

Санкт-Петербургский филиал Федерального государственного бюджетного  
учреждения науки Института земного магнетизма, ионосферы и  
распространения радиоволн им. Н.В.Пушкова РАН (СПбФ ИЗМИРАН)



На правах рукописи

Терещенко Павел Евгеньевич

**Особенности возбуждения и распространения  
электромагнитного поля в диапазоне частот менее 300 Гц от  
заземленного или заводненного горизонтального излучателя**

Специальность 1.3.4 —

«Радиофизика»

Диссертация на соискание учёной степени  
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2023

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение</b> . . . . .	5
<b>Глава 1. Электромагнитное поле горизонтального электрического диполя при плоской границе раздела двух сред</b> . . . . .	21
1.1 Уравнение Максвелла; электрический вектор-потенциал . . . . .	21
1.2 Интегральное представление для электрического вектор-потенциала	24
1.3 Электромагнитное поле горизонтальной антенны под поверхностью раздела двух сред. Квазистационарное приближение	37
1.3.1 Заключение . . . . .	47
1.4 Низкочастотное приближение в задаче возбуждения электромагнитного поля горизонтальным диполем на границе раздела двух сред. . . . .	47
1.5 Влияние слоистости среды в нижнем полупространстве на возбужденное магнитное поле . . . . .	59
1.5.1 Заключение . . . . .	66
<b>Глава 2. Влияние ионосферы на возбуждение низкочастотного электромагнитного поля горизонтальным заземленным электрическим диполем</b> . . . . .	67
2.1 Поперечные составляющие магнитного поля . . . . .	67
2.2 Вертикальная компонента магнитного поля . . . . .	74
2.2.1 Численная интерпретация . . . . .	76
2.3 Заключение . . . . .	79
<b>Глава 3. Экспериментальные исследования распространения низкочастотных волн, возбуждаемых горизонтальной заземленной антенной</b> . . . . .	80
3.1 Особенности распространения сверхнизкочастотного (30–100 Гц) поля в областях с низкой проводимостью Земли . . . . .	80
3.1.1 Выводы . . . . .	86
3.2 Влияние солнечного затмения на распространение сверхнизкочастотных волн . . . . .	86
3.2.1 Описание эксперимента . . . . .	88

	Стр.
3.2.2	Результаты эксперимента и их интерпретация . . . . . 93
3.2.3	Заключение . . . . . 99
3.3	Изменения фазы сверхнизкочастотного магнитного поля на разломной тектонике . . . . . 100
3.3.1	Введение . . . . . 100
3.3.2	Описание эксперимента и его результаты . . . . . 101
3.3.3	Выводы . . . . . 108
3.4	Электромагнитное зондирование мощным удаленным источником Кольского залива Баренцева моря . . . . . 109
3.4.1	Введение . . . . . 109
3.4.2	Влияние разломной тектоники на структуру естественного низкочастотного электромагнитного поля в Кольском заливе 110
3.4.3	Дистанционное СНЧ электромагнитное зондирование Кольского залива . . . . . 118
3.4.4	Выводы . . . . . 125
<b>Глава 4.</b>	<b>Особенности возбуждения волн крайненизкочастотного и более низкого диапазонов в волноводе Земля-ионосфера . . . . 127</b>
4.1	Возбуждение низкочастотных волн в ближней зоне . . . . . 127
4.1.1	Влияние ионосферы на амплитуду магнитного поля в диапазоне частот 0.2–200 Гц . . . . . 127
4.1.2	Поляризационные характеристики горизонтальных составляющих магнитного поля . . . . . 130
4.1.3	Влияние неоднородностей литосферы на поляризационные характеристики КНЧ-СНЧ магнитного поля, возбуждаемого линейным вибратором . . . . . 139
4.2	Влияние ионосферы на поле контролируемого источника на расстояниях, превышающих высоту волновода . . . . . 147
4.2.1	Введение . . . . . 147
4.2.2	Амплитудно-частотная зависимость магнитного поля наземного КНЧ-источника в дневное время . . . . . 149
4.2.3	Влияние состояния ионосферы на амплитуду магнитного КНЧ поля в ночное время . . . . . 156

	Стр.
<b>Заключение</b> . . . . .	178
<b>Список сокращений и условных обозначений</b> . . . . .	180
<b>Список литературы</b> . . . . .	181
<b>Список рисунков</b> . . . . .	199
<b>Список таблиц</b> . . . . .	206
<b>Приложение А. Экспериментальные средства, использованные в исследовании распространения низкочастотных волн</b> . 207	
А.1 Передающее мобильное устройство . . . . .	207
А.2 Приемная аппаратура . . . . .	209
А.2.1 Сравнение индукционного и вариационного магнитометра . 210	
<b>Приложение Б. Связь между формулой Баннистера и двумерным телеграфным уравнением для однородного волновода Земля-ионосфера.</b> . . . . .	214

## Введение

Исследуемый в работе диапазон сверхнизкочастотных (СНЧ) и крайненизкочастотных (КНЧ) электромагнитных волн (30–300 Гц, 3–30 Гц, в соответствии с международным регламентом радиосвязи [1]) интересен тем, что радиоволны этого диапазона распространяются на большие расстояния, глубоко проникают в Земную кору, а также достигают верхней ионосферы, поэтому представляют интерес для геофизических исследований, геологоразведки и могут использоваться в управлении заглубленными в воду или землю объектами, находящимися на значительном расстоянии от передатчика.

Главной сложностью в исследовании и практическом применении волн указанного диапазона является необходимость использования протяженных антенн (несколько десятков километров) и создание в них мощных токов (сотни ампер). В настоящее время развитие электронной техники позволяет создавать сравнительно доступные как генерирующие, так и приемные комплексы, что сделало возможным провести исследования, касающиеся особенностей распространения и взаимодействия с литосферой и ионосферой СНЧ-КНЧ волн, изложенные в данной работе.

### **Актуальность темы исследования**

Одними из первых практически примененных исследований крайненизкочастотных и сверхнизкочастотных сигналов были испытания ВМС США в конце 1950-х годов. Исходя из предположения, что чрезвычайно низкочастотные радиоволны могут глубоко проникать в океаны и обеспечивать связь с глубоководными атомными подводными лодками без их приближения к поверхности, было рассмотрено несколько различных концепций подобной системы управления. В результате был реализован проект “Сангвин” – система связи с двумя передатчиками и антенной системой над землей [2].

Первоначальная теоретическая и экспериментальная работа по проекту “Сангвин” была проведена между 1958 и 1963 годами в лаборатории Дэвида Сарноффа RCA в Принстоне, штат Нью-Джерси. Для оценки полезности системы в конце 1960-х годов в течение почти десяти лет испытательный центр Висконсина использовался для отправки сообщений в диапазоне 40-50 Гц и 70-80 Гц подводным лодкам в Атлантическом, Тихом океанах и под ледяной шапкой Арктики [3]. Кроме того исследовалось воздействие установки на окружающую среду [4]. В

настоящее время по экономическим и политическим причинам комплекс законсервирован с 2004 года.

В СССР существовала своя программа СНЧ связи с подводными объектами. В 1972 было принято решение о создании на Кольском полуострове СНЧ комплекса “Зевс”. Проведенные научно-исследовательские работы позволили выбрать область для размещения антенн в месте, где Земная кора обладает крайне низкой проводимостью в  $10^{-5}$  См/м до глубин в 10-15 км, что обеспечивает высокий магнитный момент источника [5]. В 1985 году завершилось строительство и государственные испытания объекта [6].

Комплекс состоит из двух генераторов, нагруженных на две горизонтальные параллельные антенны вблизи от западных заземленных концов. Антенны имеют длину около 60 км и расположены с востока на запад (EW). Передатчик работает в диапазоне от 20 до 200 Гц и обеспечивает ток в антеннах от 200 до 300 А [7]. В настоящее время находится в эксплуатации ВМФ.

Также интерес к разработке комплексов передачи в диапазоне КНЧ-СНЧ проявляют Китай и Индия, однако, эти проекты засекречены и достоверной информации о их реализации не удалось обнаружить.

Помимо постройки стационарных КНЧ-СНЧ комплексов управления подводными и подземными объектами с монохроматическим низкочастотным сигналом, начиная с середины 60-х годов в США [8; 9], а позднее в Канаде [10], Южной Африке [11] и СССР [12] проводились эксперименты по импульсной генерации КНЧ полей для исследования строения литосферы с помощью промышленных ЛЭП.

В исследованиях на территории США [8] с помощью линий электропередач длиной от 100 до 200 км с током 200 – 300 А генерировались электромагнитные поля в диапазоне 0.02 – 5 Гц, что позволило обнаружить аномалии проводимости на глубинах до 70 км. Позднее сходные методы на более короткой линии в 37 км были использованы в Канаде, приведя к построению трехслойной модели литосферы до глубины в 25 км. Подобные исследования велись вплоть до конца 1970-х годов, различаясь только длиной используемых линий, которые достигали 600 км [13].

Однако результаты вышеуказанных зондирований характеризуются значительным разбросом данных, в том числе из-за несовершенства приемной аппаратуры, обладающей невысокой чувствительностью. Поэтому дальнейшее развитие подобных исследований связано с увеличением силы тока. Так в Юж-

ной Африке в течении 1973-1975 годов была проведена серия генераций с током до 3000 А [14], а в СССР [12] были проведены исследования на линии “Волгоград-Донбасс” с токами до 1400 А.

С 1976 годов по 1990 год на Кольском полуострове в рамках эксперимента “Хибины” велось зондирование литосферы при помощи уникального оборудования – заводненного импульсного магнито-гидродинамического (МГД) генератора [15]. Заводнение МГД генератора на два залива по разные стороны полуострова Рыбачий позволило использовать акваторию заливов и Баренцева моря в качестве естественного морского контура. В результате в нем создавался ток до 22 кА, но 90% энергии импульса приходилось на частоты меньше 0.25Гц [12]. По результатам этих экспериментов была построена карта проводимости Кольского полуострова, выявлены основные блоки, с отличающейся на порядки проводимостью, обнаружены токопроводящие каналы, в дальнейшем интерпретированные как разломы в Земной коре.

Несмотря на успехи импульсного зондирования, работать с монохромным сигналом лучше, так как проще контролировать распределение тока как пространственное, так и частотное. Поэтому в середине 90-х, когда в рамках конверсии стало возможным использовать упомянутый выше комплекс “Зевс” для геофизических целей, был проведен ряд исследовательских работ с использованием КНЧ-СНЧ полей, в том числе с участием автора.

В частности, было выявлено влияние лунных приливов на проводимость литосферы [16], проведено частотное электромагнитное зондирование Земной коры [7; 17], экспериментально показано влияние ионосферы на КНЧ поле вблизи источника [18; 19], обнаружено увеличение вертикальной компоненты магнитного поля на разломах в литосфере [20; 21], проведено электромагнитное зондирование Кольского залива [22]. Рассмотрено влияние солнечного затмения на распространение СНЧ поля [23].

Результат развития приемной и передающей аппаратуры, а также опыт конверсионного использования источника “Зевс” [24], привели к тому, что в двухтысячных годах стало возможно использовать достаточно компактные генераторы синусоидального тока, нагруженные на ЛЭП, электромагнитное поле от которых более чем на порядок превышает естественный электромагнитный шум на расстояниях до 1000 км. В результате были проведены эксперименты FENICS-2007 и FENICS-2009 по глубинному электромагнитному зондированию литосферы Фенноскандинавского щита с использованием двух взаимноортогональных

ЛЭП Л-401 и Л-154 [25]. Полученный в них опыт был использован автором для исследований литосферы и ионосферы в ходе экспериментов FENICS-2014 и FENICS-2019, что и нашло отражение в данной работе.

Характерной особенностью рассматриваемого диапазона электромагнитных волн является их глубокое проникновение в литосферу и ионосферу. Это создает преимущество в их использовании в задачах дистанционного зондирования окружающей среды, но, с другой стороны, в настоящее время в силу малой изученности параметров внешней ионосферы и глубинных слоев литосферы затрудняет решение задачи о возбуждении и распространении КНЧ-СНЧ поля.

Поэтому в настоящее время перед исследователями стоит как задача развития теории прямых задач, так и проведение натуральных экспериментов для подтверждения теоретических представлений. Следует отметить, что имеются две характерные области в пространстве, связанные с возбуждением и распространением низкочастотных волн. Это область вблизи передатчика, где формируется поле и влияние ионосферы в которой не является определяющим, и волновая зона на расстоянии от излучателя более двух высот эквивалентного волновода, где более ярко проявляется структура ионосферы. Соответственно, целесообразно рассмотреть два подкласса как теоретических, так и экспериментальных задач, связанных с возбуждением и распространением КНЧ-СНЧ полей: вблизи передающего устройства и в волновой зоне.

Для увеличения дальности распространения электромагнитного поля антенны стационарных КНЧ-СНЧ излучателей располагают в областях с крайне низкой проводимостью литосферы, где величина скин-слоя в КНЧ диапазоне может быть сопоставима с высотой ионосферы. Поэтому на расстояниях меньших или сравнимых с высотой волновода неприменимы импедансные граничные условия и для описания поля требуется решать строгую электродинамическую задачу. На небольших расстояниях, значительно меньших радиуса Земли, можно пренебречь сферичностью волновода и рассматривать задачу в плоском приближении.

Вычисление электромагнитного поля, возбуждаемого источником на границе раздела между двумя полупространствами с разной проводимостью, в удобном для использования виде было предложено В. А. Фоком [26]. В дальнейшем эта работа получила развитие и послужила обоснованием импедансного подхода в задачах электроразведки [27—30]. Для обобщения на неоднородные среды обычно используется метод возмущений [31]. При этом считается, что влиянием ионосфе-

ры на расстояниях меньших или сравнимых с высотой эквивалентного волновода можно пренебречь.

Что касается волновой зоны, то Р. R. Bannister разработал в рамках импедансного подхода теорию распространения радиоволн в волноводе Земля-ионосфера в диапазоне СНЧ, которая затем была обобщена J. P. Casey в работе [32]. В середине 90-х годов были начаты теоретические работы в КНЧ диапазоне. В. В. Кирилловым проведено обобщение теории телеграфного уравнения [33] на КНЧ диапазон [34—36].

При помощи метода телеграфного уравнения были исследованы частные модельные задачи, учитывающие сферичность Земли, гиротропию и неоднородность ионосферы [37], но не получено решение, одновременно учитывающее все указанные свойства среды [38]. Кроме того в методе имеются ограничение на минимальное расстояние от источника, не учитываются реальная проводимость литосферы на больших глубинах, а также структура проводимости ионосферы, особенно в высоких широтах.

### **Цель и задачи работы**

Целью данной работы является теоретические и экспериментальные исследования возбуждения и распространения электромагнитных полей КНЧ–СНЧ диапазона, генерируемых горизонтальным источником в волноводе Земля-ионосфера, включающие натурные измерения полей и построение теории, объясняющей результаты проведенных экспериментов по генерации и приему полей в диапазоне 0.2–300 Гц.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Исследовать особенности возбуждения КНЧ–СНЧ электромагнитных волн на расстояниях от источника, не превышающих или сопоставимых с высотой эквивалентного волновода. Для этого было необходимо:
  - 1) решить задачу распространения радиоволн, излучаемых линейной заземленной (заземленной) антенной, находящейся на границе двух сред. Получить аналитические выражения, применимые в широком диапазоне расстояний от источника, включая зону вблизи источника;
  - 2) обобщить это решение на случай слоистой подстилающей среды в присутствии однородной ионосферы;

- 3) теоретически и экспериментально исследовать влияние ионосферы на возбуждение низкочастотного электромагнитного поля горизонтальной заземленной (заподненной) антенной;
  - 4) провести сравнение экспериментальных данных с теоретически ожидаемыми для объяснения изменения фазы сверхнизкочастотного магнитного поля на разломной тектонике, влияния ионосферы и структуры литосферы на амплитуду низкочастотного магнитного поля, а также на поляризационные характеристики низкочастотного магнитного поля при блочной горизонтально неоднородной литосфере.
  - 5) оценить эффективность использования активных источников низкочастотных сигналов для исследования сложных, включающих разломы, геологических структур (на примере района Кольского залива).
2. Исследовать поведение КНЧ–СНЧ поля в волновой зоне. В том числе:
- 1) проанализировать особенности изменения сверхнизкочастотного поля в областях с низкой проводимостью литосферы;
  - 2) оценить влияние ионосферы на магнитное поле контролируемого источника;
  - 3) исследовать влияние солнечного затмения на распространение СНЧ волн;
  - 4) показать влияние внешней ионосферы на распространение КНЧ поля. Сопоставить результаты измерений естественного электромагнитного шума и активного КНЧ сигнала.

### **Методы исследования**

При решении поставленных задач в работе были использованы классические в области математической физики и электродинамики методы математического анализа для описания распространения электромагнитных волн в плоскостой среде. При компьютерном моделировании для интегральных представлений компонент электромагнитного поля был применен известный метод Лонгмана [39], разработанный для вычисления интегралов с быстроосциллирующей подынтегральной функцией. При обработке результатов радиофизических измерений использовались методы спектрального анализа на основе метода Уэлча [40].

### **Научная новизна**

1. В рамках квазистационарного приближения впервые получено аналитическое решение для потенциалов и полей, возбужденных горизонтальной заземленной (заводненной) антенной, ниже границы раздела сред, возможности применения которого шире рассмотренных в работе задач, в частности для локализации подземных (подводных) источников низкочастотного электромагнитного излучения.
2. Для плоскослоистой среды определены границы применимости квазистационарного приближения, а также импедансного подхода описания проводимости литосферы.
3. Впервые теоретически и экспериментально оценено влияние ионосферы на КНЧ поле на расстояниях, не превышающих или сопоставимых с высотой эквивалентного ионосферного волновода.
4. Впервые в практику исследований с активным крайним низкочастотным сигналом введены поляризационные измерения, показавшие их эффективность для неоднородной структуры литосферы.
5. Был выполнен ряд оригинальных экспериментальных исследований по влиянию ионосферы и литосферы на электромагнитное поле СНЧ-КНЧ диапазона как в ближней, так и в волновой зонах.

### **Теоретическая и практическая значимость**

Предложенные в работе методики расчета поля заземленного (заводненного) диполя могут быть использованы для моделирования задач связи и управления подводными или подземными объектами. Кроме того, как показано в экспериментах, низкочастотные электромагнитные поля могут быть использованы как для изучения строения литосферы, так и ионосферы (нижней и внешней), локализации источников подземных (подводных) электромагнитных полей, а также для выявления источников Альвеновских резонансов в естественном электромагнитном шуме.

Результаты диссертационной работы использовались при выполнении планов научно-исследовательской работы СПбФ ИЗМИРАН, НИР в рамках Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007 – 2013 годы» (контракт 02.515.12.5002 «Разработка технологии дистанционного зондирования с использованием мощных стационарных источников экстремально низкочастотного электромагнитного поля, контракт 16.515.10.5012

«Разработка метода электромагнитного картирования в высоких широтах с использованием мощного контролируемого источника экстремально низкочастотного диапазона», контракт 16.518.11.7100 «Мониторинг высокоширотной ионосферы, включая средние широты, и решение задачи диагностики внешней ионосферы с использованием совместных данных уникальной радиотомографической установки ПГИ КНЦ РАН и измерителей магнитного поля диапазона 0.1 – 20 Гц»), грантов РФФИ (13-05-12005 «Исследование влияния геофизических условий на структуру естественного и антропогенного КНЧ и СНЧ полей», 15-05-02437 «Исследование внешней ионосферы по совместным данным радиотомографической сети и наблюдения резонансных структур в спектре естественного электромагнитного излучения», 18-05-00528 «Квази-3D модель электропроводности температуры и реологии литосферы восточной части Балтийского щита по результатам электромагнитных зондирований с естественными и мощными контролируруемыми источниками», 19-05-00823 «Особенности поляризионных характеристик КНЧ сигналов, возбуждаемых на низкопроводящей Земле») и РФФИ 22-17-00208 «Глубинные электромагнитные зондирования литосферы с естественными и мощными контролируруемыми источниками с учетом влияния свойств волновода Земля-ионосфера, статических искажений, горизонтальной неоднородности и анизотропии верхней части земной коры и геодинамические модели напряжённо-деформированного состояния земной коры восточной части Фенноскандинавского щита».

