

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Ордена Трудового Красного Знамени
Институт солнечно-земной физики
Сибирского отделения Российской академии наук
(ИСЗФ СО РАН)

УТВЕРЖДАЮ:

Врио директора ИСЗФ СО РАН

чл.– корр. РАН _____ А.В. Медведев

«15» марта 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Б1.В.ДВ.2.2 Основы функционального анализа

Направление подготовки **03.04.02 Физика**

Направленность (профиль): **Физика солнечно-земных связей**

Квалификация выпускника: **МАГИСТР**

Тип профессиональной деятельности: **научно-исследовательский,
педагогический**

Форма обучения: **очная**

Иркутск 2024

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.04.02 Физика (уровень магистратуры), утвержденного приказом Минобрнауки России от 07.08.2020 № 914

РАБОЧУЮ ПРОГРАММУ разработал кандидат физико-математических наук	Н.В. Ильин
---	------------

1. Место и роль дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Основы функционального анализа» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» основной образовательной программы по направленности (профилю) подготовки Физика солнечно-земных связей направления подготовки 03.04.02 Физика, и является дисциплиной по выбору.

Дисциплина «Основы функционального анализа» является естественным продолжением курсов математического цикла, которые изучаются физиками и радиофизиками бакалаврами.

Предшествующие дисциплины, на которые данная дисциплина опирается: дисциплины математического цикла бакалавриата.

Последующие дисциплины, для которых освоение данной дисциплины необходимо: Производственная практика (НИР).

2. Цели и задачи дисциплины

Целью курса «Основы функционального анализа» является:

- развитие навыков математического мышления;
- формирование навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности;
- воспитание математической культуры у обучающихся;

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке физика, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений

Задачами дисциплины «Основы функционального анализа» является:

- Изучение основ математики для разработки количественных методов исследования окружающего мира и его преобразования с целью улучшения условий существования человека.
- Освоение математических приемов и навыков постановки и решения конкретных задач, ориентированных на практическое применение при изучении специальных дисциплин.
- Овладение основными математическими методами, необходимыми для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений, обработки и анализа результатов экспериментов.
- Изучение основных математических методов применительно к решению научных задач.
- Развитие логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические знания.
- Изучение развития математики в связи с научно-техническим прогрессом.
- Изучение современных математических методов исследования, основанных на массовом применении компьютерной техники.
- Формирование основ научного мышления на примерах творческого пути наиболее выдающихся ученых - математиков, на раскрытие логики и закономерностей того или иного открытия, на анализе возникавших проблем и способов их преодоления и т.п.
- Рабочая программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как множества функций, алгебраические структуры и их свойства, на приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины «Основы функционального анализа» направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ОПОП по направлению подготовки 03.04.02 Физика:

Компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания в области физики для решения научно-исследовательских задач, а также владеть основами педагогики, необходимыми для осуществления преподавательской деятельности;	ИД 1. Способен решать исследовательские задачи, на основе фундаментальных знаний в области физики	Знать: базовые понятия функционального анализа, Уметь: выводить основные формулы, решать математические задачи базового уровня, применять базовые математические методы для решения задач физики Владеть: навыками применения ортогональных разложений.
	ИД 3. Умеет использовать фундаментальные знания профессиональной деятельности для решения конкретных задач	Знать: межпредметные связи дисциплины функциональный анализ и применение в физике и радиофизике. Уметь: применять методы и приемы решения задач из различных разделов математики; применять математические методы для решения задач физики Владеть: навыками решения математических задач повышенного уровня, навыками решения физических задач; используя адекватный математический аппарат.
ПКА-2. Способен проводить научные исследования в области физики солнечно-земных связей, используя необходимые знания теоретических и экспериментальных разделов физики	ИД 3. Использует современные теоретические и экспериментальные методы, включая методы обработки и анализа данных, при проведении научных исследований и реализации научных проектов в области физики солнечно-земных связей	Знать: способы применения функционального анализа в задачах радиофизики, обобщенные функции, приложенные математических методов к классическим задачам физики. Уметь: применять математические методы к классическим задачам радиофизики. Делать преобразование Фурье, Лапласа. Владеть: навыками спектральных оценок, методами решения классических задач.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 часа.

