрировано на рисунке 10.

Структура резонаторных полоидальных мод описывается тем же уравнением (63). Для этого положим поле БМЗ-волны равным нулю ($\psi = 0$) и получим:

$$[\nabla_1 \hat{L}_T(\omega) \nabla_1 - k_2^2 \hat{L}_P(\omega)] \varphi = 0. \quad (89)$$

Уравнение на функцию U_N , описывающее поперечную структуру альфвеновских волн с $m \gg 1$ вблизи полоидальной поверхности, было получено в работе [Leonovich, Mazur, 1993] с использованием разложения (69):

$$w_N^P \nabla_1^2 U_N + k_2^2 [(\omega^2 + i\gamma_N)^2 - \Omega_{PN}^2] U_N = k_2^2 I_N, \quad (90)$$

где w_N^P определяется как:

$$w_N^P = \frac{1}{t_A} \int_{l_-}^{l_+} v_A p p'' dl. \quad (91)$$

Введём безразмерную переменную $\zeta = (a - a_{PN})/\lambda_{PN}$, где a_{PN} – положение максимума в распределении полоидальных собственных частот, λ_{PN} – характерный радиальный масштаб решения. В таком случае уравнение (90) в безразмерной форме примет вид:

$$\frac{d^2 U_N}{d\zeta^2} + (\sigma - \zeta^2) U_N = \frac{a_{PN}^2 I_{\parallel}}{\lambda_{PN}^2 \omega}, \quad (92)$$

где обозначено

$$\sigma = \frac{a_{PN}^2 (\omega + i\gamma_N)^2 - \Omega_{PN}^2}{\lambda_{PN}^2 \omega^2}. \quad (93)$$

Если сторонние токи в ионосфере отсутствуют (мы предполагаем это, так как в полоидальном резонаторе возможно формирование собственных колебаний без внешнего источника), то правая часть уравнения (92) обращается в нуль. В таком случае получается хорошо известная задача для квантового осциллятора. Её решение [Leonovich, Mazur, 1995b]:

$$U_N = C_N y_n(\zeta), \quad \sigma = \sigma_n = 2n + 1, \quad (94)$$

где

$$y_n(\zeta) = \frac{1}{\pi^{1/4} 2^{n/2}} \frac{1}{n!^{1/2}} e^{-\zeta^2/2} H_n(\zeta), \quad (95)$$

$H_n(\zeta)$ – полиномы Эрмита.

В итоге скалярный потенциал φ , описывающий структуру альфвеновской волны с частотой ω и азимутальным волновым числом m , определяется как:

$$\varphi(x^1, \phi, x^3, t) = A_n P_N(x^1, x^3) y_n e^{-i\omega t + im\phi}, \quad (96)$$

где A_n – обобщённый нормировочный коэффициент. Численное решение для случая полоидального альфвеновского резонатора представлено на рисунке 15.

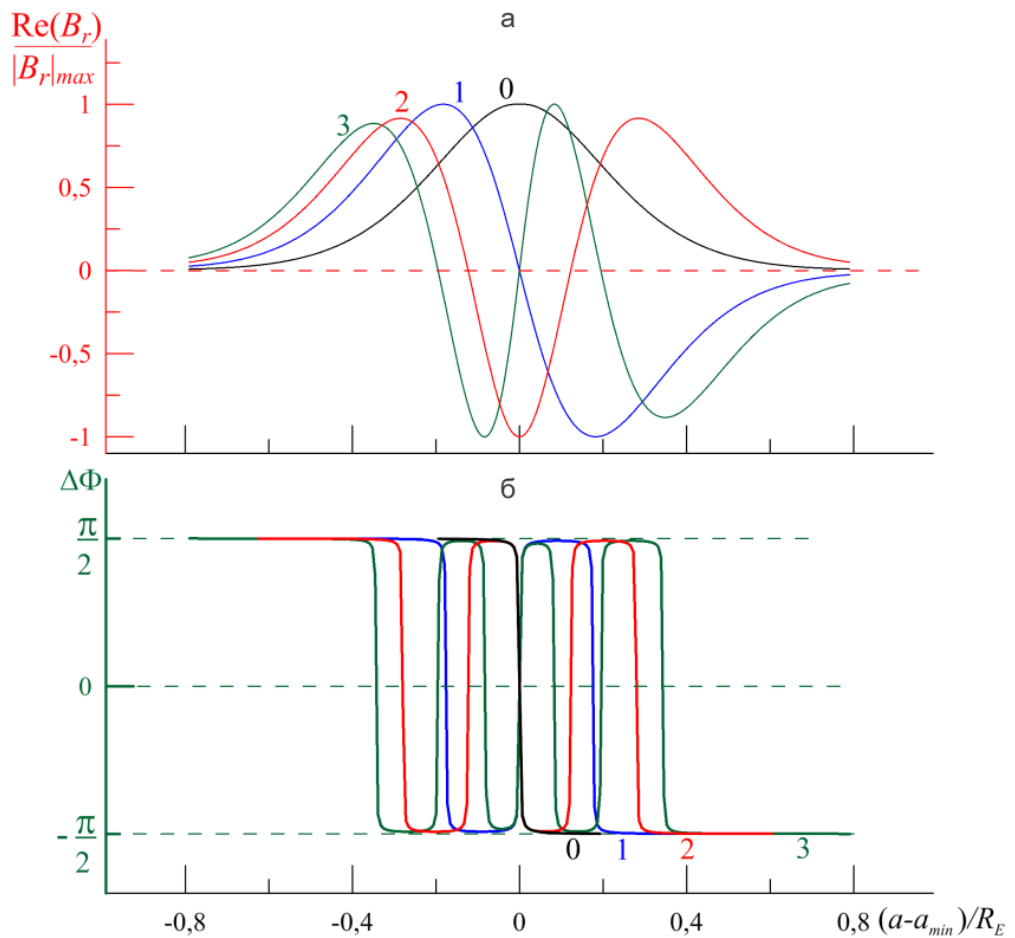


Рисунок 15. Пример построения структуры и «фазовых портретов» для ряда гармоник полоидальных волн ($m = 50$, в направлении вдоль силовых линий $N = 1$) в резонаторе. Разные цвета соответствуют разным гармоникам. а) Величина радиальной компоненты магнитного поля для разных номеров собственных мод резонатора. б) Разность фаз для соответствующих гармоник.

Из рисунка 15 видно, что разность фаз совершает переходы от $\pi/2$ до $-\pi/2$, проходя через нуль. При этом чем выше номер гармоники, тем больше число переходов через нуль у величины $\Delta\Phi$. Так, у фундаментальной гармоники только один переход, а у гармоники $n = 3$ их уже семь. Число таких переходов определяется как $2n + 1$. Стоит отметить, что частоты различных гармоник в резонаторе полоидальных волн заметно отличаются от частоты фундаментальной гармоники и между собой (в отличие от резонатора КАВ). Так, для полоидального

резонатора в приближении холодной плазмы частота фундаментальной гармоники $f_{pmin} \approx 2.44$ МГц, а собственные частоты резонатора $f_{01} = 2.89$ МГц, $f_{02} = 3.36$ МГц, $f_{03} = 3.7$ МГц, $f_{04} = 4$ МГц. Поэтому даже если в резонаторе возбуждается несколько мод с амплитудами одного порядка, можно использовать узкополосный фильтр для выделения и анализа отдельных гармоник. Возможен и случай, при котором доминирующей может быть одна отдельная гармоника – тогда её колебания можно наблюдать и исследовать без использования узкополосного фильтра.

Стоит отметить, что такая картина характерна только для приближения холодной плазмы. В работе [Klimushkin et al., 2004] было показано, что величина поляризационного расщепления спектра напрямую зависит от распределения плазменного давления поперёк магнитных оболочек. В плазме конечного давления более вероятным является случай, когда полоидальная частота оказывается выше, чем тороидальная [Mager, Klimushkin, 2013]. Тогда возникновение полоидального резонатора возможно в области максимума распределений собственных частот, расположенного вблизи внешней стороны плазмопаузы. Теоретическое описание такого резонатора будет практически таким же, за исключением того, что для распределения полоидальных собственных частот будет использоваться разложение, соответствующее максимуму, а не минимуму, как в случае холодной плазмы.