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается соответствием изложенных теоретических положений и экспериментальных работ. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

#### **Личный вклад**

Автор внес определяющий вклад во все направления исследовательской работы. Принимал активное участие в аналитических расчетах, постановке и проведении экспериментальных работ, в обработке данных измерений и теоретической интерпретации результатов.

#### **Апробация работы**

Основные результаты работы докладывались на:

1. II Международной Нобелевской конференции «Инновационные электромагнитные методы геофизики». Салехард, 2010 [41].

2. Всероссийской школе-семинаре имени М.Н. Бердичевского и Л.Л. Ваннына по электромагнитным зондированиям Земли. Санкт-Петербург, 2011 [42; 43].
3. 36-м Апатитском семинаре “Физика авроральных явлений”. Апатиты, 2013 [44; 45].
4. III-й Всероссийской конференции ”Проблемы военно-прикладной геофизики и контроля состояния природной среды”. Санкт-Петербург, 2014 [46].
5. Всероссийской конференции “РРВ–24”. Иркутск, 2014 [47].
6. 2-м Всероссийском (с международным участием) научно-практическом семинаре ”Квази-3D модель электропроводности, температуры и реологии литосферы восточной части Балтийского щита по результатам электромагнитных зондирований с естественными и мощными контролируемыми источниками”. Апатиты, 2018 [48]
7. V-й Всероссийской научной конференции ”Проблемы военно-прикладной геофизики и контроля состояния природной среды”. Санкт-Петербург, 2018 [49].
8. 42-м Апатитском семинаре “Физика авроральных явлений”. Апатиты, 2016 [50].
9. Всероссийской конференции “РРВ–26”. Казань, 2019 [51; 52].
10. 43-м Апатитском семинаре “Физика авроральных явлений”. Апатиты, 2016 [53].
11. VI-й Всероссийской научной конференции «Проблемы военно-прикладной геофизики и контроля состояния природной среды”. Санкт-Петербург, 2020 [54].
12. XXVII Всероссийской открытой научной конференции “Распространение радиоволн”. Калининград, 2021 [55].
13. Всероссийской научно-технической конференции “Антенны и распространение радиоволн 2021 (АРР’21)”. Санкт-Петербург, 2021 [56].
14. Научно-практическом семинаре “Исследование магнитного поля Земли как фактор прогресса национальной безопасности России” 12 мая 2022, Санкт-Петербург [57].

#### **Положения выносимые на защиту**

1. Разработан аналитический метод расчета потенциалов и полей в области ниже границы раздела для заземленного (заводненного) источника,

находящегося на границе раздела двух сред, включая обобщение квазистационарного приближения для КНЧ–СНЧ полей, и обоснование применимости импедансного подхода в описании электромагнитного поля для слоистой модели литосферы.

2. На основе проведенных экспериментальных исследований показано влияние проводимости ионосферы и литосферы на поле активного контролируемого источника в КНЧ–СНЧ диапазоне и дано его теоретическое обоснование.
3. Выявлено влияние солнечного затмения на амплитуду СНЧ поля в волновой зоне, обусловленное изменением проводимости ионосферы.
4. На основе выполненных экспериментальных и теоретических исследований продемонстрировано влияние крупномасштабных неоднородных образований в литосфере, включая тектонические разломы, на поведение КНЧ–СНЧ поля, показавшее эффективность применения контролируемого низкочастотного источника для выявления сложных геологических структур.
5. В волновой зоне при дневных и ночных условиях экспериментально исследован немонотонный характер изменения с частотой КНЧ поля и дана его теоретическая интерпретация.

### **Публикации**

Основные результаты по теме диссертации изложены в 41 печатном издании, 19 из которых изданы в журналах, включенных в список ВАК или в международные реферативные базы Scopus и Web of Science, 17 — в тезисах докладов.

### **Объем и структура работы**

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и 2 приложений. Полный объем диссертации составляет 221 страницу, включая 74 рисунка и 6 таблиц. Список литературы содержит 171 наименование.

В **1 главе** рассмотрена задача распространения радиоволн, излучаемых элементарным заземленным (заподненным) источником, находящимся на границе двух сред. Выполнен переход от уравнений Максвелла к системе уравнений для электрического вектора-потенциала. Произведен переход от системы дифференциальных уравнений к интегральной форме электрического вектора-потенциала.

На основе этих представлений произведен расчет потенциала и электромагнитных полей, возбуждаемых в двухслойной среде линейной горизонтальной или находящейся на поверхности воды с заводненными электродами антенной.

Для потенциала и полей в области ниже поверхности раздела сред рассмотрено квазистационарное приближение, в котором пренебрегают Максвелловским током смещения по сравнению с током проводимости. В результате общие формулы представлены через хорошо изученные специальные функции (модифицированные функции Бесселя). Рассмотрение предельных областей (границы раздела сред и удаленных на несколько скин-слоев от источника) показывает, что потенциал, магнитное поле и горизонтальные составляющие электрического поля могут быть представлены в удаленных областях в виде произведения поля в соответствующей точке на границе раздела и экспоненциальной функции.

На основе численного интегрирования оценены границы применимости квазистационарного приближения. Показано, что в СНЧ-КНЧ диапазоне при низкой проводимости подстилающей среды, характерной для Кольского полуострова, границы применимости квазистационарного приближения для полей сужаются, поэтому предложены более широко применимые интегральные представления. Отмечено, что в отличие от полей, поверхностный импеданс совпадает с импедансом плоской волны в более широком, чем ограниченным квазистационарным приближением диапазоне проводимостей подстилающей среды.

Далее решена задача возбуждения электромагнитных волн горизонтальным диполем, расположенным на границе раздела между вакуумом и проводящей слоистой средой. Это позволило оценить эффективность подхода к определению поля, опирающегося на малость длины волны в проводящей среде по сравнению с вакуумом.

Сравнение численных расчетов по точным и приближенным формулам показало целесообразность такого подхода как в задаче с однородным полупространством, так и для слоистой среды. Для расстояний от источника, превышающих величину скин-слоя любого из проводящих слоев, найдено асимптотическое представление для магнитного поля на границе раздела между плоскостройной Землей и атмосферой, имеющее вид волны в однородном полупространстве с коэффициентом возбуждения, зависящим от эффективной проводимости нижнего полупространства.

В **2 главе** рассмотрено возбуждение горизонтальным заземленным вибратором плоского волновода Земля-ионосфера. Из системы дифференциальных

уравнений для вектора-потенциала получено его интегральное представление. С помощью численного моделирования показано, что изменение высоты ионосферы изменяет общий уровень амплитуды горизонтальных компонент магнитного поля во всем диапазоне частот, в то время как вариации проводимости ионосферы изменяют амплитуду лишь в некоторой области частот, не превышающей 10 Гц. То есть в низкочастотных областях имеется чувствительность поля к состоянию ионосферы даже на расстояниях, не превышающих удвоенную высоту волновода.

Таким образом исследование временных вариаций магнитного поля позволяет судить о степени возмущенности в ионосфере и пригодности ионосферных моделей для описания КНЧ-СНЧ полей активного источника. Сравнение измерений полей в спокойных и возмущенных условиях позволяет экспериментально проверить выводы, сделанные в главе, а также показывает необходимость использования более сложной модели проводимости ионосферы.

**Глава 3** описывает экспериментальные исследования распространения низкочастотных волн, возбуждаемых горизонтальной заземленной антенной.

В разделе 3.1 исследуется сверхнизкочастотное поле заземлённого горизонтального электрического диполя на высокоширотной субмеридиональной трассе с протяжённостью до 1000 км. В отличие от большинства предшествующих работ, в диссертации рассмотрено распространение волн поперёк оси диполя, когда основной компонентом магнитного поля является радиальная.

По измерениям поля на расстоянии менее трёх высот ионосферы найдена частотная дисперсия проводимости земли под источником, определяющая коэффициент возбуждения волновода Земля–ионосфера. Типичные параметры распространения сверхнизкочастотных волн уточнены с учётом специфики используемой в эксперименте трассы. Показана важность учёта проводимости Земли при распространении излучения вдоль низкопроводящих областей. Отмечена теоретическая возможность определения фазовой скорости волны по отношению измеренных компонент магнитного поля на больших расстояниях.

Раздел 3.2 посвящен наблюдениям за распространением искусственных радиоволн с частотой 82 Гц в волноводе Земля-ионосфера во время солнечного затмения на частично и полностью затененных трассах протяженностью 450–1200 км. Возбуждение контролировалось путем синхронных измерений поля вблизи передатчика, не зависящих от состояния ионосферы. Обнаружена вариация амплитуды поля в удаленных точках, близкая по времени к проходящему затмению. Особенности вариаций связаны также с динамикой угла возвышения

Солнца. Предварительный анализ показывает, что изменения структуры нижней ионосферы во время затмения могут качественно сводиться к уменьшению эффективной высоты отражения СНЧ-волн. Наблюдаемые эффекты показывают реакцию распространяющегося поля на изменения структуры ионосферной стенки волновода и впервые наблюдались в этом частотном диапазоне во время солнечного затмения.

Раздел 3.3 об изменениях фазы сверхнизкочастотного магнитного поля на разломной тектонике. В нем описан эксперимент по измерению фаз трех компонент напряженности магнитного поля мощного контролируемого источника излучения сверхнизкочастотного диапазона вдоль двух ортогональных направлений на разломной тектонике. В ходе эксперимента обнаружены резкие изменения фазы величиной около  $180^\circ$  между некоторыми точками измерения. Установлена их связь с токопроводящими геологическими разломами и, соответственно, возможность локализации таких разломов.

В разделе 3.4 содержатся описания и результаты двух экспериментов по электромагнитному зондированию мощным удаленным источником Кольского залива Баренцева моря.

В первом из них сравнивались результаты одновременных исследований электромагнитных шумов на дне Кольского залива и на острове вблизи точки погружения аппаратуры, а также в обсерватории, расположенной на значительном расстоянии от места измерения в заливе. Показано влияние разломной тектоники на структуру естественного магнитного поля, приводящее к усилению его вертикальной составляющей в заливе.

Во втором натурном эксперименте сигналы на нескольких частотах порядка десятков Гц от удаленного мощного сверхдлинноволнового передатчика были зарегистрированы в шести точках дна на профиле, пересекающем Кольский залив. Несмотря на то, что по техническим причинам не в каждой точке все шесть компонент были успешно записаны, в целом, качество экспериментальных данных оказалось вполне пригодным для интерпретации.

В результате априорная геоэлектрическая модель района Кольского залива, построенная на основе обобщения предшествующих геолого-геофизических данных, в частности, на данных наземного магнитотеллурического зондирования и магнитотеллурического профилирования, привела к величинам полей далеким от экспериментально измеренных. Однако пошаговая модификация исходной модели привела к вполне удовлетворительному совпадению полей. Результирую-

щая модель позволяет внести коррективы в имеющиеся региональные геолого-геофизические представления, особенно касающиеся разломной тектоники.

**Глава 4** содержит два подраздела, описывающих особенности возбуждения волн крайненизкочастотного и более низкого частотных диапазонов в волноводе Земля-ионосфера.

В подразделе 4.1 рассмотрен вопрос о возбуждении электромагнитного поля диапазона КНЧ и более низких частот в ближней зоне в волноводе Земля-ионосфера. Экспериментальные исследования показали наличие вариаций амплитуды и поляризационных характеристик поля в нижней части КНЧ диапазона и на более низких частотах в различных геофизических условиях при отсутствии вариаций в диапазоне СНЧ. Эти особенности поведения поля подтверждены теоретическими расчетами, показывающими, что при низкой проводимости земли влияние ионосферы в ближней зоне может быть заметным.

Полученные результаты следует принимать во внимание в задачах глубинного зондирования Земли и мониторинга состояния ионосферы с применением контролируемых источников, в особенности, при работах на экстремально низких частотах в областях с низкой проводимостью Земли.

Далее рассмотрено влияние крупномасштабных неоднородностей проводимости литосферы на генерацию низкочастотного электромагнитного поля в предыдущем эксперименте. Передающие антенны располагались в областях с разной проводимостью. Использование модели двухслойной литосферы позволило объяснить особенности поведения принятого поля в ближней зоне. В ходе расчетов получено совпадение экспериментальных данных и теоретических оценок для амплитуд горизонтальных компонент магнитного поля и, соответственно, его большой оси эллипса поляризации. Наблюдаемые различия в направлении эллипса поляризации и эллиптичности скорее всего являются следствием разломов в Земной коре, а также анизотропией образующих ее пород. Таким образом, применение плоскостистой модели литосферы с однородными слоями имеет не только методическое значение, но и практический результат.

Во втором подразделе 4.2 представлены результаты экспериментов по генерации и приему электромагнитных полей крайне низкочастотного диапазона.

В одном из них в дневное время осуществлялся синхронный прием монохроматического сигнала в двух удаленных пунктах – на расстояниях 760 и 900 км от источника. Установлено, что в дневное время возможен немонотонный характер зависимости амплитуды от частоты. В ночное время аналогичные осцилляции

объясняются специфической структурой профиля электронной концентрации во внешней ионосфере. Просачивание КНЧ-волн во внешнюю ионосферу днем возможно в высоких широтах благодаря наличию главного ионосферного провала, который не описывается имеющимися эмпирическими моделями субавроральными ионосферы. Поэтому при высокоширотном расположении источника или трассы распространения осцилляции импеданса ионосферы и изменения амплитуды поля с частотой могут возникать и в дневное время. Таким образом, более высокая чувствительность КНЧ-волн (по сравнению с СНЧ) к изменениям во внешней ионосфере открывает хорошие возможности использования этого диапазона в исследованиях околоземного пространства.

В следующем эксперименте рассмотрено влияние ионосферы на возбуждение волн крайненизкого и более низкого частотного диапазона контролируемым источником в волноводе Земля-ионосфера в ночное время, описан эксперимент, выполненный на Кольском полуострове. Приведены статистически надежные результаты измерений поля в диапазоне частот 0.4 – 95 Гц, выявлен немонотонный характер изменения горизонтальных компонент магнитного поля с частотой и его связь с геомагнитным условиям.

Отличие в группах, наблюдаемое в низкочастотной области, можно связать с изменениями, происходящими во внешней ионосфере, то есть с различным характером взаимодействия поля с ионосферой. При этом во всех регистрациях присутствовало отражение от внешней ионосферы, что видно по немонотонному ходу низкочастотной части магнитного поля активного сигнала и практически совпадающими изменениями поля на частотах больше 10 Гц в разные дни.

В дни эксперимента проводилась практически непрерывная регистрация естественных электромагнитных шумов в точке наблюдения. Совместное наблюдение вариаций поля активного источника (обусловленное отражением от внешней ионосферы, то есть возможностью существования альвеновского резонатора) и проявления альвеновских резонансов в регистрации естественного шума способствует пониманию источника альвеновских резонансов в высоких широтах. Сравнение этих результатов позволяет отдать предпочтение магнитосферному происхождению источника альвеновских резонансов в высоких широтах.

Теоретические модели, основанные на решении телеграфного уравнения, показывают, что наблюдаемые изменения в поле трудно объяснить влиянием нижней ионосферы, требуется учет отражений от внешней ионосферы. Отмечено, что в измеряемой частотной зависимости амплитуды поля, кроме ионосферы, может

играть существенную роль литосфера на трассе распространения, в особенности ее неоднородная структура в области возбуждения поля. Однако, в отличие от меняющегося влияния ионосферы, вклад литосферы постоянен.

**В Заключении** изложены основные результаты и выводы.

**Приложение А** посвящено используемому экспериментальному оборудованию. Рассмотрены особенности передающих систем, используемых в экспериментах, описанных в последующих главах. Показаны границы применимости приемной аппаратуры, приведены результаты сравнения различных типов магнитных датчиков. о вычисление интегралов, входящих в аналитические выражения для компонент магнитного поля.

**Приложение Б** о связи между формулой Баннистера и двумерным телеграфным уравнением для однородного волновода Земля-ионосфера.

## Глава 1. Электромагнитное поле горизонтального электрического диполя при плоской границе раздела двух сред

### 1.1 Уравнение Максвелла; электрический вектор-потенциал

В качестве первого шага рассмотрим задачу распространения радиоволн, излучаемых элементарным заземленным (заземленным) источником, находящимся на границе двух сред [61—65]. Хотя подобная задача имеет богатую историю, начиная с работ А.Зоммерфельда [66], Вейля [67], В. Фока [26], а также более близких к настоящему времени работ Вешев [28], Wait [68], Макаров [69], все-таки остаются некоторые вопросы, не нашедшие своего освещения в известной литературе. В частности, в связи с развитием численных расчетов возможно снятие ряда ограничений, которые были использованы для проведения приближенных аналитических вычислений. В то же время такая простейшая задача может быть использована как эталонная в расчетах, использующих более сложные модели среды.

Рассмотрим распространение электромагнитных волн, обладающих гармонической зависимостью от времени  $\exp(-i\omega t)$ . Для линейных изотропных немагнитных сред при пренебрежении пространственной дисперсией для комплексных амплитуд  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  средних значений электромагнитных полей имеет место следующая система уравнений [70]:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H}, \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = -i\omega\epsilon'\vec{E} + \vec{J}, \quad \operatorname{div} \epsilon'\vec{E} = p \quad (1.1)$$

В этих уравнениях  $\epsilon' = \epsilon + i\sigma/\omega$  – комплексная диэлектрическая проницаемость среды, обладающей диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и проводимостью  $\sigma$ ,  $\vec{J}$  – плотность стороннего тока,  $p$  – заряда. Для неоднородной среды эти переменные являются функциями координат. Ввели также обозначение  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Г/м – магнитная проницаемость вакуума. Иногда наряду с  $\epsilon'$  используется относительная комплексная диэлектрическая проницаемость среды  $\tilde{\epsilon}'$ :

$$\tilde{\epsilon}' = \frac{\epsilon'}{\epsilon_0} = \tilde{\epsilon} + \frac{i\sigma}{\omega\epsilon_0},$$

где  $\tilde{\epsilon} = \epsilon/\epsilon_0$ ,  $\epsilon_0 = (36\pi \cdot 10^9)^{-1}$  Ф/м – диэлектрическая проницаемость вакуума.

Для определения составляющих электромагнитного поля систему уравнений в частных производных первого порядка (1.1) обычно сводят с помощью вспомогательной функции к одному уравнению в частных производных второго порядка. Воспользуемся электрическим вектор-потенциалом  $\vec{A}$ , связанным с  $\vec{H}$  соотношением

$$\vec{H} = \text{rot } \vec{A} \quad (1.2)$$

Рассмотрим преобразование уравнений (1.1) при использовании электрического вектор-потенциала. Заменяя в первом уравнении системы (1.1) вектор магнитного поля на электрический вектор-потенциал, получим:

$$\text{rot} (\vec{E} - i\omega\mu_0\vec{A}) = 0.$$

Поскольку  $\text{rot}$  равен нулю, стоящая в круглых скобках функция является градиентом некоторой скалярной функции  $U$

$$\vec{E} = i\omega\mu_0\vec{A} - \text{grad } U \quad (1.3)$$

В случае  $\omega \rightarrow 0$ , то есть постоянного электрического поля, функция  $U$  является его потенциалом.

Используя уравнение для  $\text{rot } \vec{H}$  в системе (1.1) и подставляя в него значения  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  через  $\vec{A}$  и  $U$ , получим

$$\text{rot rot } \vec{A} = -i\omega\varepsilon'(i\omega\mu_0\vec{A} - \text{grad } U) + \vec{J}.$$

Так как  $\text{rot rot} = \text{grad div} - \nabla^2$ , где  $\nabla^2$  - оператор Лапласа:

$$\text{grad div } \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} = \omega^2\mu_0\varepsilon'\vec{A} + i\omega\varepsilon'\text{grad } U + \vec{J}.$$

Функцию  $U$  можно выбирать различными способами. В частности, ее можно взять такой, чтобы имела место система уравнений

$$\text{div } \vec{A} = i\omega\varepsilon'U, \quad \nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\vec{J}, \quad (1.4)$$

где  $k^2 = \omega^2/(c^2\varepsilon')$ ,  $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$  - скорость света.