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц
Аудиторные занятия (всего)	36/1

В том числе:	
Лекции	18/0,5
Лабораторные работы	
Практические занятия	18/0,5
Самостоятельная работа (всего)	72/2
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	36/1
Контактная работа (всего)	36/1
Общая трудоёмкость (часы/зачетные единицы)	144/4

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Раздел	Всего часов	Аудиторные занятия			СРС
			Лекции	Практические занятия	Лаб. занятия	
1.	Топологические и метрические пространства.	30	5	5		20
2.	Нормированные пространства.	24	4	4		16
3.	Гильбертовы пространства.	24	4	4		16
4.	Сопряженное пространство.	18	3	3		12
5.	Линейные операторы.	6	1	1		4
6.	Спектр оператора.	6	1	1		4
	Итого	108	18	18		72

5.2. Содержание разделов и тем дисциплины (модуля).

№п/п	Наименование раздела	Наименование темы
1.	Топологические и метрические пространства	Топология, топологические пространства
		Метрика, метрические пространства
		Сходимость, полнота
		Непрерывность
		Неподвижные точки
2.	Нормированные линейные пространства	Линейное пространство
		Норма, сходимость, полнота
		Банахово пространство
		Функционалы
3.	Гильбертовы пространства	Скалярное произведение, базис
		Функциональные пространства
4.	Сопряженное пространство	Непрерывные линейные функционалы
		Обобщенные функции
		Сильные, слабые сходимости
5.	Линейные операторы	Линейные, ограниченные операторы
6.	Спектр оператора	Спектр оператора, функция от оператора

5.3. Разделы и темы дисциплины (модуля) и междисциплинарные связи

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин и практик	№ № разделов и/или тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин
1.	Производственная практика (НИР)	Разделы 1-6

5.4. Перечень лекционных занятий

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование используемых технологий	Трудоёмкость (часы)	Оценочные средства
1.	1.1 Топология, топологические пространства	Лекция	1	Устный опрос
2.	1.2. Метрика, метрические пространства	Лекция	1	Устный опрос
3.	1.3. Сходимость, полнота	Лекция	1	Устный опрос
4.	1.4. Непрерывность	Лекция	2	Устный опрос
5.	2.1. Линейное пространство	Лекция	1	Устный опрос
6.	2.2. Норма, сходимость, полнота	Лекция	1	Устный опрос
7.	2.3. Банахово пространство	Лекция	1	Устный опрос
8.	2.4. Функционалы	Лекция	1	Устный опрос
9.	3.1. Скалярное произведение, базис	Лекция	2	Устный опрос
10.	3.2. Функциональные пространства	Лекция	2	Устный опрос
11.	4.1. Непрерывные линейные функционалы	Лекция	1	Устный опрос
12.	4.2. Обобщенные функции	Лекция	1	Устный опрос
13.	4.3. Сильные, слабые сходимости	Лекция	1	Устный опрос
14.	5.1. Линейные, ограниченные операторы	Лекция	1	Устный опрос
15.	6.1. Спектр оператора, функция от оператора	Лекция	1	Устный опрос

5.5. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоёмкость (часы)	Оценочные средства
1.	1.1	Топология, топологические пространства	1	Контрольные работы
2.	1.2	Метрика, метрические пространства	1	Задачи и вопросы
3.	1.3	Последовательности, сходимость, полнота	1	Задачи и вопросы
4.	1.4	Отображение топологических и метрических пространств	1	Задачи и вопросы
5.	1.5	Непрерывные отображения, неподвижные точки	1	Задачи и вопросы
6.	2.1	Линейное пространство, линейная зависимость, независимость, базис	1	Контрольные работы
7.	2.2	Выпуклые функционалы, норма, нормы в функциональных пространствах	1	Задачи и вопросы
8.	2.3	Сходимость по норме, полнота, Банаховы пространства	1	Задачи и вопросы
9.	2.4	Линейные функционалы, теорема Хана-Банаха	1	Задачи и вопросы
10.	3.1	Скалярное произведение, Гильбертово пространство	1	Контрольные работы
11.	3.2	Лемма Рисса, различные скалярные произведения в функциональных пространствах	1	Задачи и вопросы
12.	3.3	Ортогональные базисы	1	Задачи и вопросы
13.	3.4	Ряд Фурье, обобщенный ряд Фурье	1	Задачи и вопросы
14.	4.1	Сопряженное пространство,	1	Контрольные работы
15.	4.2	Обобщенные функции	1	Задачи и вопросы
16.	4.3	Сильная и слабая сходимость	1	Задачи и вопросы