2.2.4 Фазовый портрет для резонатора кинетических альфвеновских волн

Рассмотрим теперь окрестности экстремумов в распределении собственных тороидальных частот Ω_{TN} . В окрестности таких регионов возможно образование резонаторов (волноводов), внутри которых запираются кинетические альфвеновские волны. Окрестности локального максимума в распределении Ω_{TN} могут служить волноводом для КАВ с $\sigma_N < 0$, а окрестности локального максимума могут служить волноводом для КАВ с $\sigma_N > 0$, так как для

кинетических альфвеновских волн с малыми поперечными масштабами тороидальные резонансные поверхности уже не будут сингулярными точками поворота. Даже относительно узкополосные источники способны формировать множество резонаторных гармоник КАВ. Поле каждой такой гармоники описывается однородным уравнением (75), проинтегрированным вдоль координаты a . Для этих гармоник существует область прозрачности возле экстремума в распределении Ω_{TN} , ограниченная двумя точками поворота, которые являются границами с соответствующими областями непрозрачности снаружи. Ширина области локализации n -ой гармоники резонатора может быть приблизительно найдена как $\Delta_{TN} = n\lambda_N$, где $n = 0, 1, 2, 3 \dots$ – номер собственной гармоники резонатора, λ_N – поперечная длина волны, $N = 0, 1, 2, 3 \dots$ – номер гармоники стоячей альфвеновской волны.

На рисунке 16 представлены численные расчёты для резонатора тороидальных альфвеновских волн, показывающие пространственную структуру и разность фаз для первых четырех резонаторных гармоник в окрестности максимума в распределении Ω_{TN} ($\sigma_N < 0$).

Частоты колебаний первых гармоник довольно близки к частоте $\omega_{n1} \approx \Omega_{T1}(a_{max})$ фундаментальной гармоники стоячей альфвеновской волны. Распределение разности фаз $\Delta\Phi$ имеет определённые особенности. Аналогично случаю диссипативной тороидальной альфвеновской волны, между областями непрозрачности переход между значениями $\Delta\Phi$ происходит от $\Delta\Phi_- = -\pi/2$ до $\Delta\Phi_+ = \pi/2$. Однако непосредственно внутри резонатора, разность фаз совершает колебания между этими значениями, число которых зависит от номера гармоники. Так как внутри резонатора возможно формирование сразу несколько гармоник одновременно, стоит ожидать, что распределение разности фаз по данным спутника примет вид хаотичных колебаний в диапазоне $\Delta\Phi_- < \Delta\Phi < \Delta\Phi_+$.

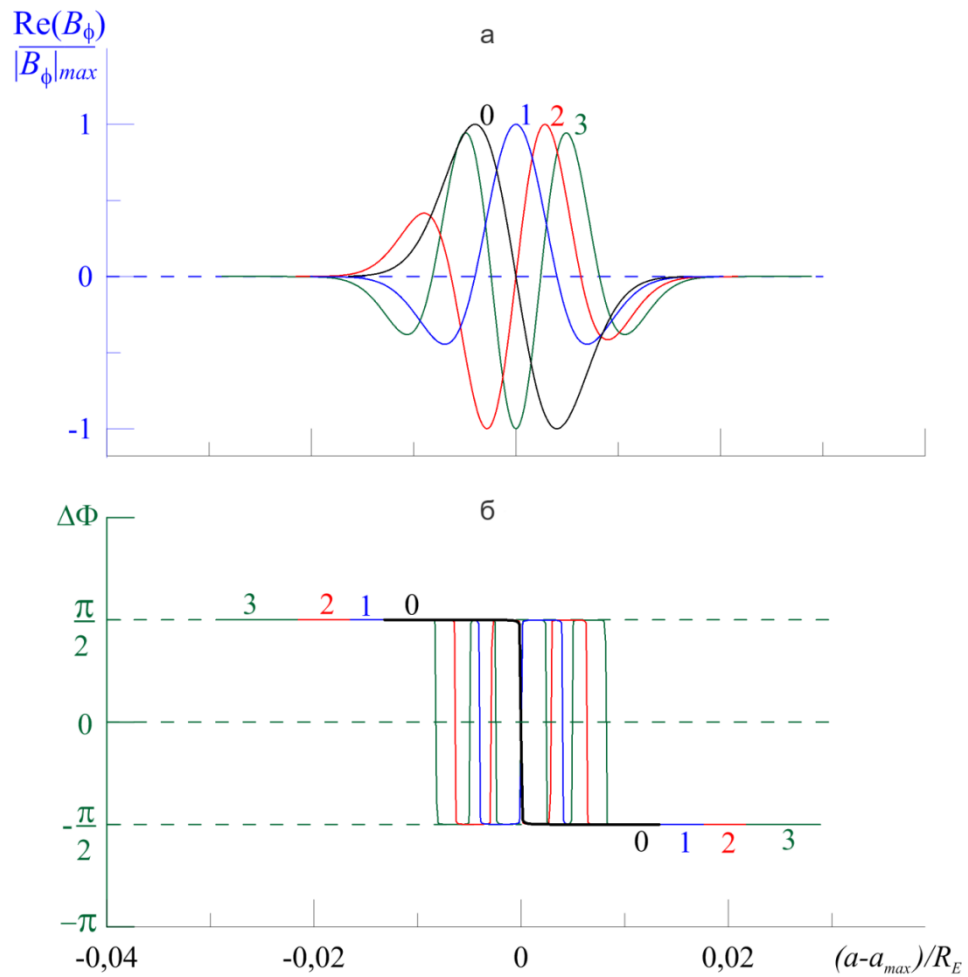


Рисунок 16. Резонатор для кинетических альфвеновских волн в окрестности максимума в распределении Ω_{TN} . а) Радиальная (поперёк магнитных оболочек) структура азимутальной компоненты магнитного поля B_ϕ для первых четырёх гармоник ($n = 0, 1, 2, 3$) резонатора. б) Радиальное распределение разности фаз между поперечными компонентами магнитного поля для этих же гармоник.

2.3 Заключение к главе 2

Перечислим основные результаты главы.

1. В двумерно-неоднородной дипольной модели магнитосферы в приближении холодной плазмы приведены уравнения, описывающие поперечную структуру альфвеновских волн для различных случаев. Для идентификации различных типов монохроматических альфвеновских волн и анализа их мелкомасштабной поперечной структуры предложен метод фазовых портретов. Фазовые портреты представляют собой совокупность графиков поперечных

компонент магнитного/электрического поля, а также разности фаз между ними. Показано, что величина разности фаз связана лишь с мелкомасштабной радиальной структурой волны и не зависит от времени, азимутальной координаты или структурой вдоль силовых линий магнитного поля.

2. Построены фазовые портреты для азимутально-крупномасштабных тороидальных альфвеновских волн с $m \sim 1$. Наиболее вероятным механизмом генерации таких волн является резонанс силовых линий (field line resonance), вызываемый падением БМЗ-волны на резонансную магнитную оболочку. Если затухание или усиление таких волн достаточно велико, волна представляет собой типичное резонансное возмущение с максимумом в окрестности тороидальной резонансной поверхности. Если же затухание или усиление достаточно мало, то такая волна представляет собой кинетическую альфвеновскую волну, убегающую от резонансной поверхности. Распространение этих волн может быть также локализовано внутри резонаторов, существующих вблизи локальных экстремумов в распределении собственных частот $\Omega_{TN}(a)$ для тороидальных стоячих альфвеновских волн. Все вышеописанные разновидности тороидальных альфвеновских волн имеют свой уникальный фазовый портрет.

3. Построены фазовые портреты для азимутально-мелкомасштабных полоидальных альфвеновских волн с $m \gg 1$. Источниками таких волн могут быть ионосферные токи либо процессы, связанные с неравновесным распределением частиц плазмы. Если затухание или усиление таких волн достаточно мало, такая волна имеет вид убегающей от полоидальной резонансной поверхности волны. Затем волна движется к тороидальной резонансной поверхности, меняя свою поляризацию. В случае, когда затухание/усиление возрастает, полоидальная альфвеновская волна становится похожа на резонансную волну, но с максимумом в области полоидальной резонансной поверхности. Все вышеописанные особенности полоидальных волн отражены в поведении разности фаз между поперечными компонентами магнитного поля.

Глава 3. Использование метода фазовых портретов на примере наблюдения альфвеновской волны спутником Van Allen Probes

Построенные в разделе 2 теоретические «фазовые портреты» можно использовать в качестве образцов при анализе реальных спутниковых наблюдений. В данном разделе будет рассмотрено событие, в котором спутник RBSP-A зарегистрировал квазимонохроматическую альфвеновскую волну вблизи плазмопаузы [Dai et al., 2015]. Интересен тот факт, что в начале этого события наблюдалась полоидальная поляризация волны, однако по мере ее прохождения через магнитные оболочки произошла смена поляризации на тороидальную.

23 октября 2012 года в диапазоне 22.00-22.30 UT спутник RSBP-A зафиксировал квазимонохроматические альфвеновские колебания частотой около 12 мГц (период волны составил около 83 секунд, $m \sim 70$). Геомагнитная обстановка в день события и за день до него была спокойная ($Kp < 2$). Малая амплитуда продольной компоненты магнитного поля, а также доминирующая радиальная компонента, позволила интерпретировать эти колебания как фундаментальную гармонику полоидальной стоячей альфвеновской волны [Dai et al., 2015].