При этом выражение, связывающее вектор  $\vec{A}$  с электрическим полем  $\vec{E}$ , будет следующим:

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{i\omega\varepsilon'} - \frac{\text{rot } \vec{H}}{i\omega\varepsilon'} = \frac{\vec{J}}{i\omega\varepsilon'} - \frac{\text{rot rot } \vec{A}}{i\omega\varepsilon'} \quad (1.5)$$

В ряде случаев удобно использовать несколько другое представление для  $\vec{E}$ , следующее из уравнения (1.3) и первого уравнения системы (1.4)

$$\vec{E} = i\omega\mu_0\vec{A} - \text{grad} \frac{\text{div} \vec{A}}{i\omega\varepsilon'} \quad (1.6)$$

Определим граничные условия для вектор-потенциала. Введем декартову систему координат с осью  $z$ , идущей по нормали к поверхности раздела, и осями  $x$  и  $y$  в тангенциальной плоскости. Тогда непрерывность тангенциальных составляющих электрического поля  $\vec{E}$

$$E_x = i\omega\mu_0 A_x - \frac{\partial \text{div} \vec{A}}{\partial x i\omega\varepsilon'}, \quad E_y = i\omega\mu_0 A_y - \frac{\partial \text{div} \vec{A}}{\partial y i\omega\varepsilon'}$$

будет иметь место, если положим  $A_x$  и  $A_y$  непрерывными, а также потребуем непрерывности величины  $\text{div} \vec{A}/i\omega\varepsilon'$ , так как непрерывность самой величины имеет следствием непрерывность тангенциальных производных (Бурсиан В.Р. ч.1. Введение [71]).

Из первого уравнения системы (1.1) следует

$$H_z = \frac{1}{\omega\mu_0} [\text{rot} \vec{E}]_z = \frac{1}{\omega\mu_0} \left[ \frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x \right]$$

и непрерывность  $E_x$  и  $E_y$  влечет непрерывность нормальной составляющей  $\vec{H}$ .

Тангенциальные составляющие  $\vec{H}$  связаны с вектором-потенциалом выражениями:

$$H_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \quad H_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}$$

Поэтому для непрерывности тангенциальных производных  $A_z$  достаточно непрерывности  $A_z$ , а для величин  $\partial A_y/\partial z$  и  $\partial A_x/\partial z$  необходима их непрерывность.

Таким образом, в результате анализа приходим к граничным условиям, заключающимся в требовании непрерывности  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$ ,  $\partial A_x/\partial z$ ,  $\partial A_y/\partial z$  и  $(1/i\omega\varepsilon') \text{div} \vec{A}$  на границе раздела сред.

## 1.2 Интегральное представление для электрического вектор-потенциала

Считаем, что одна из сред практически вакуум:  $\varepsilon = \varepsilon_0$ ,  $\sigma = \sigma_0 = +0$  (плюс у нуля показывает на наличие небольшого поглощения в среде), а другая характеризуется электродинамическими параметрами  $\varepsilon_1$ ,  $\mu_0$  и  $\sigma_1$  (рис.1.1)

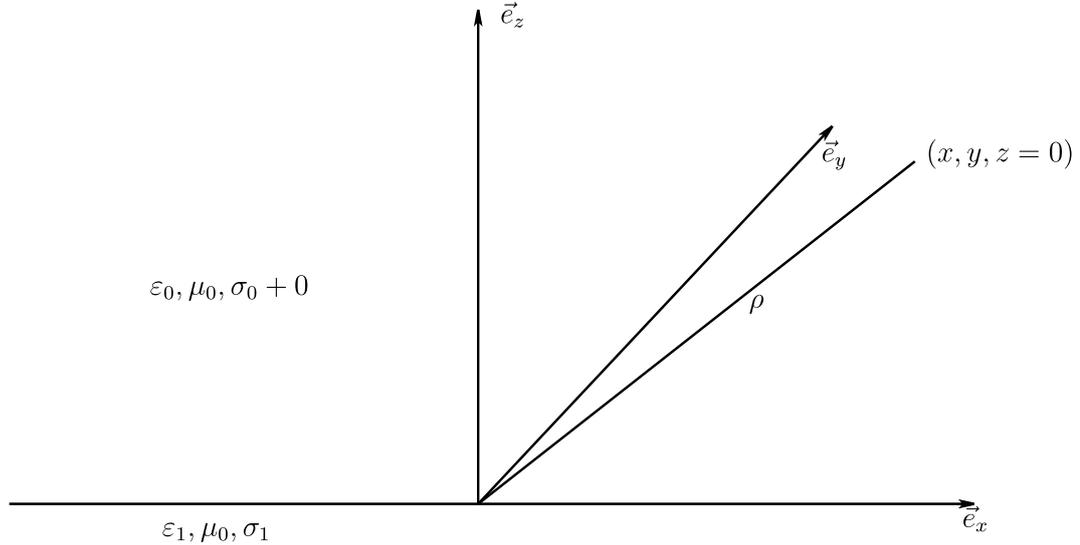


Рисунок 1.1 — Геометрия задачи.

Обозначим  $\vec{A}^{(0)}$  вектор-потенциал, относящийся к верхней среде,  $z > 0$ , а  $\vec{A}^{(1)}$  - к нижней среде  $z < 0$ . Волновые числа, соответствующие этим средам, определяются выражениями:

$$k_0 = \frac{\omega}{c}(1 + i0), \quad k_1 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} + i \frac{\sigma_1}{\omega \varepsilon_0}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\tilde{\varepsilon}_1'} \quad (1.7)$$

Дальнейшей задачей является нахождение решения системы уравнений

$$\nabla^2 \vec{A}^{(j)} + k_j^2 \vec{A}^{(j)} = -\vec{J}^{(j)}, \quad j = 0, 1 \quad (1.8)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} \vec{A}^{(0)}|_{z=0} &= \vec{A}^{(1)}|_{z=0}, & \frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial z}|_{z=0} &= \frac{\partial A_x^{(1)}}{\partial z}|_{z=0}, \\ \frac{\partial A_y^{(0)}}{\partial z}|_{z=0} &= \frac{\partial A_y^{(1)}}{\partial z}|_{z=0}, & \frac{1}{k_0^2} \operatorname{div} \vec{A}^{(0)}|_{z=0} &= \frac{1}{k_1^2} \operatorname{div} \vec{A}^{(1)}|_{z=0} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Кроме того, чтобы исключить волны, приходящие из бесконечности в силу поглощения в среде, потребуем  $\vec{A}^{(1)} \rightarrow 0$  при  $R = \sqrt{\rho^2 + z^2} \rightarrow \infty$ ,  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  для  $\operatorname{Im} k_j > 0$ .

Конкретизируем расположение диполя. Считаем что он расположен на границе раздела двух сред и ориентирован вдоль оси  $x$ . Это можно представить в формализованном виде:

$$\vec{J}^{(0)} = J^{(0)} \vec{e}_x = J \Delta x \delta(x) \delta(y) \delta(z-0) \vec{e}_x, \quad \vec{J}^{(1)} = J^{(1)} \vec{e}_x = J \Delta x \delta(x) \delta(y) \delta(z+0) \vec{e}_x,$$

где  $\delta(x)$  - дельта-функция,  $J$  - сила тока, а  $\vec{e}_x$  - единичный орт вдоль оси  $x$ .

Обычно при решениях электродинамических задач по возможности минимизируется число используемых компонент вектор-потенциала. Однако, решение уравнений (1.8) только с помощью одной составляющей вектор-потенциала  $\vec{A}$ , например  $A_x$ , для горизонтального диполя невозможно, так как нельзя при  $k_1 \neq k_0$  одновременно удовлетворить граничному условию

$$\frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial x} \Big|_{z=0} = \frac{\partial A_x^{(1)}}{\partial x} \Big|_{z=0}$$

и следующему из последних уравнений системы (1.9)

$$\frac{1}{k_0^2} \frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial x} \Big|_{z=0} = \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial A_x^{(1)}}{\partial x} \Big|_{z=0}.$$

Поэтому рассмотрим  $\vec{A}$  в виде

$$\vec{A}^{(j)} = A_x^{(j)} \vec{e}_x + A_z^{(j)} \vec{e}_z, \quad j = 0, 1, \quad (1.10)$$

т.е. наряду с составляющей  $A_x^{(j)}$  ввели еще составляющую  $A_z^{(j)}$ , перпендикулярную границе раздела. Рассмотрим область  $z \geq 0$ . Для нее справедлива система уравнений

$$\begin{aligned} \nabla^2 A_x^{(0)} + k_0^2 A_x^{(0)} &= -J^{(0)}, \\ \nabla^2 A_z^{(0)} + k_0^2 A_z^{(0)} &= 0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

Начнем с решения первого уравнения системы (1.11). Общее решение этого уравнения - это сумма частного решения неоднородного уравнения (падающее поле) и общего решения однородного уравнения.

Для падающего поля с помощью функции Грина для свободного пространства и аппарата Кирхгофа несложно получить следующее решение:

$$(A_x)^{(0)}_{\text{пад}} = J \Delta x \frac{1}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 R)}{R}, \quad (1.12)$$

где  $R = \sqrt{\rho^2 + z^2}$  - расстояние между точкой излучения и приема.

## Решение однородного уравнения

$$\nabla^2(A_x^{(0)})_{\text{одн}} + k_0^2(A_x^{(0)})_{\text{одн}} = 0$$

будем искать методом разделения переменных. Введем цилиндрическую систему координат  $\rho, \varphi, z$  и запишем в ней уравнение для  $(A_x^{(0)})_{\text{одн}}$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \right) (A_x^{(0)})_{\text{одн}} = 0 \quad (1.13)$$

Функцию, определенную на промежутке  $(0, 2\pi]$  можно разложить в ряд по косинусам [72, (с. 31, формула 0.325)]. Представим  $(A_x^{(0)})_{\text{одн}}$  в следующем виде:

$$(A_x^{(0)})_{\text{одн}} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \Pi_m^{(0)}(\rho, z) \cos \frac{m}{2} \varphi$$

Подстановка этого разложения в уравнение (1.13) дает уравнение для  $\Pi_m^{(0)}(\rho, z)$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + k_0^2 - \frac{m^2}{4\rho^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (\Pi_m^{(0)})(\rho, z) = 0. \quad (1.14)$$

Решение этого уравнения будем искать методом разделения переменных. Представим  $\Pi_m^{(0)}(\rho, z)$  в виде произведения двух функций  $\Pi_m^{(0)}(\rho, z) = R_m(\rho)\Phi_m(z)$  и подставим в уравнение (1.14)

$$\frac{1}{R_m(\rho)} \left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{m^2}{4\rho^2} \right) R_m(\rho) + \frac{1}{\Phi_m(z)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Phi_m(z) = -k_0^2 \quad (1.15)$$

Полагая

$$\frac{1}{R_m(\rho, \lambda)} \left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{m^2}{4\rho^2} \right) R_m(\rho, \lambda) = -\lambda^2$$

и обозначая продольный оператор

$$\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{m^2}{4\rho^2} = \hat{L}_\rho,$$

уравнение для  $R_m(\rho, \lambda)$  можно записать в следующем виде

$$\hat{L}_\rho R_m(\rho, \lambda) = -\lambda^2 R_m(\rho, \lambda) \quad (1.16)$$

В аргумент  $R_m$  ввели  $\lambda$ , чтобы подчеркнуть зависимость функции от  $\lambda$ .

Линейно-независимыми решениями (1.16) являются функции Бесселя и Ханкеля:  $J_{m/2}(\lambda\rho)$  и  $H_{m/2}^{(1)}(\lambda\rho)$ . Из уравнения (1.15) с учетом (1.16) можно получить уравнение для  $\Phi_m(z, \lambda)$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \Phi_m(z, \lambda) = (\lambda^2 - k_0^2) \Phi_m(z, \lambda) \quad (1.17)$$

Сформулируем спектральную задачу для продольного оператора [69]. Исходя из ограниченности поля при  $\rho = 0$  и убывания на бесконечности в поглощающей среде, наложим следующие ограничения на функцию  $R_m(\rho, \lambda)$ :

$$|R_m(0, \lambda)| \leq c < \infty \quad (1.18)$$

$$|\sqrt{\rho} R_m(\rho, \lambda)| \rightarrow 0, \quad \rho \rightarrow \infty \quad (1.19)$$

Выше отмечали, что линейно-независимыми решениями (1.16) являются функции Ханкеля и Бесселя. Функция  $H_{m/2}^{(1)}(\lambda\rho)$  является неограниченной и не аналитической при  $\rho \rightarrow 0$ , а значит не удовлетворяет условию (1.18). В свою очередь, функция  $J_{m/2}(\lambda\rho)$  не удовлетворяют (1.19). То есть дискретных точек у спектра  $\hat{L}_\rho$  нет.

Покажем, что сплошной спектр совпадает с вещественной осью  $\lambda$ . С этой целью выберем две точки  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  и рассмотрим интеграл

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \alpha(\lambda) J_{\frac{m}{2}}(\lambda\rho) d\lambda,$$

где  $\alpha(\lambda)$  - гладкая функция. Докажем, что при вещественных  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  этот интеграл удовлетворяет условию (1.19). Воспользуемся асимптотическим представлением для  $J_{\frac{m}{2}}(\lambda\rho)$  [72, (формула 8.451 на стр. 975)]

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \sqrt{\rho} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \alpha(\lambda) J_{\frac{m}{2}}(\lambda\rho) d\lambda \sim \lim_{\rho \rightarrow \infty} \sqrt{\rho} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \alpha(\lambda) \sqrt{\frac{2}{\pi\rho\lambda}} \cos\left(\lambda\rho - \frac{m\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) d\lambda$$

Интегрируя по частям, получим

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{1}{\rho} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left\{ \left[ \left( \frac{\alpha(\lambda)}{\sqrt{\lambda}} \sin\left(\lambda\rho - \frac{m\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) \right) \right]_{\lambda_1}^{\lambda_2} - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{\alpha(\lambda)}{\sqrt{\lambda}} \right) \sin\left(\lambda\rho - \frac{m\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) d\lambda \right\}.$$

Видим, если  $\text{Im } \lambda_1 - \text{Im } \lambda_2 = 0$ , то при  $\rho \rightarrow \infty$  выражение стремится к нулю. Если же  $\text{Im } \lambda_1$  или  $\text{Im } \lambda_2$  не равны нулю, то

$$\frac{1}{\rho} \sin \left( \lambda \rho - \frac{m\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right) \Big|_{\lambda=\lambda_1, \lambda_2} \rightarrow \infty$$

и не удовлетворяет необходимому условию.

Решением (1.17) является функция

$$\Phi(z, \lambda) = \exp(\pm i \sqrt{k_0^2 - \lambda^2} z). \quad (1.20)$$

Проведем униформизацию функции  $\sqrt{k^2 - \lambda^2}$ . Будем считать

$$\text{Im } \sqrt{k^2 - \lambda^2} > 0 \quad (1.21)$$

Тогда для обеспечения убывания поля в верхнем полупространстве при  $z \rightarrow \infty$  необходимо выбирать решение со знаком плюс. Следовательно,

$$\Pi_m^{(0)}(\rho, z) = \int_0^\infty J_{\frac{m}{2}}(\lambda \rho) \alpha_m^{(0)}(\lambda) \exp(i \sqrt{k_0^2 - \lambda^2} z) d\lambda.$$

Общее решение первого уравнения системы (1.11) для  $A_0^{(0)}$  можно представить в следующем виде

$$A_x^{(0)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \left( \frac{\exp(ik_0 R)}{R} + \sum_{m=0}^\infty \cos \frac{m}{2} \varphi \int_0^\infty J_{\frac{m}{2}}(\lambda \rho) \alpha_m^{(0)}(\lambda) \exp(i \sqrt{k_0^2 - \lambda^2} z) d\lambda \right). \quad (1.22)$$

Аналогично находится и решение для  $A_z^{(0)}$

$$A_z^{(0)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \left( \sum_{m=0}^\infty \cos \frac{m}{2} \varphi \int_0^\infty J_{\frac{m}{2}}(\lambda \rho) \eta_m^{(0)}(\lambda) \exp(i \sqrt{k_0^2 - \lambda^2} z) d\lambda \right). \quad (1.23)$$

Если воспользоваться для падающего поля представлением в виде интеграла Фурье-Бесселя [69]

$$\frac{\exp(ik_0 R)}{R} = i \int_0^\infty \frac{\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} J_0(\lambda \rho) \exp(i \sqrt{k_0^2 - \lambda^2} z) d\lambda, \quad z > 0, \quad (1.24)$$

то для потенциалов в верхнем полупространстве будем иметь следующие выражения

$$\begin{aligned}
A_x^{(0)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \left( \int_0^\infty \left[ \frac{i\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} + \alpha_0^{(0)}(\lambda) \right] J_0(\lambda\rho) \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}z) d\lambda + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{m=1}^\infty \cos \frac{m}{2} \varphi \int_0^\infty J_{\frac{m}{2}}(\lambda\rho) \alpha_m^{(0)}(\lambda) \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}z) d\lambda \right), \quad (1.25) \\
A_z^{(0)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \sum_{m=0}^\infty \cos \frac{m}{2} \varphi \int_0^\infty J_{\frac{m}{2}}(\lambda\rho) \eta_m^{(0)}(\lambda) \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}z) d\lambda.
\end{aligned}$$

Выполнив построения, аналогичные вышеописанным, можно получить выражения для векторов потенциалов в нижнем пространстве. Они соответствуют (1.25), только с заменой  $z \rightarrow -z$ ,  $\alpha_m^{(0)} \rightarrow \beta_m^{(1)}$ ,  $\eta_m^{(0)} \rightarrow \gamma_m^{(1)}$ ,  $k_0 \rightarrow k_1$

$$\begin{aligned}
A_x^{(1)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \left( \int_0^\infty \left[ \frac{i\lambda}{\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} + \beta_0^{(1)}(\lambda) \right] J_0(\lambda\rho) \exp(-i\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}z) d\lambda + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{m=1}^\infty \cos \frac{m}{2} \varphi \int_0^\infty J_{\frac{m}{2}}(\lambda\rho) \beta_m^{(1)}(\lambda) \exp(-i\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}z) d\lambda \right), \quad (1.26) \\
A_z^{(1)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \left( \sum_{m=0}^\infty \cos \frac{m}{2} \varphi \int_0^\infty J_{\frac{m}{2}}(\lambda\rho) \gamma_m^{(1)}(\lambda) \exp(-i\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}z) d\lambda \right),
\end{aligned}$$

где  $\beta_m^{(1)}$  и  $\gamma_m^{(1)}$  некоторые гладкие произвольные функции  $\lambda$ .