17.	5.1	Линейные ограниченные операторы	1	Контрольные работы
18.	6.1	Спектр оператора, резольвента	1	Контрольные работы

5.6. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

План самостоятельной работы студентов

№	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-18	1 - 6	Конспектирование Решение задач	Решение задач	Функциональный анализ /В. А. Треногин	72

Самостоятельная работа заключается в изучении основного учебника и решении задач из упражнений, приведенных в каждой главе. Конспектируют только те главы, которые изучаются на лекциях, остальные прочитать в ознакомительном порядке.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература

№ п/п	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы	Количество экземпляров
1.	Треногин, В. А. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. — 4-е, изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 488 с. — ISBN 978-5-9221-0804-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/59471	ЭБС https://e.lanbook.com/ неограниченный доступ
2.	Методы современной физики: пер. с англ. А.К. Погребкова и В.Н. Сушко. Т.1. Функциональный анализ / М. Рид, Б. Саймон. - М. : Мир, 1977. - 357 с.	ЭБ http://irbis.iszf.irk.ru неограниченный доступ

6.2. Дополнительная литература

№ п/п	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы	Количество экземпляров
1.	Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ: - 3-е изд., перераб. - М. : Наука; Гл. ред. физ. - мат. лит-ры, 1984. - 752 с.	ЭБ http://irbis.iszf.irk.ru неограниченный доступ
2.	Колмогоров А.Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа 4-е изд., перераб. - Москва : Гл. ред. физ. - мат. лит. изд-ва "Наука", 1976. - 544 с.	ЭБ http://irbis.iszf.irk.ru неограниченный доступ

6.3. Профессиональные базы данных, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине:

- Научная база данных Scopus <https://www.scopus.com>
- Научные данные (материалы) издательства Cambridge University Press <http://www.cambridge.org>

6.4. Информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине:

- Информационно-справочная информация в библиотеке ИСЗФ СО РАН <http://irbis.iszf.irk.ru>

6.5. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимые для освоения дисциплины:

- Государственная публичная научно-техническая библиотека (ГПНТБ) <http://www.gpntb.ru/>

- Российская государственная библиотека (РГБ) <http://www.rsl.ru/>

6.6. Программное обеспечение

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине:

- Операционная система Ubuntu 18.04 (свободно распространяемое ПО)
- Офисный пакет Libre Office (свободно распространяемое ПО)
- 7-Zip (свободно распространяемое ПО)
- Adobe Acrobat Reader DC (свободно распространяемое ПО)
- Mozilla Firefox 1 (свободно распространяемое ПО)
- VLC Mediaplayer (свободно распространяемое ПО)
- K-Lite Codec Pack (свободно распространяемое ПО)
- Операционная система Microsoft Windows 10 Pro
- Система ВКС VideoMost Proton

7. Образовательные технологии

- Интерактивные лекции
- Групповые дискуссии

8. Практическая подготовка

Практическая подготовка обучающихся в рамках реализации данной учебной дисциплины осуществляется на практических занятиях.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p>	<p>Аудитория укомплектована специализированной мебелью на 30 посадочных мест, оснащена оборудованием и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории:</p> <ul style="list-style-type: none"> • доска магнитно-маркерная Branberg • экран для проектора Projecta • проектор BenQ MH733 1920 x 1080 • ноутбук ASUS L1500CDA Windows 10 Pro • система акустическая Electro Voice EVID 6.2
<p>Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций и самостоятельной работы</p>	<p>Аудитория укомплектована специализированной мебелью на 7 посадочных мест, оснащена компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде:</p> <ul style="list-style-type: none"> • персональные компьютеры Неттоп Think Center Lenovo M710Q • мониторы ПУАМА PL2283Н, Dell CRHX9K2 • доска магнитно-маркерная Branberg • экран для проектора Projecta • проектор BenQ MH733 1920 x 1080

10 Фонд оценочных средств

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

1. основные принципы, понятия и факты анализа функциональных пространств;
2. основные понятия теории операторов;
3. методы решения математических задач и уравнений;
4. приложения математических методов к классическим задачам физики.