В статье [Leonovich et al., 2015] была предложена несколько иная интерпретация события. В частности, диапазон наблюдения был расширен до 21.45-22.40UT. Авторы визуально сопоставили колебания поперечных компонент электрического и магнитного поля наблюдаемых возмущений. В 21.45UT разность фаз поперечных компонент магнитного поля составляла $\Delta\Phi \approx \pi$ (противофаза), что может соответствовать наблюдению колебаний в области прозрачности для волны, перемещающейся поперёк магнитных оболочек. В интервале 21.50-22.10UT разность фаз меняется до $\Delta\Phi \approx \pi/2$, что характерно для области непрозрачности, а затем возвращается к прежнему значению $\Delta\Phi \approx \pi$. Авторы предположили, что спутник пересёк область максимума в радиальном распределении альфвеновской скорости, которая ограничена с обеих сторон полоидальными резонансными поверхностями. Альфвеновские волны,

сгенерированные на этих поверхностях, разбегаются в противоположных направлениях в сторону областей непрозрачности, при этом меняя поляризацию. Данная интерпретация объясняет поведение разности фаз и поперечных компонент магнитного поля. Радиальное распределение собственных частот полоидальной и тороидальной гармоник, а также альфвеновской скорости, показано на рисунке 17. Спутник пересёк область максимума в распределении альфвеновской скорости, в которой, для волны с наблюдаемой частотой, расположены две полоидальные и две тороидальные поверхности.

3.1 Спутниковые данные

Остановимся подробнее на разности фаз. Для построения «фазового портрета» по данным спутниковых наблюдений можно использовать метод аналитического сигнала, который показал свою эффективность в анализе геомагнитных пульсаций [Glassmeier, 1980; Cramm et al., 2000; Eriksson et al., 2006]. Для построения аналитического сигнала $w(t)$ для произвольного временного ряда $u(t)$ используется преобразование Гильберта:

$$w(t) = u(t) + \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(s)ds}{t-s} = A(t)e^{i\Phi(t)}, \quad (97)$$

где $u(t)$ – исходный временной ряд, $A(t)$ – амплитуда сигнала, $\Phi(t)$ – фаза сигнала, которую можно использовать для построения фазового портрета. На рисунке 18 представлены результаты обработки спутниковых измерений. Определим фоновое магнитное поле $\mathbf{B}_0$ как бегущее среднее с окном в 600 секунд от вектора полного магнитного поля $\bar{\mathbf{B}}$, измеренного спутником. Направление вектора $\mathbf{B}_0$ определяется единичным вектором $e_{\parallel} = \mathbf{B}_0(t)/B_0(t)$. Тогда азимутальный единичный вектор определяется как $e_{\phi} = e_{\parallel} \times \mathbf{r}/r$, где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор местоположения спутника в сферической системе координат GSE. Радиальное направление является дополняющим к правой тройке единичных векторов $e_r = e_{\phi} \times e_{\parallel}$. Чтобы извлечь возмущённую компоненту магнитного поля $\mathbf{B}(t)$, уберём тренд ($\mathbf{B}(t) = \bar{\mathbf{B}}(t) - \mathbf{B}_0(t)$) и используем полосовой фильтр в диапазоне $22 \text{ с} < T < 550 \text{ с}$, где T – период колебаний. Вейвлет-спектр

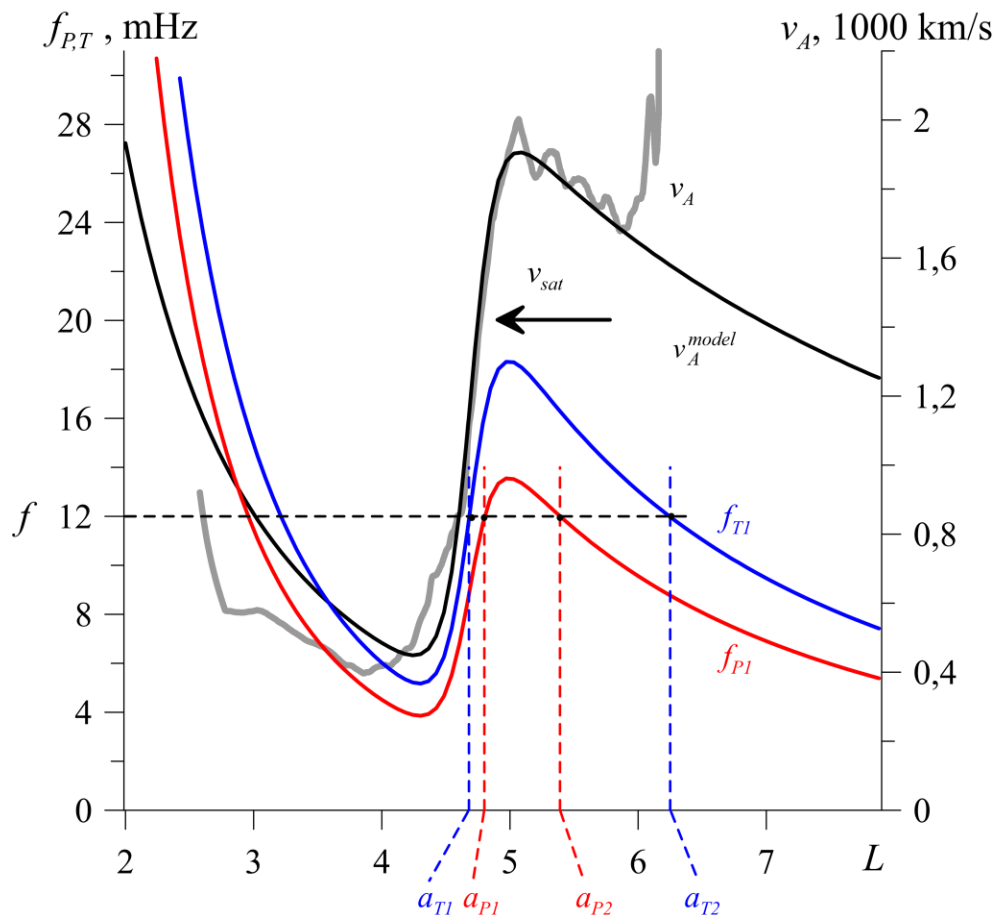


Рисунок 17. Радиальное распределение параметров в магнитосфере. Синяя и красная линия сплошная линия – распределение собственных частот тороидальной и полоидальной моды соответственно. Чёрная линия – модельное распределение альфвеновской скорости, используемое в численных расчетах. Серая линия – величина альфвеновской скорости, полученная из данных спутниковых наблюдений. Синие и красные пунктирные линии – положения резонансных оболочек для частоты наблюдаемой альфвеновской волны.

показывает, что регистрируемый сигнал является практически монохроматическим. При этом концентрация за время наблюдения возросла на порядок, что косвенно свидетельствует о пересечении спутником области плазмопаузы. Для дальнейшего анализа события удобно воспользоваться модельным уравнением (81), приведённым в предыдущей главе и описывающим радиальную структуру альфвеновских волн, после чего сравнить результаты численного решения со спутниковыми данными.