Неизвестные функции  $\alpha_m^{(0)}$ ,  $\eta_m^{(0)}$ ,  $\beta_m^{(1)}$  и  $\gamma_m^{(1)}$  будем находить из граничных условий. Из условия непрерывности  $A_x$  -  $x$ -ой составляющей вектора-потенциала на границе  $z = 0$  и единственности разложения в ряд Фурье получаем

$$\begin{aligned}
\frac{i\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} + \alpha_0^{(0)}(\lambda) &= \frac{i\lambda}{\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} + \beta_0^{(1)}(\lambda) \\
\alpha_m^{(0)} &= \beta_m^{(1)}, \quad m \geq 1
\end{aligned}$$

Перенеся в левую часть неизвестные функции, имеем систему уравнений:

$$\begin{aligned}\alpha_0^{(0)}(\lambda) - \beta_0^{(0)}(\lambda) &= i\lambda \frac{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} - \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} \\ \alpha_m^{(0)} - \beta_m^{(1)} &= 0, \quad m \geq 1.\end{aligned}\quad (1.27)$$

Воспользуемся непрерывностью на границе раздела нормальной производной  $A_x$ :

$$\left. \frac{dA_x^{(0)}}{dz} \right|_{z=0} = \left. \frac{dA_x^{(1)}}{dz} \right|_{z=0}.$$

Примем во внимание, что

$$i \int_0^\infty \frac{\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} J_0(\lambda \rho) \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} z) d\lambda = \frac{\exp(ik_0 R)}{R} = \frac{\exp(ik_0 \sqrt{\rho^2 + z^2})}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}.$$

Следовательно,

$$\left. \frac{\partial}{\partial z} i \int_0^\infty \frac{\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} J_0(\lambda \rho) \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} z) d\lambda \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial}{\partial z} \frac{\exp(ik_0 \sqrt{\rho^2 + z^2})}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right|_{z=0} = 0.$$

Аналогичная ситуация и со слагаемым

$$\left. \frac{\partial}{\partial z} i \int_0^\infty \frac{\lambda}{\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} J_0(\lambda \rho) \exp(-i\sqrt{k_1^2 - \lambda^2} z) d\lambda \right|_{z=0} = 0,$$

поэтому из непрерывности  $dA_x/dz|_{z=0}$  следует

$$\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} \alpha_m^{(0)}(\lambda) + \sqrt{k_1^2 - \lambda^2} \beta_m^{(1)}(\lambda) = 0, \quad m \geq 0 \quad (1.28)$$

Объединим уравнения (1.27) и (1.28)

$$\alpha_0^{(0)}(\lambda) - \beta_0^{(1)}(\lambda) = i\lambda \frac{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} - \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}}, \quad (1.29)$$

$$\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} \alpha_0^{(0)}(\lambda) + \sqrt{k_1^2 - \lambda^2} \beta_0^{(1)}(\lambda) = 0,$$

$$\alpha_m^{(0)}(\lambda) - \beta_m^{(1)}(\lambda) = 0,$$

$$\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} \alpha_m^{(0)}(\lambda) + \sqrt{k_1^2 - \lambda^2} \beta_m^{(1)}(\lambda) = 0, \quad m \geq 1 \quad (1.30)$$

Системы уравнений (1.29) и (1.30) - база для определений неизвестных функций  $\alpha_m^{(0)}$  и  $\beta_m^{(1)}$ . Определители систем (1.29) и (1.30) одинаковы. При этом

система (1.29) неоднородна, в то время как системы уравнений (1.30) - однородные. Поэтому при неравном нулю определителе можно найти решение (1.29), то есть найти неизвестные функции  $\alpha_0^{(0)}$  и  $\beta_0^{(1)}$ . В свою очередь, так как системы (1.30) однородны, то при ненулевом определителе решения будут нулевыми:  $\alpha_m^{(0)}(\lambda) = \beta_m^{(1)}(\lambda) = 0, m \geq 1$ .

Таким образом, выражения для  $A_x^{(i)}, i = 0, 1$  могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} A_x^{(0)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \int \left[ \frac{i\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} + \alpha_0^{(0)} \right] \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}z) J_0(\lambda\rho) d\lambda, \\ A_x^{(1)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \int \left[ \frac{i\lambda}{\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} + \beta_0^{(1)} \right] \exp(-i\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}z) J_0(\lambda\rho) d\lambda. \end{aligned} \quad (1.31)$$

Функции  $\alpha_0^{(0)}$  и  $\beta_0^{(1)}$  определяются из уравнений (1.29)

$$\begin{aligned} \alpha_0^{(0)}(\lambda) &= \frac{i\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} \frac{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} - \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}}{\Delta_1}, \\ \beta_0^{(1)}(\lambda) &= -\frac{i\lambda}{\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} \frac{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} - \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}}{\Delta_1}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

где  $\Delta_1 = \sqrt{k_0^2 - \lambda^2} + \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}$  - определитель системы (1.29). Можно преобразовать (1.31), используя явные выражения (1.32) для функций  $\alpha_0^{(0)}$  и  $\beta_0^{(1)}$ :

$$\begin{aligned} \frac{i\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} + \alpha_0^{(0)} &= \frac{i\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} \left( 1 + \frac{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} - \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} + \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} \right) = \frac{2i\lambda}{\Delta_1}, \\ \frac{i\lambda}{\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} + \beta_0^{(1)} &= \frac{i\lambda}{\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} \left( 1 - \frac{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} - \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} + \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} \right) = \frac{2i\lambda}{\Delta_1}. \end{aligned}$$

Окончательно получаем

$$\begin{aligned} A_x^{(0)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \frac{2i\lambda}{\Delta_1} \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}z) J_0(\lambda\rho) d\lambda, \\ A_x^{(1)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \frac{2i\lambda}{\Delta_1} \exp(-i\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}z) J_0(\lambda\rho) d\lambda. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Следующий шаг - это определение  $A_z^{(j)}, j = 0, 1$ . Воспользуемся непрерывностью  $A_z$  на границе раздела, а также непрерывностью  $\text{div } \vec{A}/k^2$ . Из непрерывности  $A_z$  следует (если выполнить преобразования, подобные сделанным для  $A_x$ )

$$\eta_m^{(0)}(\lambda) = \gamma_m^{(1)}(\lambda), \quad m \geq 0.$$

Рассмотрим условие непрерывности  $\text{div } \vec{A}/k^2$ . Для  $\vec{A}$ , определенным (1.10), получаем

$$\frac{1}{k_0^2} \left( \frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial x} + \frac{\partial A_z^{(0)}}{\partial z} \right)_{z=0} = \frac{1}{k_1^2} \left( \frac{\partial A_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial A_z^{(1)}}{\partial z} \right)_{z=0}.$$

На границе раздела  $\frac{\partial}{\partial x} (A_x^{(0)} - A_x^{(1)})_{z=0} = 0$  в силу непрерывности  $A_x$ , тогда

$$\frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial x} \Big|_{z=0} = \frac{\partial A_x^{(1)}}{\partial x} \Big|_{z=0}$$

и граничное условие преобразуется к следующему

$$\left[ \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial A_z^{(1)}}{\partial z} - \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial A_z^{(0)}}{\partial z} \right]_{z=0} = \left( \frac{1}{k_0^2} - \frac{1}{k_1^2} \right) \frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial x} \Big|_{z=0}.$$

Так как

$$\frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial x} \Big|_{z=0} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial \rho} \Big|_{z=0} = \frac{x}{\rho} \frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial \rho} \Big|_{z=0} = \cos \varphi \frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial \rho} \Big|_{z=0},$$

то

$$\left[ \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial A_z^{(1)}}{\partial z} - \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial A_z^{(0)}}{\partial z} \right]_{z=0} = \cos \varphi \left( \frac{1}{k_0^2} - \frac{1}{k_1^2} \right) \frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial \rho} \Big|_{z=0}. \quad (1.34)$$

Так как в правой части (1.34) находится  $\cos \varphi$ , а  $\frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial \rho} \Big|_{z=0} \neq 0$ , то при подстановке разложений для  $A_z^{(0)}$  и  $A_z^{(1)}$  (формулы (1.25) - 1.26)) в (1.34) неоднородной будет лишь система уравнений с  $m = 2$  и, соответственно, по аналогии с ранними выкладками не нулевыми будут лишь неизвестные функции  $\eta_2^{(0)}(\lambda)$  и  $\gamma_2^{(0)}(\lambda)$ . Поэтому  $A_z^{(j)}$ ,  $j = 0, 1$  будут определяться следующими выражениями:

$$\begin{aligned} A_z^{(0)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \cos \varphi \int_0^\infty \eta_2^{(0)}(\lambda) \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2 z}) J_1(\lambda \rho) d\lambda, \\ A_z^{(1)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \cos \varphi \int_0^\infty \gamma_2^{(1)}(\lambda) \exp(-i\sqrt{k_1^2 - \lambda^2 z}) J_1(\lambda \rho) d\lambda. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Рассмотрим правую часть уравнения (1.34)

$$\begin{aligned} &\cos \varphi \left( \frac{1}{k_0^2} - \frac{1}{k_1^2} \right) \frac{\partial A_x^{(0)}}{\partial \rho} \Big|_{z=0} = \\ &= \cos \varphi \frac{k_1^2 - k_0^2}{k_0^2 k_1^2} \frac{J\Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \frac{2i\lambda}{\Delta_1} \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2 z}) \frac{\partial J_0(\lambda \rho)}{\partial \rho} d\lambda \Big|_{z=0} = \end{aligned} \quad (1.36)$$

$$= -\cos \varphi \frac{k_1^2 - k_0^2}{k_0^2 k_1^2} \frac{J \Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \frac{2i\lambda^2}{\Delta_1} \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} z) J_1(\lambda \rho) d\lambda \Big|_{z=0}.$$

учтя, что

$$\frac{\partial J_0(\lambda \rho)}{\partial \rho} = \lambda \frac{\partial J_0(\lambda \rho)}{\partial(\lambda \rho)} = -\lambda J_1(\lambda \rho)$$

Подстановка (1.35) и (1.36) в уравнение (1.34) дает следующее соотношение

$$\frac{1}{k_1^2} (-i\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}) \gamma_2^{(1)}(\lambda) - \frac{1}{k_0^2} (i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}) \eta_2^{(0)}(\lambda) = \frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 k_1^2} \frac{2i\lambda^2}{\Delta_1}$$

или

$$\frac{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}}{k_0^2} \eta_2^{(0)}(\lambda) + \frac{\sqrt{k_1^2 - \lambda^2}}{k_1^2} \gamma_2^{(1)} = -\frac{k_0^2 - k_1^2}{k_0^2 k_1^2} \frac{2\lambda^2}{\Delta_1}.$$

Отсюда

$$k_1^2 \sqrt{k_0^2 - \lambda^2} \eta_2^{(0)}(\lambda) + k_0^2 \sqrt{k_1^2 - \lambda^2} \gamma_2^{(1)}(\lambda) = \frac{(k_1^2 - k_0^2) 2\lambda^2}{\Delta_1} \quad (1.37)$$

Таким образом, неизвестные функции  $\eta_2^{(0)}(\lambda)$  и  $\gamma_2^{(1)}(\lambda)$  можно определить из системы уравнений: уравнения, следующего из непрерывности  $A_z$  и уравнения (1.37)

$$\begin{aligned} \eta_2^{(0)}(\lambda) - \gamma_2^{(1)}(\lambda) &= 0, \\ k_1^2 \sqrt{k_0^2 - \lambda^2} \eta_2^{(0)}(\lambda) + k_0^2 \sqrt{k_1^2 - \lambda^2} \gamma_2^{(1)}(\lambda) &= \frac{(k_1^2 - k_0^2) 2\lambda^2}{\Delta_1}. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Определитель этой системы  $\Delta_2$  будет равен

$$\Delta_2 = k_0^2 \sqrt{k_1^2 - \lambda^2} + k_1^2 \sqrt{k_0^2 - \lambda^2},$$

поэтому

$$\gamma_2^{(1)}(\lambda) = \eta_2^{(0)}(\lambda) = (k_1^2 - k_0^2) \frac{2\lambda^2}{\Delta_1 \cdot \Delta_2}.$$

Следовательно, (1.35) можно преобразовать, учитывая явное выражение для функций  $\gamma_2^{(1)}(\lambda)$  и  $\eta_2^{(0)}(\lambda)$ .

$$\begin{aligned} A_z^{(0)} &= \frac{J \Delta x \cos \varphi}{4\pi} \int_0^\infty \frac{(k_1^2 - k_0^2) \cdot 2\lambda^2}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} z) J_1(\lambda \rho) d\lambda, \\ A_z^{(1)} &= \frac{J \Delta x \cos \varphi}{4\pi} \int_0^\infty \frac{(k_1^2 - k_0^2) \cdot 2\lambda^2}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(-i\sqrt{k_1^2 - \lambda^2} z) J_1(\lambda \rho) d\lambda. \end{aligned} \quad (1.39)$$

Так как  $|z| = z$  при  $z > 0$  и  $|z| = -z$  при  $z < 0$ , то можно написать (1.39) в более компактном виде

$$A_z^{(j)} = \frac{J\Delta x \cos \varphi}{4\pi} \int_0^\infty \frac{(k_1^2 - k_0^2) \cdot 2\lambda^2}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}|z|) J_1(\lambda\rho) d\lambda, \quad j = 0,1.$$

Если вместо  $|z|$  использовать  $z \cdot (-1)^j$

$$A_z^{(j)} = \frac{J\Delta x \cos \varphi}{4\pi} \int_0^\infty \frac{(k_1^2 - k_0^2) \cdot 2\lambda^2}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(i(-1)^j \sqrt{k_j^2 - \lambda^2} z) J_1(\lambda\rho) d\lambda, \quad j = 0,1.$$

Выпишем основные формулы

$$A_x^{(j)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \frac{2i\lambda}{\Delta_1} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) J_0(\lambda\rho) d\lambda,$$

$$A_z^{(j)} = \frac{J\Delta x \cos \varphi}{4\pi} \int_0^\infty \frac{(k_1^2 - k_0^2) \cdot 2\lambda^2}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) J_1(\lambda\rho) d\lambda, \quad (1.40)$$

$$j = 0,1,$$

где  $\Delta_1 = \sqrt{k_0^2 - \lambda^2} + \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}$ ,  $\Delta_2 = k_0^2 \sqrt{k_1^2 - \lambda^2} + k_1^2 \sqrt{k_0^2 - \lambda^2}$ .

Формулу для  $A_z^{(j)}$  можно представить немного в другом виде. Учтем, что

$$-J_1(\lambda\rho) = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial \rho} J_0(\lambda\rho),$$

тогда

$$A_z^{(j)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \cos \varphi \cdot (k_0^2 - k_1^2) \int_0^\infty \frac{2\lambda}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) \frac{\partial}{\partial \rho} J_0(\lambda\rho) d\lambda,$$

$$A_z^{(j)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} (k_0^2 - k_1^2) \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \rho} \int_0^\infty \frac{2\lambda}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) J_0(\lambda\rho) d\lambda,$$

$$\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{x}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{\partial}{\partial x}, \quad (1.41)$$

$$A_z^{(j)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} (k_0^2 - k_1^2) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{2\lambda}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) J_0(\lambda\rho) d\lambda,$$

$$A_z^{(j)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} (k_0^2 - k_1^2) \int_0^\infty \frac{2\lambda}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) J_0(\lambda\rho) d\lambda.$$

Преобразуем  $A_x^{(j)}$ , выделив в нем падающее поле. Начнем с верхней среды  $z > 0$

$$\begin{aligned} A_x^{(0)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\exp(ik_0R)}{R} + \\ &+ \frac{J\Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \left( \frac{2i\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2} + \sqrt{k_1^2 - \lambda^2}} - \frac{i\lambda}{\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} \right) \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}z) J_0(\lambda\rho) d\lambda, \\ A_x^{(0)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \left[ \frac{\exp(ik_0R)}{R} + (k_0^2 - k_1^2) \int_0^\infty \frac{2i\lambda}{\Delta_1 \sqrt{k_0^2 - \lambda^2}} \exp(i\sqrt{k_0^2 - \lambda^2}z) J_0(\lambda\rho) d\lambda \right]. \end{aligned}$$

Аналогично преобразуется и  $A_x^{(1)}$ , значит можно написать

$$A_x^{(j)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \left[ \frac{\exp(ik_jR)}{R} + (k_0^2 - k_1^2) \int_0^\infty \frac{2i\lambda}{\Delta_1 \sqrt{k_j^2 - \lambda^2}} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) J_0(\lambda\rho) d\lambda \right],$$

Объединяя с (1.41), имеем

$$A_x^{(j)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \left[ \frac{\exp(ik_jR)}{R} + (k_0^2 - k_1^2) \int_0^\infty \frac{2i\lambda}{\Delta_1 \sqrt{k_j^2 - \lambda^2}} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) J_0(\lambda\rho) d\lambda \right],$$

$$A_z^{(j)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} (k_0^2 - k_1^2) \int_0^\infty \frac{2\lambda}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) J_0(\lambda\rho) d\lambda, \quad (1.42)$$

$$j = 0, 1.$$

Введем обозначения

$$\Pi^{(j)}(\rho, z) = \int_0^\infty \frac{2i\lambda}{\Delta_1} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) J_0(\lambda\rho) d\lambda, \quad j = 0, 1, \quad (1.43)$$

$$F^{(j)}(\rho, z) = \int_0^\infty (k_0^2 - k_1^2) \frac{2\lambda}{\Delta_1 \cdot \Delta_2} \exp(i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2}|z|) J_0(\lambda\rho) d\lambda, \quad j = 0, 1 \quad (1.44)$$

чтобы иметь аналогию с работой Фока [26]. Тогда составляющие вектор-потенциала будут связаны с этими функциями соотношениями

$$\begin{aligned} A_x^{(j)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \Pi^{(j)}(\rho, z), \\ A_z^{(j)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} F^{(j)}(\rho, z), \\ & j = 0, 1. \end{aligned} \quad (1.45)$$

Таким образом, в результате проделанных вычислений выразили решение задачи через определенные интегралы (1.43) и (1.44). Следующим шагом будет их вычисление. Отметим, что введенные нами функции - те же, что использовались В.А. Фоком. Единственное отличие - у Фока  $F^{(j)}$  со знаком минус.

В работах, связанных с геоэлектрикой, используются не волновые числа  $k_j$ , а  $\varkappa_j$ , связанные с  $k_j$  соотношением

$$\varkappa_j = -ik_j \quad (1.46)$$

а также

$$\nu_j = -i\sqrt{k_j^2 - \lambda^2} \quad (1.47)$$

Учитывая, что  $\text{Im} \sqrt{k_j^2 - \lambda^2} > 0$ , то из (1.47) имеем  $\text{Re} \nu_j > 0$ . Подставляя в (1.47) выражение для  $k_j$ , вытекающее из (1.46)  $k_j = i\varkappa_j$ , получаем

$$\nu_j = \sqrt{\varkappa_j^2 + \lambda^2} \quad (1.48)$$

В вышеописанных обозначениях формулы (1.43) и (1.44) примут вид

$$\begin{aligned} \Pi^{(j)}(\rho, z) &= \int_0^\infty \frac{2\lambda}{(\nu_0 + \nu_1)} \exp(-\nu_j |z|) J_0(\lambda\rho) d\lambda, \\ F^{(j)}(\rho, z) &= (\varkappa_1^2 - \varkappa_0^2) \int_0^\infty \frac{2\lambda \exp(-\nu_j |z|)}{(\nu_0 + \nu_1)(\varkappa_0^2 \nu_1 + \varkappa_1^2 \nu_0)} J_0(\lambda\rho) d\lambda. \end{aligned}$$

Сравнивая с Вешевым, видим совпадения, если переобозначить  $\Pi^{(j)} \rightarrow P_x^{(j)}$ .

Переставим сомножители в подынтегральном выражении:

$$\Pi^{(j)}(\rho, z) = \int_0^\infty \frac{2 \exp(-\nu_j |z|)}{\nu_0 + \nu_1} J_0(\lambda\rho) \lambda d\lambda,$$

$$F^{(j)}(\rho, z) = (\varkappa_1^2 - \varkappa_0^2) \int_0^\infty \frac{2 \exp(-\nu_j |z|)}{(\nu_0 + \nu_1)(\varkappa_0^2 \nu_1 + \varkappa_1^2 \nu_0)} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda, \quad (1.49)$$

$$j = 0, 1.$$

### 1.3 Электромагнитное поле горизонтальной антенны под поверхностью раздела двух сред. Квазистационарное приближение

В практических приложениях (связь, управление, георазведка) часто требуется информация о характере изменения поля в области под поверхностью раздела. Для упрощения расчетов будем использовать двухслойную модель среды с плоской границей раздела. Основное внимание уделим нахождению формул, справедливых для всего нижнего полупространства, включая окрестность источника. Выполним также предельный переход к дальности, превышающей несколько скин-слоев проводящей среды.