Уметь:

1. применять методы и приемы решения задач из различных разделов математики;
2. применять математические методы для решения задач физики;
3. использовать адекватный математический аппарат;
4. выполнять математическую обработку результатов экспериментов;
5. выполнять приближенные вычисления и оценивать их погрешность;
6. использовать методы математического моделирования в практической деятельности;
7. самостоятельно работать с математической литературой.

Владеть:

1. навыками использования математического аппарата для решения физических задач.
2. методами асимптотических разложений, методом ортогонального разложения.
3. навыками спектральных оценок, методами решения классических задач

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код компетенции	Разделы дисциплины, направленные на формирование компетенции					
	1	2	3	4	5	6
ОПК-1			+		+	
ПКА-2			+		+	

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции	Показатели (индикаторы)	Формы оценивания			
		Текущий контроль			Промежуточная аттестация
		Устный опрос	Решение задач	Контроль самостоятельной работы	Зачет/экзамен
ОПК-1	ИД 1 –ИД 3	Вопросы к экзамену, все	Задачи 1-3	Вопросы к экзамену, Задачи 1,2 (РПД)	экзамен
ПКА-2	ИД-1	Вопросы к экзамену, все	Задачи 1-3	Вопросы к экзамену, Задачи 1,2 (РПД)	экзамен

Программа оценивания контролируемой компетенции

Тема или раздел дисциплины	Формируемый признак компетенции	Показатель	Критерий оценивания	Наименование ОС	
				ТК	ПА
Раздел 3 Гильбертовы пространства	ОПК-1 Знает основные топологических и метрических пространств и их использование в физике	Знание основных свойств топологических пространств. Умение определять сходимость в разных пространствах. Владение базовой	Владеет материалом раздела 3. Умеет аргументированно вести дискуссию по базовым вопросам топологических пространств	Собеседование Решение задач	экзамен

		терминологией и основными методами описания топологии и метрических пространств.			
Раздел 5 Линейные операторы	ОПК-1 Владеет понятием оператора, собственного базиса	Умеет сформулировать физическую задачу на языке линейных операторов, владеет аппаратом скалярных произведений	Владеет материалом раздела 5. Умеет аргументированно вести дискуссию по базовым вопросам топологических пространств	Собеседование Решение задач	экзамен
Раздел 3 Гильбертовы пространства	ПКА-2 <i>Знает</i> способы применения функционального анализа в задачах радиофизики, обобщенные функции, умеет применять математические методы к классическим задачам физики.	Знает примеры применения в физике Гильбертовых пространств, умеет выбрать базис, владеет разложением по базису на примерах классических задач	Владеет материалом раздела 3. Умеет аргументированно вести дискуссию по базовым вопросам топологических пространств	Собеседование Решение задач	экзамен
Раздел 5 Линейные операторы		Знает примеры применения операторов в физических задачах, владеет методами анализа операторов	Владеет материалом раздела 5. Умеет аргументированно вести дискуссию по базовым вопросам топологических пространств	Собеседование Решение задач	экзамен

Текущая и промежуточная аттестация

Цель контроля - получение информации о результатах обучения и степени их соответствия результатам обучения.

Текущий контроль

Текущий контроль успеваемости магистранта, т.е. проверка усвоения учебного материала, регулярно осуществляется на протяжении семестра. Текущий контроль знаний обучающихся организован как устный групповой опрос, письменные работы.

