

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Ордена Трудового Красного Знамени  
Институт солнечно-земной физики  
Сибирского отделения Российской академии наук  
(ИСЗФ СО РАН)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор ИСЗФ СО РАН

чл.-корр. РАН \_\_\_\_\_ А.В. Медведев

«11» мая 2023 г.

### **Рабочая программа дисциплины**

#### **Б1.В.ДВ.1.2 Математические методы обработки экспериментальных данных**

Направление подготовки **03.04.02 Физика**

Направленность (профиль): **Физика солнечно-земных связей**

Квалификация выпускника: **МАГИСТР**

Тип профессиональной деятельности: **научно-исследовательский, педагогический**

Форма обучения: **очная**

Иркутск 2023

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.04.02 Физика (уровень магистратуры), утвержденного приказом Минобрнауки России от 07.08.2020 № 914

РАБОЧУЮ ПРОГРАММУ разработал кандидат физико-математических наук	В. П. Грозов
---------------------------------------------------------------------	--------------

## 1. Место и роль дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина «Математические методы обработки экспериментальных данных» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули) по выбору» основной образовательной программы по направленности (профилю) подготовки Физика солнечно-земных связей направления подготовки 03.04.02 Физика.

## 2. Цели и задачи дисциплины (модуля)

Основная цель курса – дать студентам представления о математических методах анализа и обработки экспериментальных данных.

Задачами дисциплины «Математические методы обработки экспериментальных данных» является формирование знаний о методах математической статистики, численных методах решения практических задач, навыков обработки экспериментальных данных с помощью ЭВМ.

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)

Процесс изучения дисциплины «Математические методы обработки экспериментальных данных» направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ОПОП по направлению подготовки 03.04.02 Физика:

Компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-3. Способен применять знания в области информационных технологий, использовать современные компьютерные сети, программные продукты и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет") для решения задач профессиональной деятельности, в том числе находящихся за пределами профильной подготовки;	ИД 1. Сбор и систематизация научно-исследовательской информации о рассматриваемом объекте или явлении с использованием информационных технологий в рамках задач предметной области	<b>Знать</b> математический анализ, элементы теории вероятностей принципы построения методов статистической обработки экспериментальных данных; <b>Уметь</b> математически формулировать условия физических задач
	ИД 2. Критическая оценка достоверности полученной научно-исследовательской информации о рассматриваемом объекте или явлении;	<b>Знать</b> ограничения и условия применимости различных групп методов обработки данных; <b>Уметь</b> выделять главное содержание исследуемого физического явления и выбирать средства анализа и обработки, наиболее эффективные для конкретных экспериментальных данных
	ИД 4. Применение на практике методов и алгоритмов разработки программного обеспечения для решения проблем в рамках научно-исследовательских задач в том числе задач обработки наблюдательных данных.	<b>Знать</b> принципы построения методов статистической обработки экспериментальных данных; <b>Владеть</b> навыками работы в программных средствах, предназначенных для анализа данных эксперимента; <b>Владеть</b> навыками самостоятельного проведения исследований

ПКА-2. Способен проводить научные исследования в области физики солнечно-земных связей, используя необходимые знания теоретических и экспериментальных разделов физики	ИД-1. Демонстрирует базовые знания теоретических и экспериментальных разделов физики в области физики солнечно-земных связей	<b>Знать</b> терминологию математической статистики и теории обработки сигналов;
	ИД 2. Использует информационные ресурсы, научную, опытно-экспериментальную, наблюдательную и приборную базы при проведении научных исследований и реализации научных проектов в области физики солнечно-земных связей.	<b>Владеть</b> навыками поиска, отбора информации по теме «Математические методы обработки экспериментальных данных»;
	ИД 3. Использует современные теоретические и экспериментальные методы, включая методы обработки и анализа данных, при проведении научных исследований и реализации научных проектов в области физики солнечно-земных связей	<b>Знать</b> математические методы обработки экспериментальных данных <b>Владеть</b> навыками сбора и хранения экспериментальных данных для конкретного исследования;
	ИД 4. Формулирует результаты, полученные в ходе решения исследовательских задач и реализации научных проектов в области физики солнечно-земных связей.	<b>Уметь</b> правильно понимать и эффективно интерпретировать полученные результаты исследования.