Рассмотрим излучение в двухслойной среде заземленной (с заводненными электродами) антенны длиной  $2L$ , питаемой током с гармонической зависимостью от времени  $\exp(-i\omega t)$ . Систему координат выбираем следующим образом. Центр декартовых координат помещаем в середину антенны, ось  $z$  направляем вверх, ось  $x$  - вдоль антенны, а  $y$  - поперек антенны. Расстояние до точки наблюдения обозначим  $R$ , а расстояние на плоскости  $(x, y, 0)$  от центра антенны обозначим  $\rho$ , и  $\rho_\eta$  - расстояние от произвольной точки антенны (рис. 1.2). Переход от поля диполя к полям, соответствующим возбуждению линейной антенной длиной  $2L$ , осуществляется в результате суммирования по длине антенны полей диполей. В частности,  $\vec{\mathcal{E}}^{(j)}$  - электрическое поле, возбуждаемое линейной антенной будет равно

$$\vec{\mathcal{E}}^{(j)} = \sum \vec{E}^{(j)}(\rho_\eta, z) = \int_{-L}^L \vec{E}^{(j)}(\rho_\eta, z) \Big|_{J\Delta_1 \rightarrow J} d\eta, \quad (1.50)$$

где  $\vec{E}^{(j)}(\rho_\eta, z)$  - поле диполя, находящегося в точке  $\eta$  антенны.

Система (1.49) является базовой при вычислении электрического вектор-потенциала, а также электромагнитных полей. Представление потенциалов в

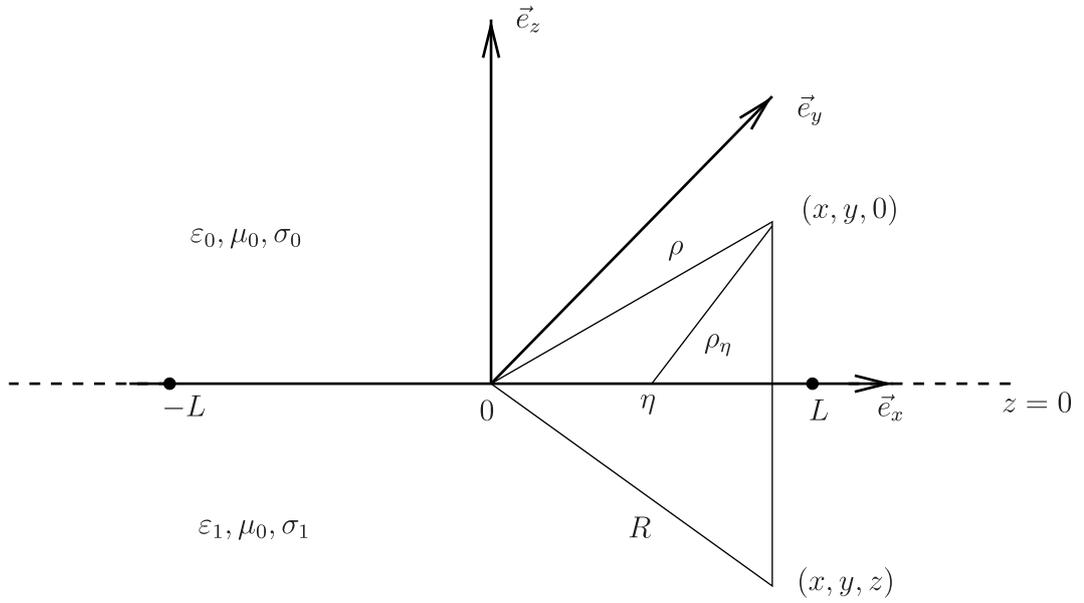


Рисунок 1.2 — Геометрия задачи.

виде (1.49) содержит интегралы с осциллирующей функцией  $J_0(\lambda\rho)$ . Для вычисления подобных интегралов существуют хорошо разработанные методы, в частности метод Лонгмана [73]. Однако для практически важного случая: излучения крайне низкочастотного и более низкого диапазона волн, формулы (1.49) допускают упрощения и возможность их представления через хорошо изученные функции.

Рассмотрим квазистационарное приближение. В нем полагают  $\varkappa_0 = 0$ . Физически это соответствует пренебрежению Максвеловским током смещения по сравнению с током проводимости. При использовании волн очень низкой частоты хорошо выполняется условие  $|\varkappa_0^2/\varkappa_1^2| \ll 1$ , что дает возможность замены в области под поверхностью раздела  $\varkappa_0$  нулем, а  $\nu_0 \rightarrow \lambda$ . Следовательно, получим

$$\begin{aligned} \Pi(\rho, z) &\equiv \Pi^{(1)}(\rho, z) \Big|_{\varkappa_0=0} = \int_0^\infty \frac{2 \exp(\nu_1 z)}{(\nu_1 + \lambda)} J_0(\lambda\rho) \lambda d\lambda, \\ F(\rho, z) &\equiv F^{(1)}(\rho, z) \Big|_{\varkappa_0=0} = \int_0^\infty \frac{2 \exp(\nu_1 z)}{(\nu_1 + \lambda)} J_0(\lambda\rho) d\lambda. \end{aligned} \quad (1.51)$$

Интегралы (1.51), определяющие  $\Pi(\rho, z)$  и  $F(\rho, z)$ , являются производными от двух интегралов Ватсона, один из которых связан с падающим полем

$$\int_0^\infty \frac{\exp(\nu_1 z)}{\nu_1} J_0(\lambda\rho) \lambda d\lambda = \frac{\exp(-\varkappa_1 R)}{R} = \frac{\exp(ik_1 R)}{R}, \quad R = \sqrt{\rho^2 + z^2}, \quad (1.52)$$

другой - с произведением модифицированных функций Бесселя [72, (формулы 6.637.1, с. 733)]

$$\int_0^{\infty} \frac{\exp(-\nu_1|z|)}{\nu_1} J_0(\lambda\rho) d\lambda = I_0(r_+)K_0(r_-), \quad (1.53)$$

где  $r_+ = (\varkappa_1/2)(R+z)$ ,  $r_- = (\varkappa_1/2)(R-z)$ , а  $I_0$  и  $K_0$  - модифицированные функции Бесселя.

В результате вычислений с учетом (1.52)) и (1.53)) можно получить из (1.51))

$$\Pi(\rho, z) = \frac{2}{\varkappa_1^2} \left[ \frac{\partial^2 \exp(-\varkappa_1 R)}{\partial z^2} \frac{1}{R} - \left( \frac{\partial^3}{\partial z^3} - \varkappa_1^2 \frac{\partial}{\partial z} \right) I_0(r_+)K_0(r_-) \right],$$

$$F(\rho, z) = \frac{2}{\varkappa_1^2} \left[ -\frac{\partial \exp(-\varkappa_1 R)}{\partial z} \frac{1}{R} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} I_0(r_+)K_0(r_-) \right].$$

Введем обозначения

$$A_x(\rho, z) \equiv A_x^{(1)} \Big|_{\varkappa_0=0}, \quad A_z(\rho, z) \equiv A_z^{(1)} \Big|_{\varkappa_0=0}.$$

Тогда, раскрывая частные производные по  $z$  и по  $\rho$ , учитывая (1.45), получим следующие выражения для электрического вектора-потенциала в нижней среде:

$$\begin{aligned} A_x(\rho, z) = & \frac{J\Delta x}{4\pi} \left( \frac{2}{\varkappa_1^2} \left( 1 + \frac{z^2}{R} \frac{d}{dR} \right) \frac{1}{R} \frac{d \exp(-\varkappa_1 R)}{dR} \frac{1}{R} \right. \\ & - \frac{z}{R^2} \left( 1 - 3 \frac{z^2}{R^2} \right) I_0(r_+)K_0(r_-) + \\ & + 3 \frac{\rho^2 z}{R^4} \times I_1(r_+)K_1(r_-) + \frac{1}{\varkappa_1 R^2} \left[ \left( 1 - \frac{z}{R} \right) \left( 1 - 3 \frac{z^2}{R^2} \right) - \varkappa_1^2 \rho^2 \frac{z}{R} \right] I_0(r_+)K_1(r_-) + \\ & \left. + \frac{1}{\varkappa_1 R^2} \left[ \left( 1 + \frac{z}{R} \right) \left( 1 - 3 \frac{z^2}{R^2} \right) + \varkappa_1^2 \rho^2 \frac{z}{R} \right] I_1(r_+)K_0(r_-) \right), \end{aligned} \quad (1.54)$$

$$A_z(\rho, z) = \frac{J\Delta x}{4\pi} \times \frac{x}{R} \left( \frac{-2z}{\varkappa_1^2} \frac{d}{dR} \frac{1}{R} \frac{d \exp(-\varkappa_1 R)}{dR} \frac{1}{R} - 3 \frac{z^2}{R^3} I_0(r_+)K_0(r_-) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{2\rho^2 - z^2}{R^3} \times I_1(r_+)K_1(r_-) + \left[ \frac{3z(R-z)}{\varkappa_1 R^4} - \frac{\varkappa_1 z^2}{R^2} \right] I_0(r_+)K_1(r_-) + \\
& + \left[ \frac{3z(R+z)}{\varkappa_1 R^4} + \frac{\varkappa_1 z^2}{R^2} \right] I_1(r_+)K_0(r_-) \Bigg), \quad (1.55)
\end{aligned}$$

где  $I_1$  и  $K_1$  – модифицированные функции Бесселя с индексом единица.

Формулы (1.54)-(1.55) справедливы для всего нижнего полупространства и описывают изменение составляющих электрического вектора-потенциала для любых значений  $x$ ,  $y$  и  $z$ .

Рассмотрим два предельных случая. Первый будет связан с границей раздела, т.е.  $z = 0$ , другой - с удалением от источника на расстояние, для которого выполняется неравенство  $|r_+| \gg 1$ . Начнем с первого. Итак, подставим в (1.54)  $z = 0$ . В результате получим

$$\begin{aligned}
A_x(\rho, z = 0) &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \left( \frac{2}{\varkappa_1^2} \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \frac{\exp(-\varkappa_1 \rho)}{\rho} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{\varkappa_1 \rho^2} \left[ I_0\left(\frac{\varkappa_1 \rho}{2}\right) K_1\left(\frac{\varkappa_1 \rho}{2}\right) + I_1\left(\frac{\varkappa_1 \rho}{2}\right) K_0\left(\frac{\varkappa_1 \rho}{2}\right) \right] \right).
\end{aligned}$$

Учитывая, что выражение в квадратных скобках равно  $2/\varkappa_1 \rho$  [72, (формулы 8.477.2, с. 983)], то раскрывая производную по  $\rho$ , получаем

$$A_x(\rho, z = 0) = \frac{J\Delta x}{2\pi \varkappa_1^2 \rho^3} [1 - (1 + \varkappa_1 \rho) \exp(-\varkappa_1 \rho)]. \quad (1.56)$$

Другая составляющая электрического вектора-потенциала при  $z = 0$  будет описываться следующей формулой:

$$A_z(\rho, z = 0) = -\frac{J\Delta x}{2\pi} \times \frac{x}{\rho^2} I_1\left(\frac{\varkappa_1}{2}\rho\right) K_1\left(\frac{\varkappa_1}{2}\rho\right). \quad (1.57)$$

Выражения (1.56) и (1.57) часто приводятся в литературе по геоэлектрике [28], где основными измеряемыми величинами являются поля на границе раздела.

По своей структуре (1.56) являются комбинацией двух волн, одна из которых распространяется в области над границей раздела, а другая – под границей раздела. Отсутствие второй экспоненты в (1.56) обусловлено тем, что мы рассматриваем квазистационарное приближение, в рамках которого  $\exp(-\varkappa_0 \rho)$  равно единице. Несколько сложнее интерпретация (1.57). Однако, если рассмотреть

область  $|\varkappa_1/2\rho| \gg 1$ , то можно воспользоваться асимптотическими представлениями для  $I_1$  и  $K_1$  [72, (формулы 8.541.5 и 8.541.6, с. 376)]

$$\begin{aligned}
 I_1\left(\frac{\varkappa_1}{2}\rho\right) &\sim \frac{\exp(\varkappa_1\rho/2)}{\sqrt{\pi\varkappa_1\rho}} \left[1 - \frac{3}{4\varkappa_1\rho} + \dots\right] - \\
 &- \frac{\exp(-\varkappa_1\rho/2 + i\pi/2)}{\sqrt{\pi\varkappa_1\rho}} \left[1 + \frac{3}{4\varkappa_1\rho} + \dots\right], \\
 K_1\left(\frac{\varkappa_1}{2}\rho\right) &\sim \sqrt{\frac{\pi}{\varkappa_1\rho}} \exp(-\varkappa_1\rho/2) \left[1 + \frac{3}{4\varkappa_1\rho} + \dots\right],
 \end{aligned} \tag{1.58}$$

где ... соответствует членам, имеющим порядок  $(1/(\varkappa_1\rho))^2$ .

Тогда в результате подстановки (1.58) в (1.57) можно получить выражение для  $A_z(\rho, z = 0)$  при

$$\begin{aligned}
 A_z(\rho, z = 0) &\sim -\frac{J\Delta x}{2\pi} \frac{x}{\varkappa_1\rho^3} \times \\
 &\times \left[ (1 + \dots) - i \left( 1 + \frac{3}{2\varkappa_1\rho} + \dots \right) \exp(-\varkappa_1\rho) \right], \\
 |\varkappa_1\rho/2| &\gg 1.
 \end{aligned} \tag{1.59}$$

Поэтому по мере удаления от источника  $z$ -составляющая электрического вектор-потенциала приобретает вид, аналогичный (1.56).

Учтем, что проводимость в нижней среде не равна нулю, т.е.  $\text{Re}\varkappa_1 > 0$ , тогда при выполнении условия  $\text{Re}\varkappa_1\rho \gg 1$  получаем из (1.56) и (1.57)

$$A_x(\rho, z = 0) \sim \frac{J\Delta x}{2\pi\varkappa_1^2\rho^3}, \quad A_z(\rho, z = 0) \sim -\frac{J\Delta x}{2\pi\varkappa_1} \times \frac{x}{\rho^3}, \quad \text{Re}\varkappa_1\rho \gg 1 \tag{1.60}$$

Рассмотрим поведение потенциала в области  $z \leq 0$  при  $\text{Re}r_+ \gg 1$ . Так как  $z \leq 0$ , то и  $\text{Re}r_- \gg 1$ . Подставим асимптотические разложения для модифицированных функций Бесселя [72, (формулы 8.541.5 и 8.541.6, с. 376)] в выражения (1.54)-(1.55), тогда

$$\begin{aligned}
 A_x(\rho, z) &\sim \frac{J\Delta x}{2\pi\varkappa_1^2\rho^3} \times \exp(\varkappa_1 z), \\
 A_z(\rho, z) &\sim -\frac{J\Delta x}{2\pi\varkappa_1} \times \frac{x}{\rho^3} \exp(\varkappa_1 z), \\
 \text{Re}r_+ &\gg 1.
 \end{aligned} \tag{1.61}$$

Сравнивая (1.60) и (1.61), видим, что в области  $\text{Re } r_+ \gg 1$  компоненты электрического вектора-потенциала в основном формируются полем, сначала распространяющимся в верхней среде, затем проникающим вглубь, ослабляясь при этом по экспоненциальному закону.

Электрическое поле в области  $z \leq 0$  связано с электрическим вектором-потенциалом  $\vec{A}^{(1)}$  следующим соотношением

$$\vec{E}^{(1)} = i\omega\mu_0 \vec{A}^{(1)} - \text{grad} \frac{\text{div} \vec{A}^{(1)}}{i\omega\tilde{\epsilon}'_1 \times \epsilon_0},$$

из которого следуют представления через функции  $\Pi^{(1)}(\rho, z)$  и  $F^{(1)}(\rho, z)$  для составляющих поля.

$$\begin{aligned} E_x^{(1)} &= \frac{i\omega\mu_0}{4\pi} J\Delta x \left[ \Pi^{(1)}(\rho, z) - \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\varkappa_1^2} \frac{\partial}{\partial x} P^{(1)}(\rho, z) \right], \\ E_y^{(1)} &= -\frac{i\omega\mu_0}{4\pi} J\Delta x \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\varkappa_1^2} \frac{\partial}{\partial y} P^{(1)}(\rho, z), \\ E_z^{(1)} &= \frac{i\omega\mu_0}{4\pi} J\Delta x \frac{\partial}{\partial x} S^{(1)}(\rho, z), \end{aligned} \quad (1.62)$$

где ввели обозначения

$$\begin{aligned} P^{(1)}(\rho, z) &= \Pi^{(1)}(\rho, z) + \frac{\partial}{\partial z} F^{(1)}(\rho, z), \\ S^{(1)}(\rho, z) &= F^{(1)}(\rho, z) - \frac{1}{\varkappa_1^2} \frac{\partial}{\partial z} P^{(1)}(\rho, z). \end{aligned} \quad (1.63)$$

Воспользуемся соотношениями (1.49) и представим функции, определяющие  $\vec{E}^{(1)}$ , через интегралы, содержащие функции Бесселя.

$$\begin{aligned} P^{(1)}(\rho, z) &= \varkappa_1^2 \int_0^\infty \frac{2}{\varkappa_0^2 \nu_1 + \varkappa_1^2 \nu_0} \exp(\nu_1 z) J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda, \\ S^{(1)}(\rho, z) &= - \int_0^\infty \frac{2\nu_0}{\varkappa_0^2 \nu_1 + \varkappa_1^2 \nu_0} \exp(\nu_1 z) J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda. \end{aligned} \quad (1.64)$$

В квазистационарном приближении, т.е. при  $\varkappa_0 \rightarrow 0$ , воспользовавшись интегралами (1.52) и (1.53), несложно проинтегрировать по  $\lambda$  в (1.64).

Тогда будем иметь

$$P(\rho, z) \equiv P^{(1)}(\rho, z) \Big|_{\varkappa_0=0} = 2 \frac{\partial}{\partial z} I_0(r_+) K_0(r_-),$$

$$S(\rho, z) \equiv S^{(1)}(\rho, z) \Big|_{z_0=0} = -\frac{2}{\kappa_1^2} \frac{\partial \exp(-\kappa_1 R)}{\partial z} \frac{1}{R}.$$

Для определения поля горизонтальной линейной антенны необходимо выполнить интегрирование (1.62) по длине антенны, заменив  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  на  $\rho_\eta = \sqrt{(x - \eta)^2 + y^2}$ ,  $J\Delta x \rightarrow Jd\eta$ ,  $\partial/\partial x \rightarrow -\partial/\partial\eta$ . Обозначим  $\vec{\mathcal{E}} \equiv \vec{\mathcal{E}}^{(1)} \Big|_{z_0=0}$  и учтем, что

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \rho_\eta}{\partial x} \times \frac{\partial}{\partial \rho_\eta} = \frac{x - \eta}{\rho_\eta} \times \frac{\partial}{\partial \rho_\eta}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{y}{\rho_\eta} \times \frac{\partial}{\partial \rho_\eta},$$

тогда в результате интегрирования по  $\eta$  получим

$$\mathcal{E}_x = \frac{i\omega\mu_0}{4\pi} J \left[ \int_{-L}^L \Pi(\rho_\eta, z) d\eta + \frac{x - \eta}{\kappa_1^2 \rho_\eta} \frac{\partial}{\partial \rho_\eta} P(\rho_\eta, z) \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L} \right],$$

$$\mathcal{E}_y = \frac{i\omega\mu_0}{4\pi\kappa_1^2} J \frac{y}{\rho_\eta} \frac{\partial}{\partial \rho_\eta} P(\rho_\eta, z) \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L},$$

$$\mathcal{E}_z = \frac{i\omega\mu_0}{2\pi\kappa_1^2} J \frac{z}{R_\eta} \frac{d}{dR_\eta} \frac{\exp(-\kappa_1 R_\eta)}{R_\eta} \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L}.$$

Здесь обозначено  $R_\eta = \sqrt{(x - \eta)^2 + y^2 + z^2}$ , а входящую в первые два уравнения производную по  $\rho$  от функции  $P(\rho, z)$  можно записать как

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} P(\rho, z) = 2 \left[ -\frac{r_+}{R^3} K_0(r_-) I_1(r_+) - \frac{r_-}{R} I_0(r_+) K_1(r_-) + \right. \\ \left. + \frac{\kappa_1^2 z}{2R^2} (I_0(r_+) K_0(r_-) - I_1(r_+) K_1(r_-)) \right]. \end{aligned} \quad (1.65)$$

Как и при рассмотрении потенциала перейдем к двум предельным случаям. Начнем с определения поля на границе раздела  $z = 0$ . Из (1.65) следует, что при  $z = 0$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} P(\rho, z) \Big|_{z=0} = -\frac{\kappa_1}{\rho^2} \left[ K_0\left(\frac{\kappa_1}{2}\rho\right) I_1\left(\frac{\kappa_1}{2}\rho\right) + I_0\left(\frac{\kappa_1}{2}\rho\right) K_1\left(\frac{\kappa_1}{2}\rho\right) \right].$$

Выражение в квадратных скобках, как ранее показали, равно  $2/(\kappa_1\rho)$ , поэтому

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} P(\rho, z) \Big|_{z=0} = -\frac{2}{\rho^3}.$$

Определяя  $\Pi(\rho, 0)$  с помощью (1.54), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x|_{z=0} &= \frac{i\omega\mu_0}{2\pi\kappa_1^2} J \left[ \int_{-L}^L \frac{[1 - (1 + \kappa_1\rho_\eta) \exp(-\kappa_1\rho_\eta)]}{\rho_\eta^3} d\eta - \frac{x - \eta}{\rho_\eta^3} \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L} \right], \\ \mathcal{E}_y|_{z=0} &= -\frac{i\omega\mu_0}{2\pi\kappa_1^2} J \frac{y}{\rho_\eta^3} \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L}, \\ \mathcal{E}_z|_{z=0} &= 0. \end{aligned} \quad (1.66)$$

Сравнение первых двух выражений в (1.66) с результатами, полученными для поля на границе раздела при подходе к ней сверху [28], показывает их идентичность. Этого и следовало ожидать в силу непрерывности тангенциальных составляющих поля на поверхности раздела двух сред.