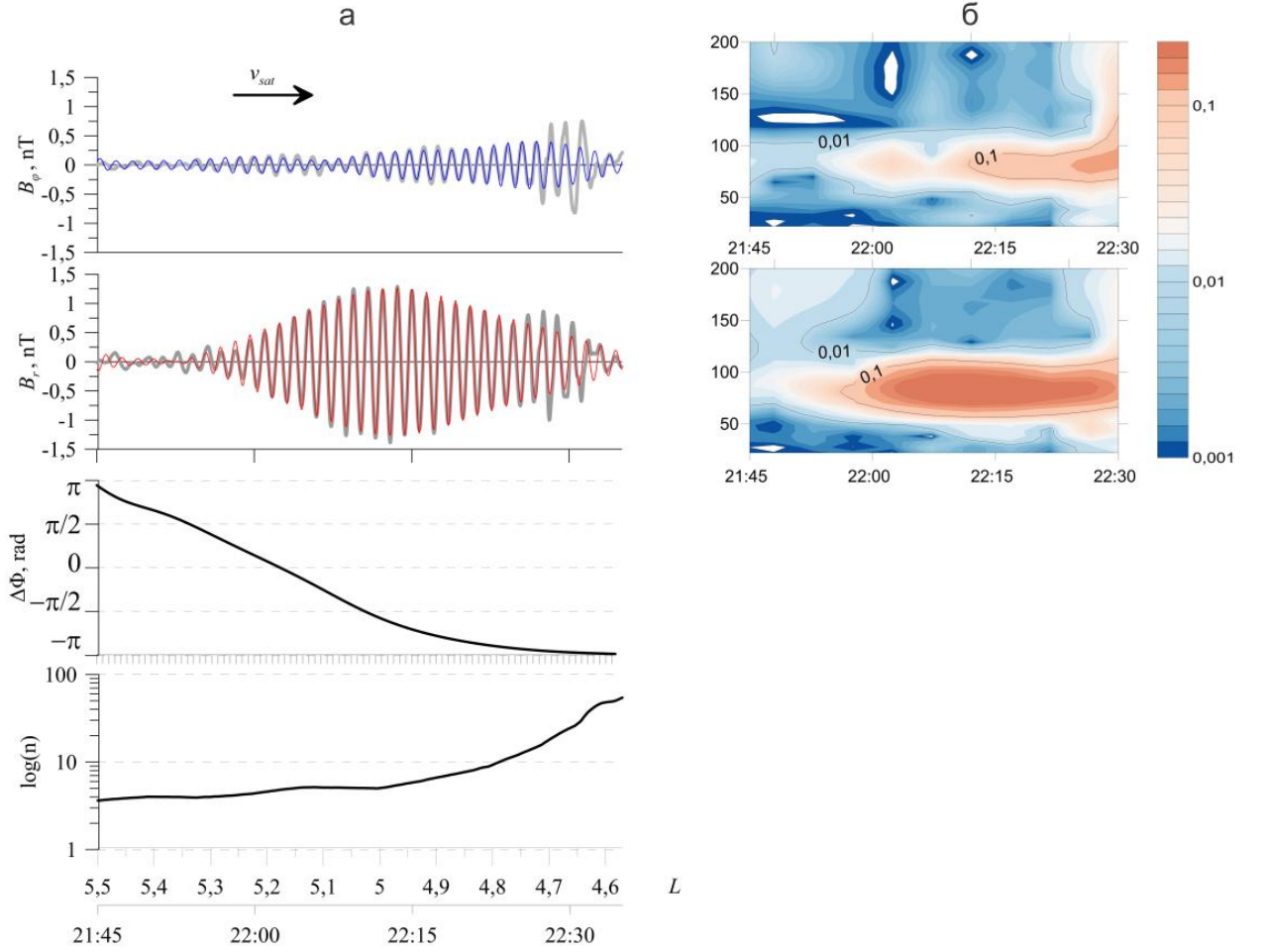


Рисунок 18. Результаты обработки спутниковых измерений для события. а) Серые линии – поперечные компоненты магнитного поля до применения узкополосного фильтра, синяя и красная линия – азимутальная и радиальная компоненты магнитного поля после применения узкополосного фильтра. Ниже показана разность фаз $\Delta\Phi$, а также концентрация электронов в см^{-3} в логарифмическом масштабе. б) Вейвлет-спектры для азимутальной и радиальной компоненты магнитного поля (сверху вниз).

3.2 Сопоставление данных наблюдений с численными расчетами

Для численного определения радиальной структуры волны и фазового портрета используем уравнение (84) с учётом параметров из данного события. Радиальные компоненты магнитного поля могут быть рассчитаны следующим образом:

$$B_\phi = i \frac{1}{\sqrt{g_a}} \nabla_a U(a) \nabla_l H(a, l) e^{im\phi - i\omega t}, \quad (98)$$

$$B_r = \frac{m}{a} U(a) \nabla_l H(a, l) e^{im\phi - i\omega t}, \quad (99)$$

где g_a – компонента метрического тензора по координате a .

Результаты численного решения представлены на рисунке 19. Сравним результаты численных расчётов и обработанных спутниковых измерений.

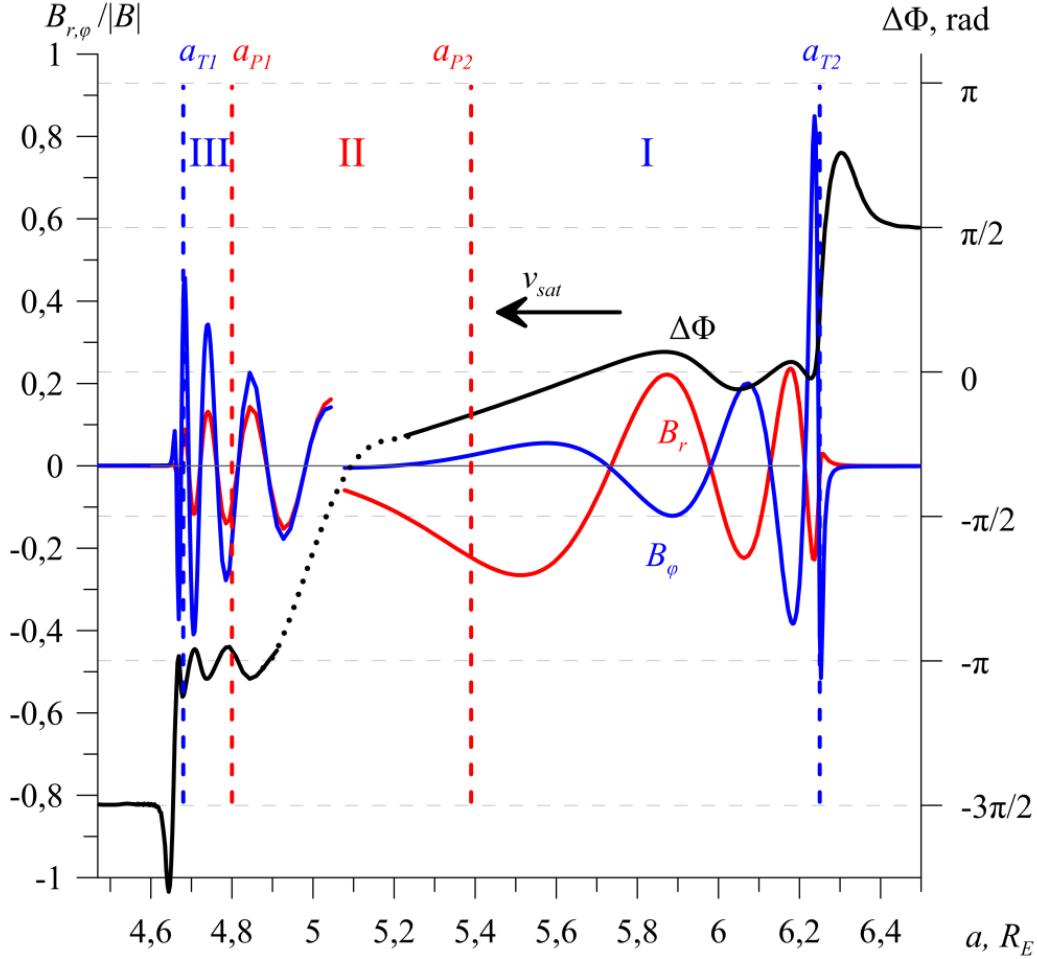


Рисунок 19. Результаты численных расчётов для рассматриваемого события. Синяя и красная линия – азимутальная и радиальная компоненты магнитного поля соответственно. Чёрная линия – величина разности фаз. Штриховые вертикальные линии – положения резонансных поверхностей для частоты наблюдаемого события.

Наиболее вероятный вариант события с учётом модели заключается в пересечении спутником двух тороидальных и полоидальных поверхностей. В 22:00UT спутник находился в области непрозрачности, где $\Delta\Phi \approx \pi/2$. Затем, в 22:05UT он вошел в область прозрачности I, где разность фаз прошла через нуль,

что характерно для волны, убегаящей от полоидальной резонансной поверхности. После пересечения этой области в 22:10UT спутник вошел в область непрозрачности II, где сдвиг фаз стремится к асимптотическому значению $\Delta\Phi \approx -\pi/2$, что характерно для колебаний в области непрозрачности. Стоит отметить, что амплитуда радиальной компоненты магнитного поля в этой области при этом максимальна – только величина разности фаз указывает на наличие области непрозрачности между этими полоидальными поверхностями. Вероятно, это связано с близким расположением резонансных поверхностей, поэтому волны в области непрозрачности между ними не успели поглотиться. Наконец, после 22:20UT спутник вошел в область прозрачности III, где фазовый сдвиг стремится к асимптотическому значению $\Delta\Phi \approx -\pi$, что характерно для волны, убегаящей от полоидальной резонансной поверхности. Дальнейшую эволюцию колебаний проследить не удалось, поскольку их амплитуда достигла уровня шума.

Построенный фазовый портрет вместе с моделью позволил подтвердить интерпретацию события. Стоит отметить, что фазовые портреты можно строить, используя только данные магнитометра одного спутника, что позволяет интерпретировать события во временные промежутки, когда данные по электрическому полю недоступны или содержат серьёзные ошибки, что является нередкой ситуацией во время работы спутниковых миссий [Breneman et al., 2022].

3.3 Заключение к главе 3

Перечислим основные результаты главы 3.

1. Изучен ранее описанный в литературе случай наблюдения квазимонохроматической альфвеновской волны с частотой 12 мГц с целью апробации метода «фазовых портретов».