Оценочные средства для оценки текущей успеваемости студентов

Характеристика ОС для обеспечения текущего контроля по дисциплине

Раздел / Тема	Индекс и уровень формируемой компетенции или дескриптора	ОС	Содержание задания
Раздел 3. Гильбертовы пространства	ОПК-1, ИД.1, ИД. 2	Собеседование, решение задач	Дискуссия, обсуждение материала лекций. Устный ответ на вопросы преподавателя.
Раздел 5 Линейные	ИД-1	Собеседование,	Дискуссия, обсуждение материала

операторы		решение задач	лекций. Устный ответ на вопросы преподавателя.
-----------	--	---------------	--

Задания для текущего контроля

Вопросы для собеседования

Раздел 3

1. Принцип сжимающих отображений
2. Сепарабельные метрические пространства.
3. Компактные множества.
4. Линейное пространство, линейная зависимость, независимость.
5. Норма, примеры нормированных пространств.
6. Примеры нормированных функциональных пространств.
7. Полнота, пополнение пространства
8. Пространства C^n , L_p , l_2
9. Скалярное произведение
10. Примеры Гильбертовых пространств

Раздел 5

1. Линейный оператор, примеры
2. Непрерывный, вполне непрерывный оператор
3. Сопряженный оператор
4. Спектр линейного ограниченного оператора
5. Спектр самосопряженного оператора
6. Определение функции от оператора

Задачи для практических занятий

1. Проверить, являются ли нормой в функциональном пространстве следующие функционалы:

- а) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)|$; б) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x'(t)|$; в) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)| + \max_{t \in [0,1]} |x'(t)|$;
- г) $\|x\| = -\max_{t \in [0,1]} |x(t)|$; д) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)| + |x(a)|$, a – фиксированное число;
- е) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)| + \int_0^1 |x(t)| dt$; ж) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)| + |x(b) - x(a)|$, $a, b \in [0,1]$;
- з) $\|x\| = e^{\max_{t \in [0,1]} |x(t)|} - 1$; и) $\|x\| = \arctg(\max_{t \in [0,1]} |x(t)|)$;
- к) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)| + \max_{t \in [0,1]} |x'(t)| + \max_{t \in [0,1]} |x''(t)|$.

2. На R_2 с нормой $\| \cdot \|_p$ найти норму функционала для $p = 1$, $p = 2$, $p = \infty$

$$l(x) = ax_1 + bx_2$$

- a) $a = 1$, $b = 1$;
- b) $a = 2$, $b = 1$;
- c) $a = -1$, $b = 1$;
- d) $a = 1$, $b = 2$;

3. На R_2 с нормой $\| \cdot \|_2$ найти норму оператора

а) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$; д) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$; е) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$;

$$\text{ж)} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}; \quad \text{з)} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}; \quad \text{и)} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \quad \text{к)} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}; \quad \text{л)} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}; \quad \text{м)} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix};$$

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант контрольной работы по теме 1.1

1. Привести 5 примеров различных топологий на вещественной оси, упорядочив их по слабости.
2. Указать все фундаментальные последовательности в дискретной топологии.
3. Привести пример топологии на вещественной оси, при которой тождественное отображение не непрерывно.

Вариант контрольной работы по теме 2.1

В множестве последовательностей рассмотреть орты, то есть последовательности, у которых один элемент равен 1, остальные 0. Будут ли они образовывать базис в пространствах:

1. c_{00} – конечных последовательностей;
2. c_0 – сходящихся к 0 последовательностей;
3. c – сходящихся последовательностей;
4. ограниченных последовательностей.

Вариант контрольной работы по теме 3.1

На l_p с нормой $\| \cdot \|_p$ для $p = 1, p = 2, p = \infty$

Определить, какая из норм является евклидовой. Указание: проверить равенство параллелограмма для каждой из норм.

Вариант контрольной работы по теме 4.1

1. На R_2 с нормой $\| \cdot \|_p$ найти норму функционала для $p = 1, p = 2, p = \infty$

$$l(x) = ax_1 + bx_2$$

- a) $a = 1, b = 1$;
- b) $a = 2, b = 1$;
- c) $a = -1, b = 1$;
- d) $a = 1, b = 2$;

2. Для двух заданных векторов на плоскости построить биортогональный базис

- a) $(1,2), (-1,2)$
- б) $(0,1), (1,2)$
- в) $(1,1), (-1,1)$

Вариант контрольной работы по теме 5.1

1. В пространстве последовательностей l_p найти норму оператора сдвига влево для

- a) $p = 1$
- б) $p = 1$
- с) $p = \infty$

2. Ограничен ли оператор дифференцирования на множестве дифференцируемых функций.
3. Привести пример свёрхограниченного оператора в пространствах l_2 и l_1 .