Теперь будем считать, что выполняется условие  $\operatorname{Re} r_+ \gg 1$ . В этом случае для вычисления горизонтальных составляющих поля можно применить асимптотические разложения модифицированных функций Бесселя [72, (формулы 8.541.5 и 8.541.6, с. 376)]. После подстановки в (1.64) асимптотических разложений получим для главного члена асимптотического представления поля следующий результат:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x &\sim \frac{i\omega\mu_0}{2\pi\kappa_1^2} J \left[ \int_{-L}^L \frac{1}{\rho_\eta^3} d\eta - \frac{x - \eta}{\rho_\eta^3} \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L} \right] \exp(\kappa_1 z), \\ \mathcal{E}_y &\sim -\frac{i\omega\mu_0}{2\pi\kappa_1^2} J \frac{y}{\rho_\eta^3} \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L} \exp(\kappa_1 z), \\ \operatorname{Re} \frac{\kappa_1}{2} (R + z) &\gg 1. \end{aligned} \quad (1.67)$$

Сравнивая (1.67) с (1.66), видим, что с точностью до экспоненциального малого члена горизонтальные составляющие электрического поля на глубине  $z$  для больших расстояний от источника определяются полем на границе раздела в точке  $\rho_\eta$ , умноженным на функцию ослабления  $\exp(\kappa_1 z)$ .

Перейдем к анализу магнитного поля. Магнитное поле  $\vec{H}^{(1)}(\rho, z)$  ниже границы раздела связано с электрическим вектором-потенциалом следующим образом

$$\vec{H}^{(1)}(\rho, z) = \operatorname{rot} \vec{A}^{(1)}.$$

Так как  $\vec{A}^{(1)} = A_x^{(1)}\vec{e}_x + A_z^{(1)}\vec{e}_z$ , то

$$H_x^{(1)}(\rho, z) = \frac{\partial}{\partial y} A_z^{(1)}, \quad H_y^{(1)}(\rho, z) = \frac{\partial}{\partial z} A_x^{(1)} - \frac{\partial}{\partial x} A_z^{(1)}, \quad H_z^{(1)}(\rho, z) = -\frac{\partial}{\partial y} A_x^{(1)}.$$

Введем обозначение  $\mathcal{H}^{(j)}(\rho, z)$ , относящееся к магнитному полю, возбуждаемому линейной заземленной (заводненной) антенной длиной  $2L$ .

По аналогии с (1.50) можно написать:

$$\vec{\mathcal{H}}^{(j)}(\rho, z) = \int_{-L}^L H^{(j)}(\rho_\eta, z) \Big|_{J\Delta x \rightarrow J} d\eta.$$

Рассмотрим  $H_x^{(1)}(\rho, z)$ . Представим ее в несколько ином виде, опираясь на формулу (1.45):

$$H_x^{(1)}(\rho, z) = \frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} F^{(1)}(\rho, z).$$

Меняем порядок дифференцирования, принимая во внимание, что  $\partial/\partial y = y/\rho \times \partial/\partial \rho$ . В результате имеем:

$$H_x^{(1)}(\rho, z) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{y}{x} A_z(\rho, z) \right).$$

Поэтому, интегрируя в пределах антенны и выполняя преобразования, подобные тем, что сделали при рассмотрении электрического поля, можно получить выражение для  $\mathcal{H}_x^{(1)}(\rho, z) \equiv \mathcal{H}_x$

$$\mathcal{H}_x = - \left( \frac{y}{x - \eta} A_z(\rho_\eta, z) \right) \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L},$$

при этом  $A_z(\rho_\eta, z) = A_z(\rho, z)$  с заменой  $x \rightarrow x_\eta$ ,  $\rho \rightarrow \rho_\eta$ , а  $A_z(\rho, z)$  определяется формулой (1.55).

Представим два предельных выражения для  $\mathcal{H}_x$  на границе  $z = 0$

$$\mathcal{H}_x|_{z=0} = \frac{J}{2\pi} \frac{y}{\rho_\eta^2} I_1 \left( \frac{\varkappa_1 \rho_\eta}{2} \right) K_1 \left( \frac{\varkappa_1 \rho_\eta}{2} \right) \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L} \quad (1.68)$$

и асимптотическое значение при удалении от источника

$$\mathcal{H}_x \sim \frac{J}{2\pi} \times \frac{y}{\varkappa_1 \rho_\eta^3} \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L} \exp(\varkappa_1 z), \quad \text{Re } \varkappa_1/2(R+z) \gg 1. \quad (1.69)$$

Видим, что (1.69) - это произведение асимптотического разложения поля на границе (1.68) и экспоненциальной функции.

Подобные вышеописанным расчеты можно сделать для  $\mathcal{H}_y \equiv \mathcal{H}_y^{(1)}(\rho, z)$  и  $\mathcal{H}_z \equiv \mathcal{H}_z^{(1)}(\rho, z)$  и получить, что на поверхности раздела

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_y|_{z=0} &= \frac{J}{4\pi} \left[ \frac{\varkappa_1^2}{4} \int_{-L}^L \left( I_0 \left( \rho_\eta \frac{\varkappa_1}{2} \right) K_0 \left( \rho_\eta \frac{\varkappa_1}{2} \right) - I_2 \left( \rho_\eta \frac{\varkappa_1}{2} \right) K_2 \left( \rho_\eta \frac{\varkappa_1}{2} \right) \right) d\eta - \right. \\ &\quad \left. - 2 \frac{(x - \eta)}{\rho_\eta} I_1 \left( \rho_\eta \frac{\varkappa_1}{2} \right) K_1 \left( \rho_\eta \frac{\varkappa_1}{2} \right) \right]_{\eta=-L}^{\eta=L}, \\ \mathcal{H}_z|_{z=0} &= \frac{J}{2\pi} \frac{y}{\varkappa_1^2} \int_{-L}^L \frac{1}{\rho_\eta^5} \left[ 3 - \left( 3 + 3\varkappa_1 \rho_\eta + \varkappa_1^2 \rho_\eta^2 \right) \exp(-\varkappa_1 \rho_\eta) \right] d\eta, \end{aligned}$$

и, соответственно, для расстояний, превышающих величину скин-слоя для нижней среды

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_y &\sim \frac{J}{2\pi\varkappa_1} \left[ \int_{-L}^L \frac{d\eta}{\rho_\eta^3} - \frac{x - \eta}{\rho_\eta^3} \right]_{\eta=-L}^{\eta=L} \exp(\varkappa_1 z), \\ \mathcal{H}_z &\sim \frac{J}{2\pi} \frac{y}{\varkappa_1^2} \int_{-L}^L \frac{3}{\rho_\eta^5} d\eta \exp(\varkappa_1 z), \quad \operatorname{Re} \frac{\varkappa_1}{2} (R + z) \gg 1. \end{aligned}$$

Выполнив интегрирование по  $\eta$  в выражениях, входящих в эти формулы, придем к следующему результату

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_y &\sim \frac{J}{2\pi\varkappa_1} \left[ (\eta - x) \left( \frac{1}{y^2 \rho_\eta} + \frac{1}{\rho_\eta^3} \right) \right]_{\eta=-L}^{\eta=L} \exp(\varkappa_1 z), \\ \mathcal{H}_z &\sim \frac{J}{2\pi\varkappa_1^2 y} \left[ (\eta - x) \left( \frac{2}{y^2 \rho_\eta} + \frac{1}{\rho_\eta^3} \right) \right]_{\eta=-L}^{\eta=L} \exp(\varkappa_1 z). \end{aligned}$$

### 1.3.1 Заключение

Представлены результаты расчета потенциала и электромагнитных полей, возбуждаемых в двухслойной среде линейной горизонтальной или находящейся на поверхности воды с заводненными электродами антенной. Для потенциала и полей в области ниже поверхности раздела сред в рамках квазистационарного приближения общие формулы представлены через хорошо изученные специальные функции (модифицированные функции Бесселя). Рассмотрение предельных областей (границы раздела сред и удаленных на несколько скин-слоев от источника) показывает, что потенциал, магнитное поле и горизонтальные составляющие электрического поля могут быть представлены в удаленных областях в виде произведения поля в соответствующей точке на границе раздела и экспоненциальной функции.

### 1.4 Низкочастотное приближение в задаче возбуждения электромагнитного поля горизонтальным диполем на границе раздела двух сред.

В предыдущих разделах было представлено в рамках квазистационарного приближения ( $k_0 = 0$ ) решение задачи в виде модифицированных функций Бесселя. Ниже выполним обобщение на случай  $k_0 \neq 0$ . В отличие от имеющегося в литературе представления поля в виде разложения по параметру  $(k_0^2 - k_1^2)/(k_0^2 + k_1^2)$  [26] будем использовать при построении аналитического решения малость параметра  $|(k_0^2)/(k_1^2)|$  в сверхнизкочастотном (300–30 Гц), крайне низкочастотном (30–3 Гц) и более низкочастотном диапазонах.

Из (1.7) следует, что

$$\frac{k_0^2}{k_1^2} = \frac{1}{\varepsilon_1/\varepsilon_0 + i\sigma_1/(\omega\varepsilon_0)}.$$

Подставляя значение  $\varepsilon_0$  и выражение циклической частоты  $\omega = 2\pi f$ , где  $f$  - частота, имеем

$$\frac{k_0^2}{k_1^2} = \frac{1}{\varepsilon_1/\varepsilon_0 + 1.8 \cdot 10^{10} \cdot i\sigma_1/f}.$$

Рассмотрим значения величин, входящих в формулу, для некоторых сред. Так для морской воды относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_1/\varepsilon_0 = 80$ , а проводимость  $\sigma = 1 \text{ S/m}$ , для сухой почвы -  $\varepsilon_1/\varepsilon_0 = 10$ , а  $\sigma = 10^{-3} \text{ S/m}$ , для мерзлотной почвы  $\varepsilon_1/\varepsilon_0 = 5$ , а  $\sigma = 10^{-4} \text{ S/m}$ .

В ряде работ [17; 74] отмечена очень низкая проводимость  $\sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ S/m}$  Мурманского блока на Кольском полуострове. Используя минимальное значение проводимости  $\sigma = 10^{-5} \text{ S/m}$ , видим, что вплоть до частоты 100 КHz величина  $1,8 \cdot 10^{10} \cdot \sigma_1/f$  будет значительно больше единицы. Поэтому в низкочастотном диапазоне  $|k_0^2/k_1^2| \ll 1$ , и можно также в выражении для волнового числа  $k_1$  пренебречь вкладом относительной диэлектрической проницаемости на фоне слабого, содержащего проводимость.

Рассмотрим поле на границе раздела двух сред. Это позволит нам упростить задачу, получить достаточно простые выражения для электромагнитных полей, а также оценить границы применимости квазистационарного приближения. Начнем с магнитного поля.

Учтем, что  $H_x^{(1)}(\rho, z) = \partial/\partial y A_z^{(1)}$ , учитывая соотношение (1.45), имеем

$$H_x^{(1)}(\rho, z) = \frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} F^{(1)}(\rho, z).$$

Подстановка выражения (1.49) позволяет представить выражение для  $H_x(\rho, 0) \equiv H_x^{(1)}(\rho, z)|_{z \rightarrow 0}$  - компоненты магнитного поля на границе раздела в следующем виде

$$H_x(\rho, 0) = \frac{J\Delta x}{2\pi} \left(1 - \frac{k_0^2}{k_1^2}\right) \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \times \int_0^\infty \frac{\exp(\nu_1 z)}{(\nu_1 + \nu_0)(\nu_0 + k_0^2/k_1^2 \cdot \nu_1)} J_0(\lambda\rho) \lambda d\lambda, \quad z \rightarrow -0. \quad (1.70)$$

Здесь знак  $-$  указывает, что подходим к границе снизу. Учитывая, что

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{y}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho},$$

выполним дифференцирование по  $y$  в формуле (1.70). В результате получим

$$H_x(\rho, 0) = -\frac{J\Delta x}{2\pi \varkappa_1} \frac{\partial}{\partial x} \frac{y}{\rho^3} F_x, \quad (1.71)$$

где обозначили

$$F_x = \rho^2 \varkappa_1 \left(1 - \frac{\varkappa_0^2}{\varkappa_1^2}\right) \int_0^\infty \frac{\exp(\nu_1 z)}{(\nu_1 + \nu_0)(\nu_0 + \varkappa_0^2/\varkappa_1^2 \cdot \nu_1)} J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda, \quad z \rightarrow -0.$$

Здесь  $J_1(\lambda\rho)$  - функция Бесселя с индексом равным единице. Если ввести безразмерные величины  $r_1 = \rho\kappa_1$ ,  $r_0 = \rho\kappa_0$ ,  $s = \lambda\rho$  и  $\tau_j = \sqrt{s^2 + r_j^2}$ ,  $j = 0, 1$ , то в этих обозначениях  $F_x$  можно записать следующим образом

$$F_x = r_1 \left(1 - \frac{r_0^2}{r_1^2}\right) \int_0^\infty \frac{1}{(\tau_1 + \tau_0)(\tau_0 + r_0^2/r_1^2 \cdot \tau_1)} J_1(s) s^2 ds. \quad (1.72)$$

Пренебрегая членами, содержащими  $r_0^2/r_1^2 = k_0^2/k_1^2$ , получим приближенную формулу для  $F_x$ , связанной с  $H_x$  компонентой магнитного поля

$$\tilde{F}_x = F_x \Big|_{|k_0^2/k_1^2| \ll 1} = r_1 \int_0^\infty \frac{J_1(s) s^2}{(\tau_1 + \tau_0) \tau_0} ds.$$

В отличие от функции  $F_x$  для  $\tilde{F}_x$  несложно найти асимптотическое представление, выполнив интегрирование по  $s$ .

Воспользуемся несколько иным представлением для  $\tilde{F}_x$ , вытекающим из формул (1.70) и (1.71)

$$\tilde{F}_x = -\kappa_1 \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda\rho) \lambda}{(\nu_1 + \nu_0) \nu_0} d\lambda. \quad (1.73)$$

Введем обозначение  $\alpha = (\nu_1 - \nu_0)/(\nu_1 + \nu_0)$  и выразим  $\nu_1$  и  $\nu_0$  через  $\alpha$ . Тогда получим

$$\frac{\nu_1}{\sqrt{\kappa_1^2 - \kappa_0^2}} = \frac{1}{2} \left( \alpha^{-1/2} + \alpha^{1/2} \right), \quad \frac{\nu_0}{\sqrt{\kappa_1^2 - \kappa_0^2}} = \frac{1}{2} \left( \alpha^{1/2} - \alpha^{-1/2} \right).$$

Определенный интеграл, содержащийся в (1.73), представим с использованием параметра  $\alpha$ . В результате получаем

$$\tilde{F}_x = -\kappa_1 \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \int_0^\infty \frac{1 + \alpha J_0(\lambda\rho)}{2 \nu_0 \nu_1} \lambda d\lambda.$$

В [26] показано, что

$$\int_0^\infty \alpha^\nu \frac{J_0(\lambda\rho)}{\nu_0 \nu_1} \lambda d\lambda = I_\nu \left( \rho \frac{\kappa_1 - \kappa_0}{2} \right) K_\nu \left( \rho \frac{\kappa_1 + \kappa_0}{2} \right),$$

поэтому, применяя формулу Фока, получаем

$$\tilde{F}_x = -\frac{\kappa_1 \rho^2}{2} \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ I_0 \left( \rho \frac{\kappa_1 - \kappa_0}{2} \right) K_0 \left( \rho \frac{\kappa_1 + \kappa_0}{2} \right) + I_1 \left( \rho \frac{\kappa_1 - \kappa_0}{2} \right) K_1 \left( \rho \frac{\kappa_1 + \kappa_0}{2} \right) \right].$$

После дифференцирования по  $\rho$  приходим к следующему выражению

$$\begin{aligned} \tilde{F}_x &= r_1 I_1 \left( \frac{r_1 - r_0}{2} \right) K_1 \left( \frac{r_1 + r_0}{2} \right) + \\ &+ \frac{r_1 r_0}{2} \left[ I_0 \left( \frac{r_1 - r_0}{2} \right) K_1 \left( \frac{r_1 + r_0}{2} \right) + I_1 \left( \frac{r_1 - r_0}{2} \right) K_0 \left( \frac{r_1 + r_0}{2} \right) \right], \end{aligned} \quad (1.74)$$

Для квазистационарного приближения  $r_0 = 0$  и, соответственно,

$$\tilde{F}_x \Big|_{r_0=0} = r_1 I_1 \left( \frac{r_1}{2} \right) K_1 \left( \frac{r_1}{2} \right).$$

Если  $|r_1 \pm r_0|/2 \gg 1$ , то для (1.74) имеет место асимптотическое представление

$$\tilde{F}_x \sim (1 + r_0) \exp(-r_0), \quad |r_1 \pm r_0|/2 \gg 1, \quad (1.75)$$

то есть функция, имеющая структуру волны в верхнем полупространстве, не зависящая от проводимости нижнего полупространства, определяемая расстоянием до точки наблюдения и частотой.

Оценим возможность замены функции  $F_x$  на ее приближение  $\tilde{F}_x$  в СНЧ-КНЧ и более низкочастотном диапазоне. С этой целью выполним численные расчеты по формуле (1.72) и сравним их с результатами, определяемыми выражением (1.74). Результаты таких расчетов удобно представить в виде зависимости от параметра  $|r_0|$ . При этом для рассматриваемого диапазона можно представить  $r_1$  в следующем виде

$$r_1 = r_0^{1/2} \sqrt{\frac{\sigma_1 \rho}{c \varepsilon_0}} = r_0^{1/2} \sqrt{120 \pi \sigma_1 \rho}.$$

На рис. 1.3, 1.4 приведены результаты расчета модуля и фазы функций  $F_x$ ,  $\tilde{F}_x$  и  $(1 + r_0) \exp(-r_0)$ . Значение  $\sigma_1 \rho = 6$  См близко к реальной ситуации в эксперименте FENICS-2014 [75] при регистрации поля в обсерватории Ловозеро. Из графиков видно совпадение функций  $F_x$  и  $\tilde{F}_x$  во всем диапазоне изменения  $r_0$ .