2. Проведена обработка спутниковых данных для данного случая. На основе данных по концентрации электронов выдвинуто предположение, что спутник во время события пересёк область плазмопаузы. Приведён график для выделенных узкополосным фильтром поперечных компонент магнитного поля, а также разности фаз между ними с использованием преобразования Гильберта. Показано,

что разность фаз за время события монотонно менялась от $\pi/2$ до $-\pi$, что может свидетельствовать о том, что спутник несколько раз пересёк области прозрачности и непрозрачности.

3. На основе данных по фоновому магнитному полю построено модельное распределение полоидальных и тороидальных собственных частот, которое позволило предположить, что спутник пересёк область их максимума. Для этой модели построено численное решение уравнения, описывающего поперечную структуру альфвеновской волны. Показано, что модельная разность фаз качественно согласуется с разностью фаз, полученной на основе спутниковых данных. Сопоставление данных наблюдений с моделью позволило подтвердить интерпретацию явления, предложенную в предыдущей работе. Вероятнее всего, в событии наблюдаются азимутально-мелкомасштабные альфвеновские волны, которые генерируются по обе стороны от максимума в распределении полоидальных частот. Эти волны медленно разбегаются от максимума к соответствующим тороидальным резонансным поверхностям, где их энергия полностью диссипирует в ионосфере.

Заключение

В первой главе проведено исследование пространственной структуры кинетических альфвеновских волн в окрестности переходного слоя, расположенного вблизи плазмопаузы для одномерно-неоднородной модели с прямыми силовыми линиями. Построена модель переходного слоя в области плазмопаузы, в которой происходит смена типа поперечной дисперсии альфвеновских волн. Показано, что резонансная кинетическая альфвеновская волна в случае падения на переходный слой поглощается на нём в результате механизма бесстолкновительного затухания Ландау. В выбранной модели условия резонансного взаимодействия в области переходного слоя выполняются для электронов с энергиями 1-3 эВ. Получена оценка плотности потока энергии, переносимой резонансными электронами в ионосферу. Такого потока электронов вполне достаточно для формирования SAR-дуг.

Результаты, полученные в рамках первой главы, можно распространить и на двумерно-неоднородную модель магнитосферы, однако в этом случае поперечная структура КАВ будет определяться интегральными (вдоль силовой линии) характеристиками среды [Leonovich, Mazur, 1995a]. Также стоит отметить, что вместо модели переходного слоя можно использовать реальные распределения магнитосферных параметров и учесть наличие горячих ионов кольцевого тока. Вполне возможно, что при этом параметры переходной области изменятся. Это открывает дополнительные возможности для дальнейшего исследования структуры КАВ и возможности генерации SAR-дуг в магнитосфере Земли данным механизмом.

Во второй главе в дипольной модели магнитосферы получены уравнения для разных типов альфвеновских волн: полоидальных волн, тороидальных волн (включая кинетические альфвеновские волны), а также для резонаторов, расположенных в области экстремума в распределении собственных частот альфвеновских колебаний. Найдены численные решения этих уравнений, построены графики поперечных компонент магнитного поля, а также разности их фаз. Показано, что совокупность таких графиков является уникальной

характеристикой волны и может быть использована для определения её типа и поперечной структуры.

В третьей главе разработанный метод анализа поперечной структуры применён к анализу спутниковых данных. Проведена обработка наблюдений квазимонохроматической альфвеновской волны вблизи плазмопаузы, выявлена характерная динамика разности фаз, что позволило уточнить процессы генерации и распространения волны в данной области. Численные расчеты показали хорошее согласие теоретической модели с наблюдениями, подтвердив предложенную ранее интерпретацию явления. Тем не менее, данный метод, несомненно, требует дальнейшей апробации. Его применение потенциально может облегчить идентификацию типа наблюдаемых альфвеновских волн, выявить уникальные события. В будущем необходимо определить наиболее эффективные методы выделения монохроматической составляющей и восстановления её фазы, подробно исследовать отличия модельных графиков от данных обработки спутниковых данных. Всё это требует дальнейших исследований, включая анализ большего количества случаев наблюдения альфвеновских волн для сопоставления результатов с теоретическими моделями.

В заключение, сформулируем основные положения диссертации:

1. Построенное теоретическое описание структуры кинетических альфвеновских волн, генерируемых вблизи переходного слоя между областями с дисперсией, определяемой эффектами конечного гирорадиуса, и дисперсией, связанной с инерцией электронов, позволило установить, что кинетические альфвеновские волны полностью поглощаются при падении на такой переходный слой.

2. Энергии потоков надтепловых электронов в ионосферу, образующихся при поглощении кинетических альфвеновских волн, генерируемых широкополосным источником в окрестности переходного слоя в плазмосфере, достаточно для генерации стабильных красных авроральных дуг (SAR-дуг).

3. Метод анализа возмущенных компонент электромагнитного поля монохроматических альфвеновских волн и разности фаз их поперечных

компонент позволяет определять тип их радиальной структуры по данным измерений магнитного (либо электрического) поля на одном спутнике.

Список литературы

Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: “Наука”, 1979. 832 с.

Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. — 2-е изд., перераб. и испр.. — М.: “Наука”, 1981. 918 с.

Ахиезер А.И. Электродинамика плазмы. М.: “Наука”, 1974. 720 с.

Леонович А.С., Мазур В.А. Линейная теория МГД-колебаний магнитосферы. М.: “ФИЗМАТЛИТ”, 2016. 480 с. ISBN 978-5-9221-1687-9.

Потапов А.С. Возбуждение геомагнитных пульсаций типа $Pc3$ перед фронтом околосолнечной ударной волны пучком отраженных протонов // Исслед. по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. 1974. № 34. С. 3–12.

Поляков С.В., Рапопорт В.О. Ионосферный альфвеновский резонатор // Геомагнетизм и аэрономия. 1981. Т. 21, № 5. С. 610–614.

Троицкая В.А., Гульельми А.В. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы // Успехи физических наук. 1969. Т. 97, № 3. С. 453–494. DOI: 10.3367/UFNr.0097.196903d.0453.

Agapitov O.V., Cheremnykh O.K. Magnetospheric ULF waves driven by external sources // Advances in Astronomy and Space Physics. 2013. Vol. 3. P. 12–19.

Aikio A.T., Blomberg L.G., Marklund G.T., Yamauchi M. On the origin of the high-altitude electric field fluctuations in the auroral zone // Journal of Geophysical Research. 1996. Vol. 101. P. 27157–27170. DOI: 10.1029/96JA02421.

Alfvén H. Existence of electromagnetic-hydrodynamic waves // Nature. 1942. Vol. 150, No. 3805. P. 405–406. DOI: 10.1038/150405d0.

Alfvén H., Fälthammar C.-G. Cosmical Electrodynamics. Oxford: “Clarendon Press”, 1963. 240 p.

Allan W., White S.P., Poulter E.M. Impulse-excited hydromagnetic cavity and field-line resonances in the magnetosphere // Planetary and Space Science. 1986. Vol. 34, No. 4. P. 371–385. DOI: 10.1016/0032-0633(86)90144-3.

Alperovich L.S., Fedorov E.N. Hydromagnetic waves in the magnetosphere and the ionosphere. New York: “Springer Science + Business Media B.V.”, 2007. 426 pp.

Angelopoulos V. The THEMIS Mission // Space Science Reviews. 2008. Vol. 141. P. 5–34. DOI: 10.1007/s11214-008-9336-1.

Breneman A.W., Wygant J.R., Tian S., et al. The Van Allen Probes Electric Field and Waves Instrument: Science Results, Measurements, and Access to Data // Space Science Review. 2022. Vol. 218, No. 8. P. 69.

Cahill L.J., Lin N.G., Engebretson M.J., Weimer D. R., Sugiura M. Electric and magnetic observations of the structure of standing waves in the magnetosphere // Journal of Geophysical Research. 1986. Vol. 91, No. A8. P. 8895–8907. DOI: 10.1029/JA091iA08p08895.

Chelpanov M.A., Mager O.V., Mager P.N., et al. Properties of frequency distribution of Pc5-range pulsations observed with the Ekaterinburg decameter radar in the nightside ionosphere // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. 2018. Vol. 167. P. 177–183. DOI: 10.1016/j.jastp.2017.12.002.

Chelpanov M.A., Mager P.N., Klimushkin D.Y., Mager O.V. Observing magnetospheric waves propagating in the direction of electron drift with Ekaterinburg Decameter Coherent Radar // Solar-Terrestrial Physics. 2019. Vol. 5, No. 1. pp. 51-57. DOI: 10.12737/stp-51201907.

Chen L., Cowley S.C. On field line resonances of hydromagnetic Alfvén waves in dipole magnetic field // Geophysical Research Letters. 1989. Vol. 16, No. 8. P. 895–897. DOI: 10.1029/GL016i008p00895.