#### 4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц
<b>Аудиторные занятия</b> (всего)	<b>72/2</b>
В том числе:	
Лекции	36/1
Лабораторные работы	
Практические занятия	36/1
<b>Самостоятельная работа</b> (всего)	<b>36/1</b>
Вид промежуточной аттестации (зачет)	
<b>Контактная работа</b> (всего)	<b>72/2</b>
<b>Общая трудоёмкость</b> (часы/зачетные единицы)	<b>108/3</b>

**5. Содержание учебной дисциплины.**  
**5.1. Разделы дисциплины (модуля) и виды занятий**

№ п/п	Раздел	Всего часов	Аудиторные занятия			СРС
			Лекции	Лаб. занятия	Практические занятия	
1.	Основные модельные распределения	8	2		2	4
2.	Проверка гипотез	10	2		4	4
3.	Критерий отношения правдоподобия	12	4		4	4
4.	Непараметрические критерии	12	4		4	4
5.	Спектрально-корреляционный анализ случайных сигналов.	20	8		6	6
6.	Дискретно-временной ряд Фурье и дискретно-временное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье.	24	8		8	8
7.	Анализ временных рядов	22	8		8	6
<b>Итого (часы)</b>		<b>108</b>	<b>36</b>		<b>36</b>	<b>36</b>
<b>Итого (з.е.)</b>		<b>3</b>	<b>1</b>		<b>1</b>	<b>1</b>

**5.2. Содержание разделов дисциплины**

**1. Основные модельные распределения**

Случайные величины. Дискретные и непрерывные распределения. Параметры распределений: среднее значение, дисперсия, моменты. Ковариационная матрица, коэффициент корреляции. Основные распределения и их параметры: нормальное, биномиальное, Пуассона, Стюдента, Фишера, равномерное, нормальное,  $\chi^2$ . Центральная предельная теорема.

**2. Проверка гипотез**

Оценка параметров распределений по ограниченной выборке. Точечные и интервальные оценки. Параметрические и непараметрические задачи. Выборочное пространство, уровень значимости, мощность критерия. Простые и сложные гипотезы. Свойства оценок: состоятельность, смещение, эффективность, робастность (устойчивость). Понятие информации Фишера и неравенство Рао-Крамера. Способы построения оценок, метод моментов. Способы построения несмещенной оценки, робастной оценки. Критерий согласия и способы его построения. Критерий  $\chi^2$ . Оценка качества аппроксимации в методе максимального правдоподобия. Другие критерии согласия: проверка последовательностей, критерий Колмогорова-Смирнова.

**3. Критерий отношения правдоподобия**

Метод максимального правдоподобия. Односторонние и двусторонние гипотезы. Отсев грубых измерений при малых выборках. Отсев грубых измерений при больших выборках. Оценка погрешностей и построение доверительных интервалов в методе максимального правдоподобия. Примеры использования метода максимального правдоподобия для аппроксимации гистограммы, определения времени жизни, оценки дисперсии.

**4. Непараметрические критерии.**

Проверка однородности двух выборок. Критерий Вилкоксона. Оценка статистической связи. Коэффициенты корреляции Спирмена, Кендалла.

### 5. Спектрально-корреляционный анализ случайных сигналов.

Дискретные случайные процессы и их основные характеристики. Стационарные и эргодические процессы. Спектр мощности случайного процесса. Теорема Винера-Хинчина. Периодограмма случайного процесса. Дисперсия периодограммы. Дисперсия спектра мощности. Понятие о временном окне. Стратегия выбора временного окна. Обзор характеристик спектров для базовых временных окон. Функция когерентности и ее свойства. Взаимный амплитудный и фазовый спектр.

### 6. Дискретно-временной ряд Фурье и дискретно-временное преобразование Фурье.

ДВРФ и ДВПФ и их свойства. Разрешающая способность спектра. Энергетические характеристики ДВРФ и ДВПФ. Быстрое преобразование Фурье.