Следующий шаг – это анализ  $H_y(\rho, 0)$

$$H_y(\rho, 0) = H_y^{(1)}(\rho, z) \Big|_{z \rightarrow -0} = \frac{\partial}{\partial z} A_x^{(1)} - \frac{\partial}{\partial x} A_z^{(1)} \Big|_{z \rightarrow -0}. \quad (1.76)$$

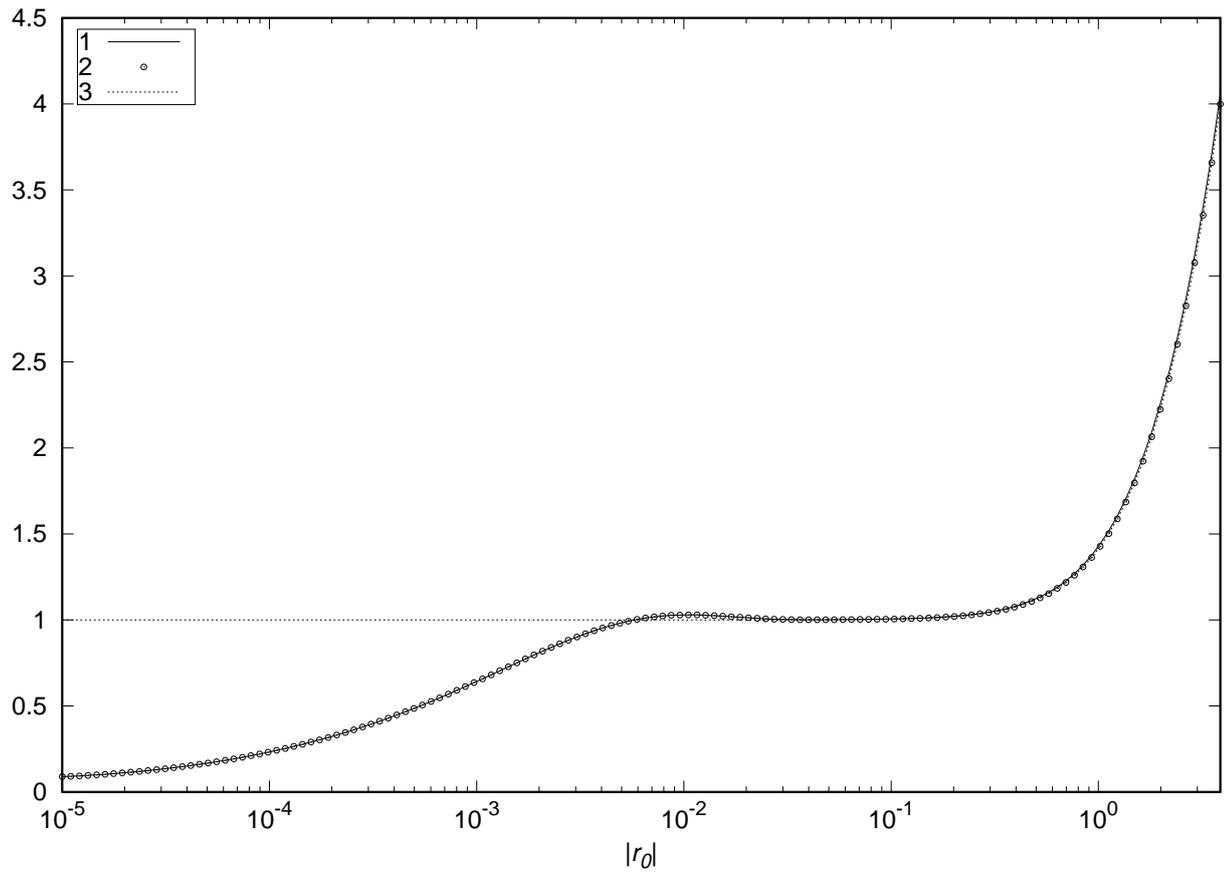


Рисунок 1.3 — Зависимость от безразмерного расстояния  $|r_0|$  функции  $|F_x| - 1$ , аппроксимации  $|\tilde{F}_x| - 2$  и функции  $|(1 + r_0) \exp(-r_0)| - 3$  для горизонтального диполя на границе двух однородных сред.  $\sigma_1 \rho = 6$

Подставляя выражение (1.42) для потенциалов, можно представить (1.76) в виде

$$H_y(\rho, 0) = \frac{J\Delta x}{2\pi\kappa_1} \left[ \frac{1}{\rho^3} F_y + \frac{\partial}{\partial x} \frac{x}{\rho^3} F_x \right], \quad (1.77)$$

где  $F_x$  определена формулой (1.72), а

$$F_y = \frac{r_1}{2} \int_0^{\infty} \frac{\tau_1 - \tau_0}{\tau_1 + \tau_0} J_0(s) s ds.$$

Выполняя интегрирование по  $s$ , получим

$$F_y = \frac{(r_1^2 - r_0^2)r_1}{8} \times \left[ I_0 \left( \frac{r_1 - r_0}{2} \right) K_0 \left( \frac{r_1 + r_0}{2} \right) - I_2 \left( \frac{r_1 - r_0}{2} \right) K_2 \left( \frac{r_1 + r_0}{2} \right) \right]. \quad (1.78)$$

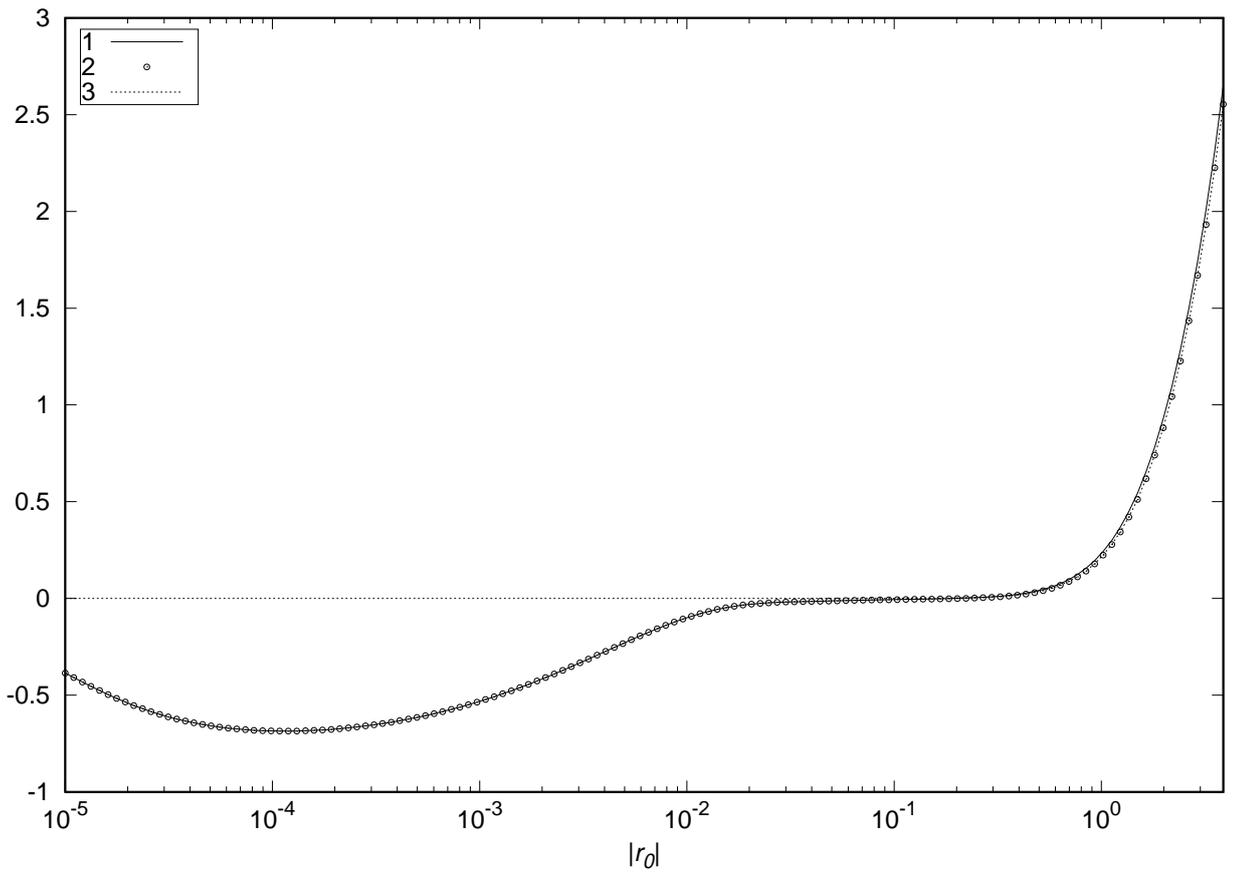


Рисунок 1.4 — Зависимость от безразмерного расстояния  $|r_0|$  функции  $\arg(F_x) - 1$ , аппроксимации  $\arg(\tilde{F}_x) - 2$  и функции  $\arg((1 + r_0) \exp(-r_0)) - 3$  для горизонтального диполя на границе двух однородных сред.

При совместном выполнении ограничений  $|r_0/r_1| \ll 1$  и  $|(r_1 \pm r_0)/2| > 1$  формула (1.78) имеет асимптотическое представление, аналогичное  $\tilde{F}_x$

$$\tilde{F}_y \sim (1 + r_0) \exp(-r_0).$$

Подводя итог, можно сказать, что для однородного полупространства приближенные формулы для поперечных составляющих магнитного поля, полученные в предположении  $|k_0/k_1| < 1$ , достаточно полно описывают поведение поля и дают хорошее количественное согласие с точными формулами. Причиной такого совпадения являются осциллирующие функции Бесселя в подынтегральных выражениях, из-за которых вклад в интеграл областей с большими значениями переменной интегрирования мал.

Вертикальная составляющая магнитного поля связана с потенциалом  $A_x^{(1)}$  следующим соотношением

$$H_z^{(1)}(\rho, z) = -\frac{\partial}{\partial y} A_x^{(1)}.$$

Соответственно, используя формулы (1.45)) и (1.49), можем получить

$$H_z(\rho, 0) \equiv H_z^{(1)}(\rho, z) \Big|_{z \rightarrow -0} = -\frac{J\Delta x}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\nu_0 + \nu_1} \exp(\nu_1 z) J_0(\lambda \rho) d\lambda \Big|_{z \rightarrow -0}.$$

Учтем, что

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\nu_0 + \nu_1} J_0(\lambda \rho) d\lambda = \\ & = \frac{1}{\rho^3(\kappa_1^2 - \kappa_0^2)} [(1 + \kappa_0 \rho) \exp(-\kappa_0 \rho) - (1 + \kappa_1 \rho) \exp(-\kappa_1 \rho)]. \end{aligned}$$

Тогда после дифференцирования по  $y$  выражение для  $H_z(\rho, 0)$  приобретет следующий вид

$$H_z(\rho, 0) = \frac{J\Delta x}{2\pi} \frac{y}{\rho^3} F_z, \quad (1.79)$$

где

$$F_z = \frac{1}{r_1^2 - r_0^2} [(3 + 3r_0 + r_0^2) \exp(-r_0) - (3 + 3r_1 + r_1^2) \exp(-r_1)].$$

Из (1.79) следует, что при  $\rho \rightarrow 0$   $|F_z| = 1/2$ .

Следующий шаг - это вычисление электрического поля. Преобразуем формулы (1.67) для поперечных составляющих электрического поля, используя импеданс плоской монохроматической волны, нормально падающей на границу раздела [69; 76],

$$Z_g = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} / \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} + i \frac{\sigma_1}{\omega \varepsilon_0}}. \quad (1.80)$$

Ранее уже обсуждали, что в низкочастотном диапазоне можно пренебречь вкладом относительной диэлектрической проницаемости на фоне слагаемого с проводимостью.

$$Z_g \simeq \sqrt{-i\omega\mu_0/\sigma_1}. \quad (1.81)$$

Представим выражение для  $x$  компоненты электрического поля в виде, подобном (1.77) для  $H_y(\rho, 0)$ .

$$E_x(\rho, 0) = -\frac{J\Delta x}{2\pi\kappa_1} Z_g \left[ \frac{1}{\rho^3} \Phi_x + \frac{\partial}{\partial x} \frac{x}{\rho^3} \Phi_y \right]. \quad (1.82)$$

В соответствии с (1.62), учитывая, что  $i\omega\mu_0/Z_g = -\kappa_1$ , получаем следующую связь между функциями  $\Pi^{(1)}(\rho, z)$ ,  $P^{(1)}(\rho, z)$  и  $\Phi_x$ ,  $\Phi_y$ .

$$\Phi_x = \frac{\rho^3 \kappa_1^2}{2} \Pi^{(1)}(\rho, z) \Big|_{z \rightarrow -0}, \quad (1.83)$$

$$\Phi_y = -\frac{\rho^3}{2x} \frac{\partial}{\partial x} P^{(1)}(\rho, z) \Big|_{z \rightarrow -0}. \quad (1.84)$$

Используя выражение (1.49) для  $\Pi^{(1)}(\rho, z)$ , получаем из (1.83)

$$\Phi_x = \rho^3 \kappa_1^2 \int_0^\infty \frac{\lambda}{\nu_0 + \nu_1} J_0(\lambda\rho) d\lambda.$$

Подобный интеграл уже вычисляли при рассмотрении вертикальной составляющей магнитного поля, в силу чего можно написать

$$\Phi_x = \frac{\kappa_1^2}{\kappa_1^2 - \kappa_0^2} [(1 + \kappa_0\rho) \exp(-\kappa_0\rho) - (1 + \kappa_1\rho) \exp(-\kappa_1\rho)]. \quad (1.85)$$

Введем обозначение  $\tilde{\Phi}_x = \Phi_x|_{|k_0^2/k_1^2| \ll 1}$ , тогда для  $\tilde{\Phi}_x$  будем иметь

$$\tilde{\Phi}_x = (1 + r_0) \exp(-r_0). \quad (1.86)$$

Аналогичные преобразования выполним и для определения  $\tilde{\Phi}_y = \Phi_y|_{|k_0^2/k_1^2| \ll 1}$ . Используя формулы (1.64) для  $P^{(1)}(\rho, z)$  и (1.84) для  $\Phi_y$ , получаем

$$\tilde{\Phi}_y = -\frac{\rho^3}{x} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{\lambda}{\nu_0} J_0(\lambda\rho) d\lambda.$$

Учтем, что интеграл по  $\lambda$  равен  $\exp(-\kappa_0\rho)/\rho$ , тогда после дифференцирования по  $x$  приходим к результату

$$\tilde{\Phi}_y = (1 + r_0) \exp(-r_0). \quad (1.87)$$

Следовательно, в низкочастотном приближении (1.82) можем записать в виде

$$E_x(\rho, 0) = -\frac{J\Delta x}{2\pi\kappa_1} Z_g \left[ \frac{1}{\rho^3} \tilde{\Phi}_x + \frac{\partial}{\partial x} \frac{x}{\rho^3} \tilde{\Phi}_y \right], \quad (1.88)$$

где  $\tilde{\Phi}_x$  и  $\tilde{\Phi}_y$  определены формулами (1.86) и (1.87).

Перейдем к следующей составляющей электрического поля

$$E_y(\rho, 0) = E_y^{(1)}(\rho, 0) \Big|_{z \rightarrow -0}.$$

Из (1.62) получаем

$$E_y(\rho, 0) = \frac{Z_g}{2\pi\kappa_1} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} P^{(1)}(\rho, z) \Big|_{z \rightarrow -0}.$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{x}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{y}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho},$$

находим

$$E_y(\rho, 0) = -\frac{1}{2\pi\kappa_1} Z_g \frac{\partial}{\partial x} \frac{y}{\rho^3} \Phi_y. \quad (1.89)$$

Поэтому в приближении  $|k_0^2/k_1^2| \ll 1$  имеет место соотношение

$$E_y(\rho, 0) = -\frac{1}{2\pi\kappa_1} Z_g \frac{\partial}{\partial x} \frac{y}{\rho^3} \tilde{\Phi}_y. \quad (1.90)$$

На рис. 1.5 приведем результат сравнения модуля и фазы  $\Phi_y$  и  $\tilde{\Phi}_y$ , рассчитанных в соответствии с формулами (1.84) и (1.87). Графики показывают хорошие совпадения функций  $\Phi_y$  и  $\tilde{\Phi}_y$ . В то же время наблюдается их значительное отличие от единицы (квазистационарного приближения) по мере  $|r_0| \rightarrow 1$ .

Формулы (1.71), (1.77), (1.82) и (1.90) позволяют найти поверхностный импеданс на границе раздела  $z = 0$ . При этом в силу непрерывности тангенциальных составляющих поверхностный импеданс является непрерывной функцией. Поэтому неважно при его вычислении с какой стороны мы подходим к границе раздела. Итак, имеем для составляющих импеданса

$$Z_{xy} = \frac{E_x(\rho, 0)}{H_y(\rho, 0)}, \quad Z_{yx} = \frac{E_y(\rho, 0)}{H_x(\rho, 0)}.$$

Если выполняется условие  $|r_1 \pm r_0| \gg 1$ , то из выражения для поля следует

$$Z_{xy} = -Z_{yx} = Z_g,$$

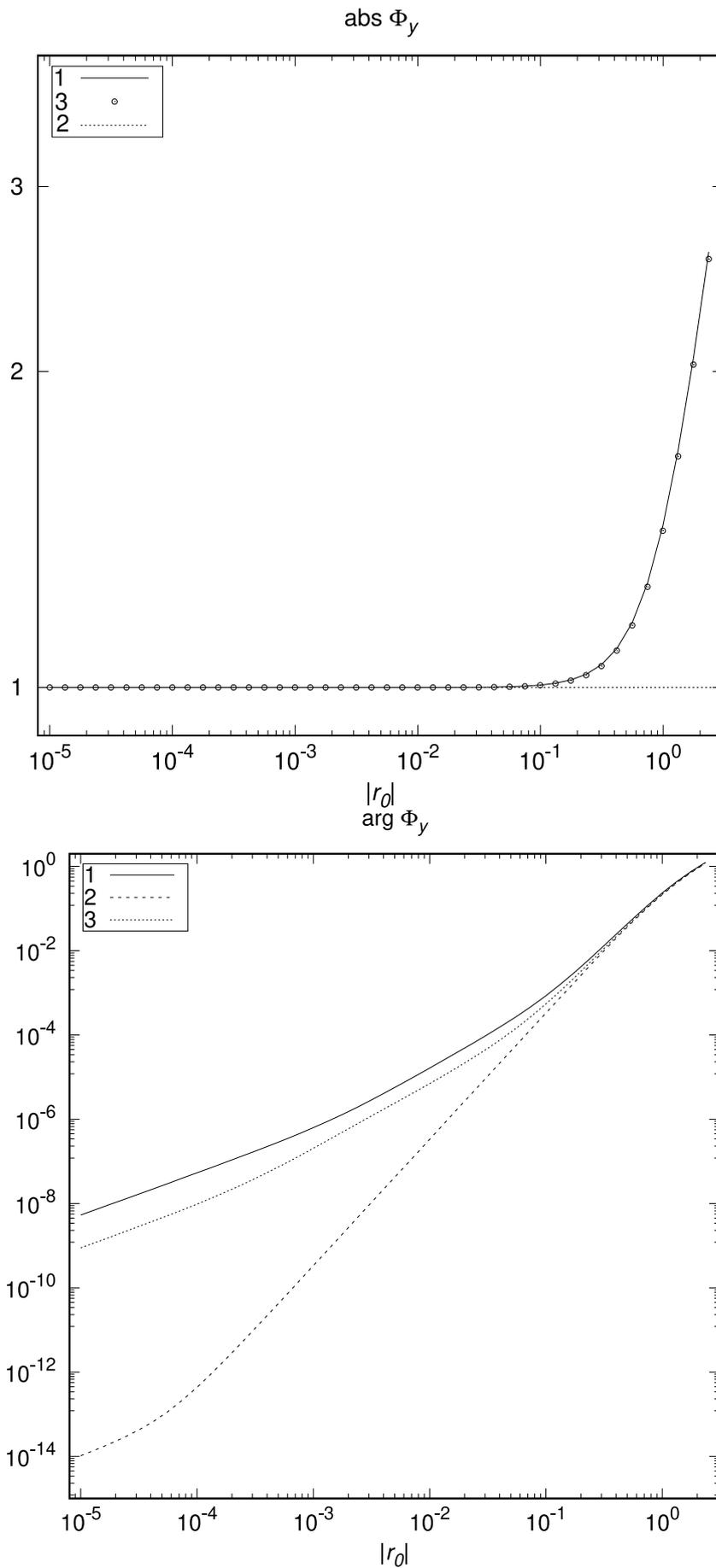


Рисунок 1.5 — Модуль и аргумент  $\Phi_y(\rho, 0)$ , рассчитанные по формуле (1.84) – 1, в квазистационарном приближении – 2 и  $\tilde{\Phi}_y(\rho, 0)$  – 3.