Chen L., Hasegawa A. A theory of long-period magnetic pulsations: 1. Steady state excitation of field line resonance // Journal of Geophysical Research. 1974a. Vol. 79, No. 7. P. 1024–1032.

Chen L., Hasegawa A. Plasma heating by spatial resonance of Alfvén wave // Physics of Fluids. 1974b. Vol. 17. P. 1399–1403.

Cole K.D. Stable auroral red arcs, sinks for energy of Dst main phase // Journal of Geophysical Research. 1965. Vol. 70, No. 7. P. 1689–1706. DOI: 10.1029/JZ070i007p01689.

Cornwall J.M., Coroniti F.V., Thorne R.M. Unified theory of SAR arc formation at the plasmopause // *Journal of Geophysical Research*. 1971. Vol. 76, No. 19. P. 4428–4445. DOI: 10.1029/JA076i019p04428.

Cramm R., Glassmeier K.H., Othmer C., et al. A case study of a radially polarized Pc4 event observed by the Equator-S satellite // *Annales Geophysicae*. 2000. Vol. 18, No. 4. P. 411–415.

Credland J., Mecke G., Ellwood J. The CLUSTER Mission: ESA's Spacefleet to the Magnetosphere // *Space Science Reviews*. 1997. Vol. 79. P. 33–64.

Cummings W.D., O'Sullivan R.J., Coleman Jr.P.J. Standing Alfvén waves in the magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. 1969. Vol. 74, No. 3. P. 778–793.

Dai L., Takahashi K., Wygant, J.R., et al. Excitation of poloidal standing Alfvén waves through drift resonance wave-particle interaction // *Geophysical Research Letters*. 2013. Vol. 40. P. 4127–4132.

Dmitrienko I.S. Evolution of FMS and Alfvén waves produced by the initial disturbance in the FMS waveguide // *Journal of Plasma Physics*. 2013. Vol. 79, No. 1. P. 7–17.

Dubinin E.M., Israelevich P.L., Nikolaeva N.S. Auroral electromagnetic disturbances at an altitude of 900 km: The relationship between the electric and magnetic field variations // *Planetary and Space Science*. 1990. Vol. 38, No. 1. P. 97–105. DOI: 10.1016/0032-0633(90)90009-F.

Dungey J.W. *Electrodynamics of the outer atmospheres* // *Ionos. Sci. Rep.*, Cambridge, Pa. 1954. P. 69.

Elsden T., Wright A.N. The theoretical foundation of 3-D Alfvén resonances: Time-dependent solutions // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2017. Vol. 122, No. 3. P. 3247–3261.

Elsden T., Wright A. Evolution of high-m poloidal Alfvén waves in a dipole magnetic field // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2020. Vol. 125, No. 8. P. e2020JA028187. DOI: 10.1029/2020JA028187.

Elsden T., Wright A.N. Polarization properties of 3-D field line resonances // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2022. Vol. 127, No. 2. P. e2021JA030080.

Eriksson P.T.I., Walker A.D.M., Stephenson J.A.E. A statistical correlation of Pc5 pulsations and solar wind pressure oscillations // *Advances in Space Research*. 2006. Vol. 38, No. 8. P. 1763–1771.

Fujita S., Glassmeier K.-H., Kamide K. MHD waves generated by the Kelvin-Helmholtz instability in a nonuniform magnetosphere. // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 1996. Vol. 101, No. A12, P. 27317–27325. DOI: 10.1029/96JA02676.

Genestreti K.J., Goldstein S., Corley G.D., et al. Temperature of the plasmasphere from Van Allen Probes HOPE // *Journal of Geophysical Research*. 2017. Vol. 122, No. 1. P. 310–323.

Glassmeier K.H. Magnetometer array observations of a giant pulsation event // *J. Geophys. Zeitschrift Geophysik*. 1980. Vol. 48, No. 3. P. 127–138.

Goertz C.K. Kinetic Alfvén waves on auroral field lines // *Planetary and Space Science*. 1984. Vol. 32. P. 1387–1392. DOI: 10.1016/0032-0633(84)90081-3.

Goertz, C.K., Boswell, R.W. Magnetosphere-ionosphere coupling // *Journal of Geophysical Research*. 1979. Vol. 84. P. 7239–7246.

Gold T. Motions in the magnetosphere of the Earth // *Journal of Geophysical Research*. 1959. Vol. 64, No. 9. P. 1219–1224. DOI: 10.1029/JZ064i009p01219.

Greifinger C. Feasibility of ground-based generation of artificial micropulsations // *Journal of Geophysical Research*. 1972. Vol. 77. P. 6761–6773. DOI: 10.1029/JA077i034p06761.

Guglielmi A.V., Kangas J., Potapov A.S. Quasiperiodic modulation of the Pc1 geomagnetic pulsations: An unsettled problem // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2001. Vol. 106, No. A11. P. 25847–25855. DOI: 10.1029/2001JA000136.

Hasegawa A., Chen L. Kinetic process of plasma heating due to Alfvén wave excitation // *Physical Review Letters*. 1975. Vol. 35. P. 370–373.

Hasegawa A., Chen L. Kinetic processes in plasma heating by resonant mode conversion of Alfvén wave // *Physics of Fluids*. 1976. Vol. 19, No. 12. P. 1924–1934. DOI: 10.1063/1.861427.

Hasegawa A., Mima K. Anomalous transport produced by kinetic Alfvén wave turbulence // *Journal of Geophysical Research*. 1978. Vol. 83, No. A3. P. 1117–1124.

Hayward D., Dungey J.W. An Alfvén wave approach to auroral field-aligned currents // *Planetary and Space Science*. 1983. Vol. 31. P. 579–585. DOI: 10.1016/0032-0633(83)90047-8.

Hong J., Kim J.H., Chung J.K. Simultaneous Observations of SAR arc and its ionospheric response at subauroral conjugate points ($L \approx 2.5$) during the St. Patrick's Day storm in 2015 // *Journal of Geophysical Research*. 2020. Vol. 125, No. 4. P. e2019JA027321.

Hughes W.J. The effect of the atmosphere and ionosphere on long period magnetospheric micropulsations // *Planetary and Space Science*. 1974. Vol. 22. P. 1157–1172. DOI: 10.1016/0032-0633(74)90001-4.

Hughes W.J., Grard R.J.L. A second harmonic geomagnetic field line resonance at the inner edge of the plasma sheet: GEOS 1, ISEE 1, and ISEE 2 observations // *Journal of Geophysical Research*. 1984. Vol. 89, No. A5. P. 2755–2764. DOI: 10.1029/JA089iA05p02755.

Hughes W.J., Southwood D.J., Mauk B., et al. Alfvén waves generated by an inverted plasma energy distribution // *Nature*. 1978. Vol. 275, No. 5675. P. 43–45.

Hunten D.M., Roach F.E., Chamberlain J.W. A photometric unit for the airglow and aurora // *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*. 1956. Vol. 8, No. 6. P. 345–346. DOI: 10.1016/0021-9169(56)90111-8.

Ievenko I.B. SAR arc observation during the overlap registration of an energetic plasma with a plasmopause aboard the Van Allen Probe // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2020. Vol. 209. P. 105386. DOI: 10.1016/j.jastp.2020.105386.

Inaba Y., Shiokawa A., Oyama S., et al. Multi-event analysis of plasma and field variations in source of stable auroral red (SAR) arcs in inner magnetosphere during non-

storm-time substorms // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2021. Vol. 126, No. 4. P. e2020JA029081.

Jacobs J.A., Kato Y., Matsushita S., Troitskaya V.A. Classification of geomagnetic micropulsations // *Journal of Geophysical Research*. 1964. Vol. 69, No. 1. P. 180–181. DOI: 10.1029/jz069i001p00180.

Jordan D.W., Smith P. *Nonlinear Ordinary Differential Equations: An Introduction for Scientists and Engineers*. 4th ed. Oxford: Oxford University Press, 2007. 540 p. ISBN 9780199208241.

Keiling A. Alfvén Waves and Their Roles in the Dynamics of the Earth's Magnetotail: A Review // *Space Science Reviews*. 2009. Vol. 142. P. 73–156.

Keiling A. The Dynamics of the Alfvénic Oval // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2021. Vol. 219. P. 105616. DOI: 10.1016/j.jastp.2021.105616.

Kepko L., Spence H.E., Singer H.J. ULF waves in the solar wind as direct drivers of magnetospheric pulsations. // *Geophysical Research Letters*. 2002. Vol. 29, No. 8. P. 39-1–39-4. DOI: 10.1029/2001GL014405.

Kivelson M.G., Southwood D.J. Resonant ULF waves: A new interpretation // *Geophysical Research Letters*. 1985. Vol. 12, No. 1. P. 49–52. DOI: 10.1029/GL012i001p00049.