### 7. Анализ временных рядов.

Методы анализа временных рядов. Корреляционный анализ. Корреляционные функции различных сигналов. Методы анализа временных рядов. Корреляционный анализ: метод наименьших квадратов и его применение для обработки экспериментальных данных. Корреляционные функции различных сигналов. Фильтрация и сжатие одномерных и многомерных сигналов

### 5.3. Разделы и темы дисциплины (модуля) и междисциплинарные связи

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин и практик	№ № разделов и/или тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин
1.	Производственная практика (НИР)	Разделы 1-8

### 5.4. Перечень лекционных занятий

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование используемых технологий	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства
1.	1	Лекция	2	Ответы на вопросы
2.	2	Лекция	2	Ответы на вопросы
3.	3	Лекция	4	Ответы на вопросы
4.	4	Лекция	4	Ответы на вопросы
5.	5	Лекция	8	Ответы на вопросы
6.	6	Лекция	8	Ответы на вопросы
7.	7	Лекция	8	Ответы на вопросы

### 5.5. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства
1.	1	Основные распределения и их параметры	2	Собеседование, решение задач

2.	2	Критерий согласия и способы его построения. Критерий $\chi^2$	4	Собеседование, решение задач
3.	3	Оценка погрешностей и построение доверительных интервалов в методе максимального правдоподобия.	4	Собеседование, решение задач
4.	4	Проверка однородности двух выборок. Критерий Вилкоксона	4	Собеседование, решение задач
5.	5	Дискретные случайные процессы и их основные характеристики	6	Собеседование, решение задач
6.	6	Быстрое преобразование Фурье	8	Собеседование, решение задач
7.	7	Корреляционный анализ: метод наименьших квадратов и его применение для обработки экспериментальных данных	8	Собеседование, решение задач

### 5.6. Тематика заданий для самостоятельной работы

Раздел	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Кол-во часов
1.	1	Самостоятельное решение задач	Задача на определение параметров распределения	Литература из учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины (пункт 6)	4
2.	2	Самостоятельное решение задач	Задача на вычисление критерия $\chi^2$	Литература из учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины (пункт 6)	4
3.	3	Самостоятельное решение задач	Задача на оценку погрешностей и построение доверительных интервалов в методе максимального правдоподобия	Литература из учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины (пункт 6)	4
4.	4	Самостоятельное решение задач	Задача на проверку критерия Вилкоксона	Литература из учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины (пункт 6)	4
5.	5	Самостоятельное решение задач	Задача на построение спектра мощности случайного процесса	Литература из учебно-методического и информационного обеспечения	4

				дисциплины (пункт 6)	
6.	6	Самостоятельное решение задач	Задача на вычисление спектров функций с помощью быстрого преобразования Фурье	Литература из учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины (пункт 6)	6
7.	7	Самостоятельное решение задач	Задача на проведение корреляционного анализа методом наименьших квадратов	Литература из учебно-методического и информационного обеспечения дисциплины (пункт 6)	4

### 5.7. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

#### Варианты самостоятельных заданий:

1. В результате эксперимента получена выборка объема  $n = 60$ :

0	4	3	4	7	3	3	2	0	6	1	2	3	2	2
4	5	3	5	1	0	2	4	3	2	2	3	3	1	3
3	3	1	1	2	3	1	4	3	1	7	4	3	6	2
3	2	3	3	1	4	3	1	4	2	3	4	2	4	5

Построить статистический ряд, полигон относительных частот и гистограмму.

2. Имеется выборка, содержащая 15 числовых значений некоторого признака случайной величины  $X$ .

#### Построить:

- 1) статистическое распределение выборки;
- 2) полигон частот;
- 3) эмпирическую функцию распределения;
- 4) интервальный ряд;
- 5) гистограмму частот;

#### Вычислить:

- 6) выборочную среднюю;
- 7) выборочную дисперсию;
- 8) выборочное средне-квадратическое отклонение;
- 9) моду;
- 10) медиану.