Вариант контрольной работы по теме 6.1

1. Указать виды спектров операторов, может ли непрерывный спектр состоять из одной точки.
2. Доказать замкнутость спектра.
3. Найти спектр оператора сдвига в пространстве l_2 .
4. Свойства резольвенты.

Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине осуществляется по окончании дисциплины, в виде экзамена в соответствии с графиком учебного процесса. Проверка наличия конспектов по дисциплине является допуском к экзамену. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и (или) невыполненных заданий), студент отрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации¹

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1 (образец билета)

Дисциплина **Основы функционального анализа**

Направление подготовки **03.04.02 Физика**

1. Вопрос для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
Определение топологического линейного пространства, отличие от нормированного пространства
2. Вопрос для проверки уровня обученности УМЕТЬ
Найти спектр матрицы $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$;
3. Вопрос (задача/задание) для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ
Ортогонализировать систему многочленов $\{1, x, x^2\}$

Вопросы к экзамену

1. Топология, сильная, слабая
2. Топологическое пространство, аксиомы
3. Метрика и метрическое пространство
4. Открытые замкнутые множества
5. Привести примеры различных метрик на прямой, плоскости.
6. Привести пример метрики на плоскости, в которой круг имеет форму квадрата, ромба.
7. Принцип сжимающих отображений
8. Сепарабельные метрические пространства.
9. Компактные множества.
10. Линейное пространство, линейная зависимость, независимость.
11. Норма, примеры нормированных пространств.
12. Примеры нормированных функциональных пространств.
13. Полнота, пополнение пространства
14. Пространства C^n , L_p , l_2
15. Плотные множества в L_p

16. Скалярное произведение
17. Примеры Гильбертовых пространств
18. Ряд Фурье
19. Примеры полных ортогональных систем
20. Сопряженное пространство, норма функционала
21. Лемма Рисса об общем виде функционала в Гильбертовом пространстве
22. Сильная и слабая сходимости последовательности функционалов
23. Биортогональный базис
24. Линейный оператор, примеры
25. Непрерывный, вполне непрерывный оператор
26. Сопряженный оператор
27. Спектр линейного ограниченного оператора
28. Спектр самосопряженного оператора
29. Определение функции от оператора

Задания к экзамену

Задание 1.

Задаёт ли на числовой прямой норму функция:

- а) $f(x) = \sqrt{x}$; б) $f(x) = \sqrt{|x|}$; в) $f(x) = \sqrt{x^2}$; г) $f(x) = e^{|x|}$;
 д) $f(x) = \ln|x|$; е) $f(x) = |x|$; ж) $f(x) = |x-5|$; з) $f(x) = \frac{|x|}{1+|x|}$;

Задание 2

Проверить, являются ли нормой в функциональном пространстве следующие функционалы:

- а) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)|$;
 б) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x'(t)|$;
 в) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)| + \max_{t \in [0,1]} |x'(t)|$;
 г) $\|x\| = -\max_{t \in [0,1]} |x(t)|$;
 д) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)| + |x(a)|$, a – фиксированное число;
 е) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)| + \int_0^1 |x(t)| dt$;
 ж) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)| + |x(b) - x(a)|$, $a, b \in [0,1]$;
 з) $\|x\| = e^{\max_{t \in [0,1]} |x(t)|} - 1$;
 и) $\|x\| = \arctg(\max_{t \in [0,1]} |x(t)|)$;
 к) $\|x\| = \max_{t \in [0,1]} |x(t)| + \max_{t \in [0,1]} |x'(t)| + \max_{t \in [0,1]} |x''(t)|$.

Задание 3

На R^2 с нормой $\|\cdot\|_p$ найти норму функционала для $p = 1$, $p = 2$, $p = \infty$

$$l(x) = ax_1 + bx_2$$

- а) $a = 1$, $b = 1$;
 б) $a = 2$, $b = 1$;
 в) $a = -1$, $b = 1$;

d) $a = 1, b = 2;$

Задание 4

На R^2 с нормой $\| \cdot \|_2$ найти норму оператора

а) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix};$ б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix};$ в) $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix};$ г) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix};$ д) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix};$ е) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix};$
 ж) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix};$ з) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix};$ и) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix};$ к) $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix};$ л) $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix};$ м) $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix};$

Оценивание обучающихся происходит с использованием нормативных оценок на экзамене – 5 – отлично, 4 – хорошо, 3 – удовлетворительно, 2 – неудовлетворительно.