Klimushkin D.Y. Method of description of the Alfvén and magnetosonic branches of inhomogeneous plasma oscillations // *Plasma Physics Reports*. 1994. Vol. 20. P. 280–286.

Klimushkin D.Yu., Leonovich A.S., Mazur V.A. On the propagation of transversally-small-scale standing Alfvén waves in a three-dimensionally inhomogeneous magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. 1995. Vol. 100, No. A6, P. 9527–9534.

Klimushkin D.Y., Mager P.N., Glassmeier K.H. Toroidal and poloidal Alfvén waves with arbitrary azimuthal wavenumbers in a finite pressure plasma in the Earth's magnetosphere // *Annales Geophysicae*. 2004. Vol. 22, No. 1. P. 267–287. DOI: 10.5194/angeo-22-267-2004.

Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Pilipenko V.A. On the ballooning instability of the coupled Alfvén and drift compressional modes // *Earth, Planets and Space*. 2012. Vol. 64, No. 9. P. 777–781. DOI: 10.5047/eps.2012.04.002.

Knudsen D.J., Kelley M.C., Vickrey J.F. Alfvén waves in the auroral ionosphere: A numerical model compared with measurements // *Journal of Geophysical Research*. 1992. Vol. 97, No. A1. P. 77–90. DOI: 10.1029/91JA02300.

Kozlov D.A., Leonovich A.S., Cao J.B. The structure of standing Alfvén waves in a dipole magnetosphere with moving plasma // *Annales Geophysicae*. 2006. Vol. 24. No. 1. P. 263–274. DOI: 10.5194/angeo-24-263-2006.

Kozyra J.U., Shelley E.G., Comfort R.H., et al. The role of ring current O⁺ in the formation of stable auroral red arcs // *Journal of Geophysical Research*. 1987. Vol. 92, No. A7. P. 7487–7502. DOI: 10.1029/JA092iA07p07487.

Lee D.H., Lysak R.L. Effects of azimuthal asymmetry on ULF waves in the dipole magnetosphere // *Geophysical Research Letters*. 1990. Vol. 17, No. 1. P. 53–56. DOI: 10.1029/GL017i001p00053.

Leonovich A.S., Kozlov D.A. Kelvin-Helmholtz instability in a dipole magnetosphere: The magnetopause as a tangential discontinuity // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2019. Vol. 124, No. 10. P. 7936–7953. DOI: 10.1029/2019JA026842.

Leonovich A.S., Mazur V.A. Resonance excitation of standing Alfvén waves in an axisymmetric magnetosphere (monochromatic oscillations) // *Planetary and Space Science*. 1989. Vol. 37, No. 8. P. 1095–1108. DOI: 10.1016/0032-0633(89)90081-0.

Leonovich A.S., Mazur V.A. The spatial structure of poloidal Alfvén oscillations of an axisymmetric magnetosphere // *Planetary and Space Science*. 1990. Vol. 38, No. 10. P. 1231–1241. DOI: 0032-0633(90)90128-D.

Leonovich A.S., Mazur V.A. A theory of transverse small-scale standing Alfvén waves in an axially symmetric magnetosphere // *Planetary and Space Science*. 1993. Vol. 41. P. 697–717.

Leonovich A.S., Mazur V.A. Linear transformation of the standing Alfvén wave in an axisymmetric magnetosphere // *Planetary and Space Science*. 1995a. Vol. 43, No. 7. P. 885–893.

Leonovich A.S., Mazur V.A. Magnetospheric resonator for transverse-small-scale standing Alfvén waves // *Planetary and Space Science*. 1995b. Vol. 43. P. 881–883.

Leonovich A.S., Mazur V.A. Penetration to the Earth's surface of standing Alfvén waves excited by external currents in the ionosphere // *Annales Geophysicae*. 1996. Vol. 14. P. 545–556.

Leonovich A.S., Mazur V.A. A model equation for monochromatic standing Alfvén waves in the axially symmetric magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. 1997. Vol. 102, No. A6. P. 11443–11456.

Leonovich A.S., Mazur V.A. Structure of magnetosonic eigenoscillations of an axisymmetric magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. 2000. Vol. 105. P. 27707–27715.

Leonovich A.S., Mishin V.V., Cao J.B. Penetration of magnetosonic waves into the magnetosphere: Influence of a transition layer // *Annales Geophysicae*. 2003. Vol. 21, No. 5. P. 1083–1093.

Leonovich A.S., Klimushkin D.Y., Mager P.N. Experimental evidence for the existence of monochromatic transverse small-scale standing Alfvén waves with spatially dependent polarization // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. – 2015. Vol. 120. P. 5443–5454.

Leonovich A.S., Zong Q.G., Kozlov D.A., Kotovschikov I.P. The field of shock-generated Alfvén oscillations near the plasmopause // *Journal of Geophysical Research*. 2021. Vol. 126, No. 8. P. e2021JA029488.

Louarn P., Wahlund J.-E., Chust T., et al. Observation of kinetic Alfvén waves by the FREJA spacecraft // *Geophysical Research Letters*. 1994. Vol. 21, No. 17. P. 1847–1850. DOI: 10.1029/94GL00882.

Lysak R.L. Electrodynamics coupling of the magnetosphere and ionosphere // *Space Science Reviews*. 1990. Vol. 52, No. 1–2. P. 33–87. DOI: 10.1007/BF00704239.

Lysak R.L., Dum C.T. Dynamics of magnetosphere-ionosphere coupling including turbulent transport // *Journal of Geophysical Research*. 1983. Vol. 88, No. A1. P. 365–380. DOI: 10.1029/JA088iA01p00365.

Lysak R.L., Yoshikawa A. Resonant cavities and waveguides in the ionosphere and atmosphere // *Magnetospheric ULF Waves: Synthesis and New Directions* / Eds. K. Takahashi, P. J. Chi, R. E. Denton, R. L. Lysak. Washington, D.C.: American Geophysical Union, 2006. Vol. 169. P. 289–306. DOI: 10.1029/169GM19.

Lysak, R.L., Lotko, W. On the kinetic dispersion relation for shear Alfvén waves // *Journal of Geophysical Research*. 1996. Vol. 101. P. 5085–5094.

Mager P.N., Klimushkin D.Y. The field line resonance in the three-dimensionally inhomogeneous magnetosphere: Principal features // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2021. Vol. 126. P. e2020JA028455.

Mager P.N., Berngardt O.I., Klimushkin D.Yu., et al. First results of the high-resolution multibeam ULF wave experiment at the Ekaterinburg SuperDARN radar: Ionospheric signatures of coupled poloidal Alfvén and drift-compressional modes // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2015. Vol. 130–131. P. 112–125. DOI: 10.1016/j.jastp.2015.05.014.

Mager P.N., Mikhailova O.S., Mager O.V., Klimushkin D.Y. Eigenmodes of the transverse Alfvénic resonator at the plasmopause: A Van Allen Probes case study // *Geophysical Research Letters*. 2018. Vol. 45. P. 10796–10804.

Mallinckrodt A.J., Carlson C.W. Relations between transverse electric fields and field-aligned currents // *Journal of Geophysical Research*. 1978. Vol. 83, No. A4. P. 1426–1432. DOI: 10.1029/JA083iA04p01426.

Manweiler J.W., Breneman A., Niehof J., et al. Science of the Van Allen Probes Science Operations Centers // *Space Science Reviews*. 2022. Vol. 218, No. 8. P. 66. DOI: 10.1007/s11214-022-00919-x.

McKenzie J. F. Hydromagnetic wave interaction with the magnetopause and the bow shock // *Planetary and Space Science*. 1970. Vol. 18, No. 1. P. 1–23. DOI: 10.1016/0032-0633(70)90063-2.

Mikhailova O.S., Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Transverse resonator for ion-ion hybrid waves in dipole magnetospheric plasma // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2020. Vol. 62, No. 9. P. 095008. DOI: 10.1088/1361-6587/ab9be9.

Mikhalev A.V., Xu J., Degtyarev V.I., Yuan W. Initial phase of mid-latitude aurora during strong geomagnetic storms // *Advances in Space Research*. 2008. Vol. 42, No. 5. P. 992–998.

Min K., Takahashi K., Ukhorskiy A.Y., et al. Second harmonic poloidal waves observed by Van Allen Probes in the dusk-midnight sector // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2017. Vol. 122. P. 3013–3039. DOI: 10.1002/2016JA023770.

Mishin V.V., Morozov A.G. On the effect of oblique disturbances on Kelvin-Helmholtz instability at magnetospheric boundary layers and in solar wind // *Planetary and Space Science*. 1983. Vol. 31, P. 821–828. DOI: 10.1016/0032-0633(83)90135-6.

Pilipenko V.A. ULF waves on the ground and in space // *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*. 1990. Vol. 52. P. 1193–1209.