<b>X</b>	17	10	26	20	4	17	20	26	20	4	10	29	20	17	10
----------	----	----	----	----	---	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----



3. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  с эмпирическим распределением выборки:

$x_i$	12	14	16	18	20	22	24
$n_i$	6	8	12	24	22	17	11

4. Найти зависимость коэффициент корреляции и оценить тесноту линейной связи, используя уравнение  $Y = b_0 + b_1x$ :

№ п/п	$x_i$	$y_i$
1	-134	-1329
2	-239	-2516
3	-184	-1613
4	-258	-2040
5	-422	-4618
6	-418	-4476
7	-394	-4196
8	-364	-3328
9	-130	-1516
10	-171	-1503

5. Используя критерий Колмогорова, проверить на уровне значимости 10% гипотезу о том, что выборка 0,90; 0,56; 0,05; 0,21; 0,97; 0,80; 0,04; 0,12; 0,73; 0,49 является выборкой наблюдений равномерно распределённой случайной величины  $X \sim R(0, 1)$ .

6. Определить с надёжностью  $\gamma = 0,9$  ( $\alpha = 0,1$ ) доверительный интервал для математического ожидания случайной величины с точечными оценками  $m_x = 55$  и  $S^2 = 658,6$ . Объем выборки  $n = 6$

7. Найти методом наибольшего правдоподобия оценку параметра  $p$  биномиального распределения  $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ , если в  $n_1$  независимых испытаниях событие  $A$  появилось  $m_1$  раз и в  $n_2$  независимых испытаниях событие  $A$  появилось  $m_2$  раз.

8. Даны две выборки. Первая содержит  $m = 12$  элементов 17; 22; 3; 5; 15; 2; 0; 7; 13; 97; 66; 14. Вторая содержит  $n = 14$  элементов 47; 30; 2; 15; 1; 21; 25; 7; 44; 29; 33; 11; 6; 15. Провести проверку однородности функций распределения двух выборок с помощью критерия Вилкоксона.

9. Показать, что стационарный в широком смысле процесс имеет комплексносопряжённую четную автокорреляцию, т. е.  $r_{xx}(\tau) = r_{xx}^*(-\tau)$ .

10. Пусть  $x(t)$  и  $y(t)$  - действительные процессы. Доказать, что  $P_{xx}(z) = P_{xx}(1/z)$ ,  $P_{xy}(z) = P_{xy}^*(1/z^*)$ .

11. Найти прямое и обратное преобразование Фурье следующих функций:

$$f(x) = e^{-x^2/2} \text{Cos}(ax), a \in \mathbf{R}$$

$$f(x) = e^{-x^2/2} \text{Sin}(ax), a \in \mathbf{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \leq 1 \\ 0, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$$

12. Были проранжированы 11 факторов, влияющих на ход технологического процесса двумя независимыми экспертами. В итоге были получены две последовательности рангов:

i											0	1

i								1			0
---	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	---

Определить, согласуются ли мнения независимых экспертов, используя коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла.

13. В результате эксперимента получена табличная зависимость  $y(x)$ . Подобрать аналитические зависимости  $f(x) = b_1 + b_2x + b_3x^2 + b_4x^4 + b_5x^5$ ,  $g(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^4 + a_5x^5$  и  $\varphi(x) = \tilde{n}_1 + \tilde{n}_2x + \tilde{n}_3x^2 + \tilde{n}_4x^4 + \tilde{n}_5x^5$  методом наименьших квадратов. Пользуясь значением индекса корреляции выбрать наилучшую из них. Построить графики экспериментальных точек, подобранных зависимостей.

												6
2	1,3	0,6	,1	,8	,5	,2	,9	,6	,3		,7	,4
10	5		,7	,8					0	0	00	38

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Основная литература

№ п/п	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы	Количество экземпляров
1.	Измерение и анализ случайных процессов [Текст] : пер. с англ. / Дж. Бендат, А. Пирсол. - М. : Мир, 1974. - 463 с. : ил. - Библиогр.: с.430-433 .	3
2.	Спектральный анализ случайных процессов [Текст] : научное издание / Ю.И. Грибанов, В.Л. Мальков. - М. : Энергия, 1974. - 239 с. : черт. - Библиогр.: с.231-237	2
3.	Теория вероятностей: [Учебник для аспирантов и справочник для научных работников] / М. Лоэв ; Пер. с англ. - М. : Изд. иностр. лит., 1962. - 719 с.	2

### 6.2. Дополнительная литература

№ п/п	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы	Количество экземпляров
1.	Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика / ред. Р. В. Гамкрелидзе. - М. : ВИНТИ, 1965 - 1983., Т.11 (1974) ; Т.12 (1975) ; Т.13 (1976) ; Т.14 (1977) ; Т.16 (1979) ; Т.19 (1982) ; Т.20, 21 (1983). - 130 с. - (Итоги науки и техники)	8