Оценочные средства сформированности компетенций

Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций	№ задания к экзамену
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания в области физики для решения научно-исследовательских задач, а также владеть основами педагогики, необходимыми для осуществления преподавательской деятельности	ИД 1. Знать основные понятия функционального анализа: ффункциональные пространства, базисы, функционалы, операторы ИД 2. Знать теоретические методы исследования конкретных задач в рамках теории операторов в функциональных пространствах.	Вопросы № 1-29
	ИД 2. Уметь математически формулировать условия физических задач	Задания № 1-4
	ИД 2. Уметь выделять главное содержание исследуемого физического явления и выбирать оптимальную физическую модель его описания, позволяющую рассчитать адекватные характеристики ИД 3. Уметь эффективно использовать на практике теоретические компоненты науки: понятия, суждения, умозаключения, законы	Задания № 1-4

Критерии оценивания результатов обучения

Критерии	Шкала оценивания			
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительн о»
Владение специальной терминологией	Свободно владеет терминологией из различных разделов курса	Владеет терминологией, деля ошибки; при неверном употреблении сам может их исправить	Редко использует при ответе термины, подменяет одни понятия другими, не всегда понимая разницы	Не владеет терминологией по курсу
Глубина и полнота знания теоретических основ курса	Демонстрирует прекрасное знание предмета, соединяя при ответе знания из разных разделов,	Хорошо владеет всем содержанием, видит взаимосвязи, может провести	Отвечает только на конкретный вопрос, соединяет знания из разных разделов курса только при наводящих вопросах	Не владеет теоретическими основами курса

	добавляя комментарии, пояснения, обоснования	анализ и т.д., но не всегда делает это самостоятельно без помощи экзаменатора	экзаменатора	
Умение проиллюстрировать теоретический материал примерами	Отвечая на вопрос, может быстро и безошибочно проиллюстрировать ответ собственными примерами	Может подобрать соответствующие примеры из имеющихся в учебных материалах	С трудом может соотнести теорию и практические примеры из учебных материалов; примеры не всегда правильные	Не может соотнести теоретические знания и практические примеры
Дискурсивные умения	Демонстрирует различные формы мыслительной деятельности: анализ, синтез, сравнение, обобщение и т.д. Владеет аргументацией, грамотной, лаконичной, доступной и понятной речью.	Присутствуют некоторые формы мыслительной деятельности: анализ, синтез, сравнение, обобщение и т.д. Хорошая аргументация, четкость, лаконичность ответов.	С трудом применяются некоторые формы мыслительной деятельности: анализ, синтез, сравнение, обобщение и т.д. Слабая аргументация, нарушенная логика при ответе, однообразные формы изложения мыслей.	Не может применить формы мыслительной деятельности: анализ, синтез, сравнение, обобщение и т.д. Отсутствует аргументация, логика при ответе.

Оценочные средства, обеспечивающие диагностику сформированности компетенций, заявленных в рабочей программе дисциплины (модуля)

Результат диагностики сформированности компетенций	Показатели	Критерии	Соответствие/ несоответствие	Зачет/ экзамен
Положительные результаты устного промежуточного контроля	подготовка к устному промежуточному контролю, знание основных тем дисциплины, указанных в Программе оценивания контролируемой компетенции	Дал грамотный и развернутый ответ на вопросы для подготовки по теоретическим вопросам курса Не ответил или ответил неправильно на вопросы для подготовки по теоретическим вопросам курса	Соответствие Несоответствие	Экзамен
Положительные результаты решения задач	Решение предложенных преподавателем задач, знание основных тем дисциплины	Положительные результаты решения задач Не решил или неправильно решил предложенные задачи	Соответствие Несоответствие	Экзамен
Положительные результаты экзамена	Подготовка к экзамену и знание экзаменационных вопросов	Полностью раскрыты все вопросы, даны все правильные определения Не полностью раскрыт один из вопросов и(или) в определениях есть неточности. Не полностью раскрыты два вопроса и(или) определения неверны	Соответствие Соответствие Несоответствие	Экзамен