Potapov A.S., Polyushkina T.N., Pulyaev V.A. Observations of ULF waves in the solar corona and in the solar wind at the Earth's orbit // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2013. Vol. 102. P. 235–242. DOI: 10.1016/j.jastp.2013.06.001.

Prölss G.W. Subauroral electron temperature enhancement in the nighttime ionosphere // *Annales Geophysicae*. 2006. Vol. 24, No. 7. P. 1871–1885. DOI: 10.5194/angeo-24-1871-2006.

Pu Z.Y., Kivelson M.G. Kelvin-Helmholtz instability at the magnetopause. I Solution for compressible plasmas. II – Energy flux into the magnetosphere. // *Journal of Geophysical Research*. 1983. Vol. 88, P. 841–861. DOI: 10.1029/JA088iA02p00841.

Radoski H.R. A theory of latitude dependent geomagnetic micropulsations: The asymptotic fields // *Journal of Geophysical Research*. 1974. Vol. 79. P. 595–603.

Radoski H.R. Highly asymmetric MHD resonances: The guided poloidal mode // *Journal of Geophysical Research*. 1967. Vol. 72, No. 15. P. 4026-4027. DOI: 10.1029/JZ072i015p04026.

Radoski H.R. Magnetic toroidal resonances and vibrating field lines // *Journal of Geophysical Research*. 1966. Vol. 71, No. 7. P. 1891–1893. DOI: 10.1029/JZ071i007p01891.

Rankin R., Gillies D.M., Degeling A.W. On the Relationship Between Shear Alfvén Waves, Auroral Electron Acceleration, and Field Line Resonances // *Space Science Reviews*. 2021. Vol. 217, No. 4. P. 30. DOI: 10.1007/s11214-021-00830-x.

Rankin R., Samson J.C., Tikhonchuk V.T. Parallel electric fields in dispersive shear Alfvén waves in the dipolar magnetosphere // *Geophysical Research Letters*. 1999. Vol. 26. P. 3601–3604.

Rees M.H., Roble R.G. Observations and theory of the formation of stable auroral red arcs // *Reviews of Geophysics*. 1975. Vol. 13, No. 1. P. 201–242. DOI: 10.1029/RG013i001p00201.

Rubtsov A.V., Agapitov O., Mager P.N., et al. Drift resonance of compressional ULF waves and substorm-injected protons from multipoint THEMIS measurements // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2018. Vol. 123, No. 10. P. 8445–8456. DOI: 10.1029/2018JA025985.

Rubtsov A.V., Mikhailova O.S., Mager P.N., et al. Multispacecraft observation of the presubstorm long-lasting poloidal ULF wave // *Geophysical Research Letters*. 2021. Vol. 48. P. e2021GL096182. DOI: 10.1029/2021GL096182.

Schumann W.O. Über die strahlungslosen Eigenschwingungen einer leitenden Kugel, die von einer Luftschicht und einer Ionosphärenhülle umgeben ist // *Zeitschrift für Naturforschung A*. 1952. Vol. 7, No. 2. P. 149–154. DOI: 10.1515/zna-1952-0202.

Southwood D. J. Some features of field line resonances in the magnetosphere // *Planetary and Space Science*. 1974. Vol. 22. P. 483–491.

Southwood D.J., Kivelson M.G. Charged particle behavior in low-frequency geomagnetic pulsations 1. Transverse waves // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 1981. Vol. 86, No. A7. P. 5643–5655.

Stasiewicz K., Bellan P., Chaston C., et al. Small Scale Alfvénic Structure in the Aurora // *Space Science Reviews*. 2000. Vol. 92. P. 423–533. DOI: 10.1023/A:1005207202143.

Stasiewicz K., Holmgren G., Zanetti L. Density depletions and current singularities observed by Freja // *Journal of Geophysical Research*. 1998. Vol. 103, No. A3. P. 4251–4260. DOI: 10.1029/97JA02007.

Stefant R.J. Alfvén wave damping from finite gyroradius coupling to the ion acoustic mode // *Physics of Fluids*. 1970. Vol. 13, No. 2. P. 440–450.

Streltsov A.V., Lotko W. Small-scale, "electrostatic" auroral structures and Alfvén waves // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 1999. Vol. 104, No. A3. P. 4411–4426. DOI: 10.1029/1998JA900153.

Streltsov A., Lotko W. Dispersive field line resonances on auroral field lines // *Journal of Geophysical Research*. 1995. Vol. 100. P. 19457–19472.

Takagi Y., Shiokawa K., Otsuka Y., et al. Statistical analysis of SAR arc detachment from the main oval based on 11-year, all-sky imaging observation at Athabasca, Canada // *Geophysical Research Letters*. 2018. Vol. 45. P. 11539–11546. DOI: 10.1029/2018GL079615.

Takahashi K., Denton R.E., Fennell J.F., et al. Van Allen Probes observations of second-harmonic poloidal standing Alfvén waves // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2018. Vol. 123. P. 611–637. DOI: 10.1002/2017JA024639.

Tamao T. Direct contribution of oblique field-aligned currents to ground magnetic fields // *Journal of Geophysical Research*. 1986. Vol. 91. P. 183–189.

Tamao T. Transmission and coupling resonance of hydromagnetic disturbances in the non-uniform Earth's magnetosphere // *Science Reports of Tohoku University*. 1965. Vol. 17. P. 43–54.

Tashchilin A., Leonovich L. Modeling nightglow in atomic oxygen red and green lines under moderate disturbed geomagnetic conditions at midlatitudes // *Solar-Terrestrial Physics*. 2016. Vol. 2, No. 4. P. 84–94.

Vogt J., Haerendel G. Reflection and transmission of Alfvén waves at the auroral acceleration region // *Geophysical Research Letters*. 1998. Vol. 25, No. 3. P. 277–280. DOI: 10.1029/97GL53714.

Volwerk M., Louarn P., Chust T., et al. Solitary kinetic Alfvén waves: A study of the Poynting flux // *Journal of Geophysical Research*. 1996. Vol. 101, No. A6. P. 13,335–13,345. DOI: 10.1029/96JA00166.

Wang B., Li P., Huang J., Zhang B. Nonlinear Landau resonance between EMIC waves and cold electrons in the inner magnetosphere // *Physics of Plasmas*. 2019. Vol. 26, No. 4. P. 042903. DOI: 10.1063/1.5088374.

Wang C.P., Gkioulidou M., Lyons L.R., Angelopoulos V. Spatial distributions of the ion to electron temperature ratio in the magnetosheath and plasma sheet // *Journal of Geophysical Research*. 2012. Vol. 117, No. A8. P. A08215.

Wright A.N. Coupling of fast and Alfvén modes in realistic magnetospheric geometries // *Journal of Geophysical Research*. 1992. Vol. 97, No. A6. P. 6429–6438. DOI: 10.1029/91JA02655.

Wright A.N., Elsden T. The theoretical foundation of 3D Alfvén resonances: Normal modes // *The Astrophysical Journal*. 2016. Vol. 833, No. 2. P. 230.

Wygant J.R., Keiling A., Cattell C.A., et al. Evidence for kinetic Alfvén waves and parallel electron energization at 4–6 R_E altitudes in the plasma sheet boundary layer // *Journal of Geophysical Research*. 2002. Vol. 107, No. A8. P. 1201. DOI: 10.1029/2001JA900113.

Yamamoto K., Rubtsov A.V., Kostarev D.V., et al. Direct evidence of drift-compressional wave generation in the Earth's magnetosphere detected by Arase // *Geophysical Research Letters*. 2024. Vol. 51, No. 8. P. e2023GL107707. DOI: 10.1029/2023GL107707.

Yang L., Wu D.J., Wang S.J., Lee L.C. Comparison of two-fluid and gyrokinetic models for kinetic Alfvén waves in solar and space plasmas // *The Astrophysical Journal*. 2014. Vol. 792. P. 36.

Zhang Y., Paxton L.J. *Space Physics and Aeronomy, Magnetospheres in the Solar System*. Hoboken, NJ: “John Wiley & Sons”, 2021. 784 p.

Zhou Q., Xiao F., Yang C., et al. Observation and modeling of magnetospheric cold electron heating by electromagnetic ion cyclotron waves // *Journal of Geophysical*

Research: Space Physics. 2013. Vol. 118, No. 11. P. 6907–6914. DOI: 10.1002/2013JA019263.

Zhou X.Z., Li L., Omura Y., Zong Q.G. The linear and nonlinear resonant interactions between ultra-low-frequency waves and magnetospheric particles // Reviews of Modern Plasma Physics. 2025. Vol. 9, No. 1. P. 12.

Zong Q.-G., Zhou X.-Z., Li X., et al. Ultralow frequency modulation of energetic particles in the dayside magnetosphere // Geophysical Research Letters. 2017. Vol. 34, No. 12, p. L12105, DOI: 10.1029/2007GL029915.