### 6.3. Профессиональные базы данных, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине:

- <http://ssrt.iszf.irk.ru/indexru.shtml>
- Лань: электронно-библиотечная система.- <http://e.lanbook.com/books>
- Exponenta.ru - <http://www.exponenta.ru/>
- Математическая библиотека - <http://mathedu.ru/>
- Библиотека по естественным наукам <http://jurs.benran.ru/JurCat/Main>
- Коллекция научной литературы <http://lib.istp/>

### 6.4. Информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине:

- Информационно-справочная информация в библиотеке ИСЗФ СО РАН <http://irbis.iszf.irk.ru>

#### **6.5. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимые для освоения дисциплины:**

- Ионосферные данные ИСЗФ СО РАН <http://dep1.iszf.irk.ru/>

#### **6.6. Программное обеспечение**

Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине:

- Операционная система Ubuntu 18.04 (свободно распространяемое ПО)
- Офисный пакет Libre Office (свободно распространяемое ПО)
- 7-Zip (свободно распространяемое ПО)
- Adobe Acrobat Reader DC (свободно распространяемое ПО)
- Mozilla Firefox 1 (свободно распространяемое ПО)
- VLC Mediaplayer (свободно распространяемое ПО)
- K-Lite Codec Pack (свободно распространяемое ПО)
- Дистрибутив Python Anaconda (свободно распространяемое ПО)
- Набор компиляторов GCC (свободно распространяемое ПО)
- Операционная система Microsoft Windows 10 Pro
- Система ВКС VideoMost Proton

#### **7. Образовательные технологии**

- Интерактивные лекции
- Решение задач
- Групповые дискуссии

В учебном процессе используются как активные, так интерактивные формы проведения занятий.

Интерактивные формы включают в себя:

- Лекции;
- Творческие задания в форме изложения проблемного материала;
- Групповые оценки и взаимооценки: а именно рецензирование магистрантами выступлений друг друга.

Аудиторные занятия проводятся в интерактивной форме с использованием мультимедийного обеспечения (ноутбук, проектор). Презентации позволяют качественно иллюстрировать аудиторные занятия схемами, формулами, чертежами, рисунками и структурировать материал занятия. Электронная презентация позволяет отобразить процессы в динамике, что улучшает восприятие материала.

Самостоятельная работа включает в себя:

- Решение задач
- Конспектирование

При необходимости, в процессе работы над заданием, магистрант может получить индивидуальную консультацию у преподавателя.

#### **8. Практическая подготовка**

Практическая подготовка обучающихся в рамках реализации данной учебной дисциплины осуществляется на практических занятиях.

#### **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации</p>	<p>Аудитория укомплектована специализированной мебелью на 30 посадочных мест, оснащена оборудованием и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• доска магнитно-маркерная Branberg</li> <li>• экран для проектора Projecta</li> <li>• проектор BenQ MH733 1920 x 1080</li> <li>• ноутбук ASUS L1500CDA Windows 10 Pro</li> <li>• система акустическая Electro Voice EVID 6.2</li> </ul>
<p>Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций и самостоятельной работы</p>	<p>Аудитория укомплектована специализированной мебелью на 7 посадочных мест, оснащена компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• персональные компьютеры Неттоп Think Center Lenovo M710Q</li> <li>• мониторы ПУАМА PL2283Н, Dell CRHX9K2</li> <li>• доска магнитно-маркерная Branberg</li> <li>• экран для проектора Projecta</li> <li>• проектор BenQ MH733 1920 x 1080</li> </ul>
<p>«Лаборатория развития новых методов радиофизической диагностики»</p>	<p>Лабораторное оборудование:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Приемник сигналов глобальных навигационных спутниковых систем Javad Delta-G3T с антенной Javad RingAnt-G3T,</li> <li>• приемник сигналов глобальных навигационных спутниковых систем Novatel GPStation-6-B5S-B0P-F1</li> <li>• Ноутбук ASUS UX410U</li> <li>• Специализированная мебель на 14 посадочных мест</li> </ul>