то есть поверхностный импеданс будет равен импедансу плоской волны. Это свойство широко используется в геофизических исследованиях литосферы Земли.

Оценим границы применимости квазистационарного приближения. Выше уже обсуждали соответствие квазистационарного приближения для электрического поля, поэтому уделим внимание магнитной составляющей. Приведем дополнительный к рис. 1.3 - 1.4 результат, относящийся еще к одному значению  $\sigma_1 \rho = 30$ , рис. 1.6, показывающий его влияние на сравнение результатов расчета  $F_x$  по формуле (1.72) в квазистационарном приближении и функции  $\tilde{F}_x$ . На рис. 1.3 - 1.4 и рис. 1.6 наблюдается сложная зависимость  $F_x$  от  $|r_0|$  – идет рост функции, затем она выходит на плато, после которого опять начинается рост. Расчеты показывают хорошее соответствие между функцией  $F_x$  и ее приближением  $\tilde{F}_x$  в большом диапазоне изменения  $|r_0|$ . При этом в квазистационарном приближении имеется только выход на плато со значением функции равным единице. Область, начиная с плато, это потенциальная область, где в рамках квазистационарного приближения поверхностный импеданс поля близок к импедансу плоской волны.

Как видим из рис. 1.3, рис. 1.6, по мере уменьшения  $\sigma_1$  при фиксированном  $\rho$  длина плато сокращается и выход на него происходит при бóльших значениях  $|r_0|$ , что увеличивает погрешность использования квазистационарного приближения. То есть низкая проводимость среды ограничивает снизу область частот, где применимо квазистационарное приближение. Ограничение частоты сверху происходит из-за параметра  $|r_0|$ , который по мере приближения к единице дает для  $F_x$  результат, существенно отличающийся от квазистационарного приближения. Поэтому квазистационарное приближение применимо к описанию поля до значений  $|r_0|$  значительно меньших единицы. Его точность в этой области имеет порядок  $r_0^2/2$ . Более эффективной является аппроксимация функциями  $\tilde{F}_x$  и  $\tilde{\Phi}_y$  справедливая до значений  $|r_0| < 120\pi\sigma_1\rho$ . Расчеты по этим функциям показывают, что для описания поверхностного импеданса импедансом плоской волны необходимо еще ограничение снизу  $|r_0| > 1/(120\pi\sigma_1\rho)$ .

В то же время, опираясь на функции  $\tilde{F}_x$  и  $\tilde{\Phi}_y$ , можно утверждать, что в отличии от полей поверхностный импеданс совпадает с импедансом плоской волны в более широком, чем ограниченным квазистационарным приближением, интервале изменения параметра  $|r_0|$ . При  $|r_1 - r_0| \gg 1$  выполнится тождество  $\tilde{F}_x = \tilde{\Phi}_y$  и равенство импедансов будет справедливо до  $r_0$ , ограниченных условием  $|r_1/r_0| \ll 1$  или  $|r_0| \ll 120\pi\sigma_1\rho$ .

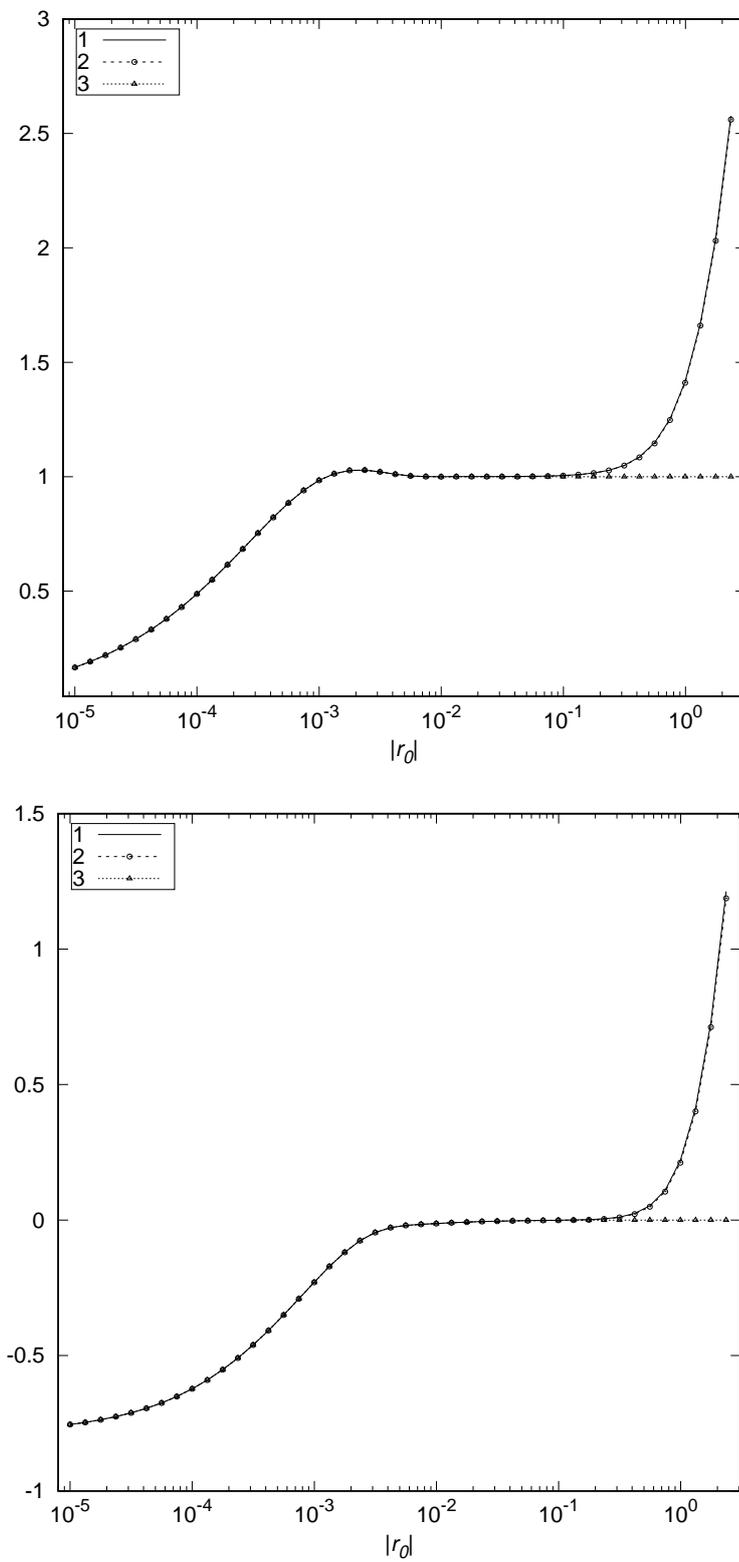


Рисунок 1.6 — Модуль и аргумент  $F_x(\rho, 0)$ , полученные по формуле (1.73) – 1, функция  $\tilde{F}_H(\rho, 0)$  – 2, квазистационарное приближении – 3 при  $\sigma_1 \rho = 30$ .

## 1.5 Влияние слоистости среды в нижнем полупространстве на возбужденное магнитное поле

Будем считать, что нижнее полупространство  $z \leq 0$  состоит из плоских областей с различной проводимостью, расположенных друг над другом. Получим аналитическое решение задачи возбуждения магнитного поля горизонтальным диполем, расположенным на границе раздела между вакуумом и проводящей двухслойной средой, опираясь на малость длины волны в проводящей среде по сравнению с вакуумом. Иначе, построим аналитическое решение, используя малость параметра  $|k_0/k_j|$ , где  $k_j$  - волновое число в  $j$  слое. Как упоминали ранее, такое предположение является вполне естественным в свете реальной проводимости литосферы для частот  $f < 10^5$  Гц.

Система уравнений для потенциалов для рассматриваемой задачи подобна (1.8).

$$\nabla^2 \vec{A}^{(j)} + k_j^2 \vec{A}^{(j)} = -\vec{J}^{(j)}, \quad j = 0, 1, 2, \quad (1.91)$$

$$\vec{A}^{(j)} = (A_x^{(j)}, 0, A_z^{(j)}).$$

Если обозначить толщину первого слоя ( $j = 1$ ), примыкающего к вакууму  $d$ , то граничные условия приобретут следующий вид

$$\begin{aligned} \vec{A}^{(j)} \Big|_{z=z_j} &= \vec{A}^{(j+1)} \Big|_{z=z_j} \frac{\partial A_x^{(j)}}{\partial z} \Big|_{z=z_j} = \frac{\partial A_x^{(j+1)}}{\partial z} \Big|_{z=z_j}, \\ \frac{1}{k_0^2} \operatorname{div} \vec{A}^{(j)} \Big|_{z=z_j} &= \frac{1}{k_0^2} \operatorname{div} \vec{A}^{(j+1)}, \quad j = 0, 1, \quad z_0 = 0, \quad z_1 = -d. \end{aligned} \quad (1.92)$$

Поэтому, если выполнить преобразования, подобные проведенным в разделе 1.2, то для потенциалов можно получить следующие выражения

$$\begin{aligned} A_x^{(0)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \left[ \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 \right] \exp(-\nu_0 z) J_0(\lambda \rho) d\lambda, \\ A_x^{(1)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \left[ \alpha_1 \exp(-\nu_1 z) + \left( \frac{\lambda}{\nu_1} + \beta_1 \right) \exp(\nu_1 z) \right] J_0(\lambda \rho) d\lambda, \\ A_x^{(2)} &= \frac{J\Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \beta_2 \exp(\nu_2 z) J_0(\lambda \rho) d\lambda, \end{aligned} \quad (1.93)$$

$$A_z^{(0)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \cos \varphi \int_0^\infty \eta_0 \exp(-\nu_0 z) J_1(\lambda \rho) d\lambda,$$

$$A_z^{(1)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \cos \varphi \int_0^\infty [\eta_1 \exp(-\nu_1 z) + \gamma_1 \exp(\nu_1 z)] J_1(\lambda \rho) d\lambda,$$

$$A_z^{(2)} = \frac{J\Delta x}{4\pi} \cos \varphi \int_0^\infty \gamma_2 \exp(\nu_2 z) J_1(\lambda \rho) d\lambda.$$

Коэффициенты  $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \beta_2, \eta_0, \eta_1, \gamma_1$  и  $\gamma_2$  определяются из решения двух систем уравнений, получающихся из граничных условий

$$\alpha_0 - \alpha_1 - \beta_1 = \lambda \left( \frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_0} \right),$$

$$\alpha_1 \exp(\nu_1 d) + \beta_1 \exp(-\nu_1 d) - \beta_2 \exp(-\nu_2 d) = -\frac{\lambda}{\nu_1} \exp(-\nu_1 d),$$

$$\alpha_0 \nu_0 - \alpha_1 \nu_1 + \beta_1 \nu_1 = 0,$$

$$\alpha_1 \nu_1 \exp(\nu_1 d) - \beta_1 \nu_1 \exp(-\nu_1 d) + \beta_2 \nu_2 \exp(-\nu_2 d) = \lambda \exp(-\nu_1 d), \quad (1.94)$$

$$\eta_0 - \eta_1 - \gamma_1 = 0,$$

$$\eta_1 \exp(\nu_1 d) + \gamma_1 \exp(-\nu_1 d) - \gamma_2 \exp(-\nu_2 d) = 0,$$

$$\eta_0 k_1^2 \nu_0 - \eta_1 k_0^2 \nu_1 + \gamma_1 k_0^2 \nu_1 = \left( \nu_1^2 - \nu_0^2 \right) \lambda \left( \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 \right),$$

$$\eta_1 k_2^2 \nu_1 \exp(\nu_1 d) - \gamma_2 k_2^2 \nu_1 \exp(-\nu_1 d) + \gamma_2 k_1^2 \nu_2 \exp(-\nu_2 d) =$$

$$= \left( \nu_2^2 - \nu_1^2 \right) \lambda \exp(-\nu_2 d) \beta_2. \quad (1.95)$$

В геофизических исследованиях обычно в процессе измерений приемник располагается по поверхности Земли и, соответственно, поля регистрируются на границе  $z \rightarrow +0$ . Для электрического вектора-потенциала  $\vec{A}$ , относящегося к области над Землей ( $z \geq 0$ ), можно написать следующее представление

$$\vec{A} = A_x \vec{e}_x + A_z \vec{e}_z, \quad (1.96)$$

$$A_x = \frac{J\Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \left( \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 \right) \exp(-\nu_0 z) J_0(\lambda \rho) d\lambda,$$

$$A_z = -\frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \eta_0 \exp(-\nu_0 z) \frac{1}{\lambda} J_0(\lambda \rho) d\lambda.$$

Коэффициенты  $\alpha_0$  и  $\eta_0$  находятся из системы уравнений (1.94) - (1.95). Для трехслойной среды

$$\alpha_0 = -\frac{\lambda}{\nu_0} \frac{D(-\nu_0)}{D(\nu_0)}. \quad (1.97)$$

Здесь

$$D(\nu_0) = (\nu_0 + \nu_1)(\nu_1 + \nu_2) + (\nu_0 - \nu_1)(\nu_1 - \nu_2) \exp(-2\nu_1 d),$$

$$D(-\nu_0) = D(\nu_0) \Big|_{\nu_0 \rightarrow -\nu_0}.$$

Выражение для  $\eta_0$  имеет более сложную структуру и может быть представлено для трехслойной среды в следующем виде

$$\eta_0 = D_\eta \left( \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 \right) + \frac{8\lambda^2 k_0^2 \nu_1^2}{D(\nu_0) D_z} (k_1^2 - k_2^2) \exp(-2\nu_1 d), \quad (1.98)$$

где

$$D_\eta = \frac{\lambda}{D_z} (k_0^2 - k_1^2) \left[ (k_1^2 \nu_2 + k_2^2 \nu_1) - (k_1^2 \nu_2 - k_2^2 \nu_1) \exp(-2\nu_1 d) \right],$$

$$D_z = (k_0^2 \nu_1 + k_1^2 \nu_0)(k_1^2 \nu_2 + k_2^2 \nu_1) + (k_0^2 \nu_1 - k_1^2 \nu_0)(k_1^2 \nu_2 - k_2^2 \nu_1) \exp(-2\nu_1 d).$$

Из формулы (1.98) следуют предельные соотношения. Для однородной Земли  $d \rightarrow \infty$  или  $k_1 = k_2$

$$\eta_0 = \frac{2(\varkappa_0^2 - \varkappa_1^2)\lambda^2}{(\nu_0 + \nu_1)(\varkappa_0^2 \nu_1 + \varkappa_1^2 \nu_0)} \quad (1.99)$$

и приближение, справедливое для малых значений  $|k_0^2/k_j^2| \ll 1, j = 1, 2$

$$\eta_0 = -\frac{\lambda}{\nu_0} \left( \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 \right). \quad (1.100)$$

Подстановка (1.100) в (1.96) показывает, что такое приближение эквивалентно выполнению в области  $z \geq 0$  условия  $\text{div } \vec{A} = 0$ .

Магнитное поле  $\vec{H}(\rho, z)$  связано с вектором-потенциалом следующей формулой:  $\vec{H} = \text{rot } \vec{A}$ . Отсюда получаем

$$H_x(\rho, z) = \frac{\partial}{\partial y} A_z, \quad H_y(\rho, z) = \frac{\partial}{\partial z} A_x - \frac{\partial}{\partial x} A_z, \quad H_z = -\frac{\partial}{\partial y} A_x. \quad (1.101)$$

Используя приближение  $|k_0^2/k_j^2| \ll 1, j = 1, 2$ , для низкочастотного диапазона из (1.101) с учетом (1.100) получим

$$H_x(\rho, 0) = -\frac{J\Delta x}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \frac{[\nu_1 + \nu_2 + (\nu_1 - \nu_2) \exp(-2\nu_1 d)] \exp(-2\nu_0 z)}{\nu_0 [(\nu_0 + \nu_1)(\nu_1 + \nu_2) + (\nu_0 - \nu_1)(\nu_1 - \nu_2) \exp(-2\nu_1 d)]} J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda, z \rightarrow +0.$$

Выполняя дифференцирование по  $y$ , находим

$$H_x(\rho, 0) = -\frac{J\Delta x}{2\pi\kappa_{ef}} \frac{\partial}{\partial x} \frac{y}{\rho^3} (\tilde{F}_x)_{ef}, \quad (1.102)$$

где

$$(\tilde{F}_x)_{ef} = \rho\kappa_{ef} \times \\ \times \int_0^{\infty} \frac{[\tau_1 + \tau_2 + (\tau_1 - \tau_2) \exp(-2\tau_1 d/\rho)]}{\tau_0 [(\tau_0 + \tau_1)(\tau_1 + \tau_2) + (\tau_0 - \tau_1)(\tau_1 - \tau_2) \exp(-2\tau_1 d/\rho)]} J_1(s) s^2 ds.$$

Для аналогии с (1.71) ввели коэффициент  $\kappa_{ef}$ . Выберем его так, а соответственно проводимость, чтобы  $\tilde{F}_{ef}$  как при  $d \rightarrow \infty$ ,  $|r_1/2| > 1$ , так и при  $d \rightarrow 0$ ,  $|r_2/2| > 1$  совпадало с асимптотическим значением  $\tilde{F}_x$ , определяемом формулой (1.75). Если взять значение  $\sigma_{ef}$ , следующее из выражения для импеданса плоской волны для двухслойной среды [69]

$$\sqrt{\sigma_{ef}} = \sqrt{\sigma_1} \frac{1 + R \exp(-2\kappa_1 d)}{1 - R \exp(-2\kappa_1 d)}, \quad R = \frac{\sqrt{\sigma_2} - \sqrt{\sigma_1}}{\sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_1}},$$

то с учетом того, что  $\kappa_{ef} = (1 - i)/\sqrt{2} \cdot \sqrt{\omega\mu_0\sigma_{ef}}$ , несложно показать справедливость высказанного требования.

Рассмотрим поведение функции  $(\tilde{F}_x)_{ef}$  в случае конечной, не равной нулю, толщины первого слоя. На рис. 1.7 представлены результаты расчета модуля и фазы функции  $(\tilde{F}_x)_{ef}$  для двухслойной модели Земли с проводимостью  $\sigma_1 = 10^{-4}$  См/м,  $\sigma_2 = 10^{-5}$  См/м и толщиной первого слоя  $d = 12 \cdot 10^3$  м. Для сравнения на этих графиках показаны значения функции  $(1 + r_0) \exp(-r_0)$ . Видим, что при  $|r_0| > 8 \cdot 10^{-2}$ , функция  $(\tilde{F}_x)_{ef}$  хорошо аппроксимируется этим выражением.

Преобразуем (1.102) следующим образом

$$H_x(\rho, 0) = -\frac{J\Delta x}{2\pi} \frac{\kappa_1}{\kappa_{ef}} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{y}{\rho^3} \frac{(\tilde{F}_x)_{ef}}{\tilde{F}_x} \frac{\tilde{F}_x}{\kappa_1} \right).$$

При равенстве функций  $(\tilde{F}_x)_{ef}$  и  $\tilde{F}_x$  получаем

$$H_x(\rho, 0) = \frac{Z_g}{Z_1} H_x(\rho, 0) \Big|_{\sigma_1=\sigma_2}, \quad \frac{Z_g}{Z_1} = \frac{1 - R \exp(-2\kappa_1 d)}{1 + R \exp(-2\kappa_1 d)}, \quad (1.103)$$

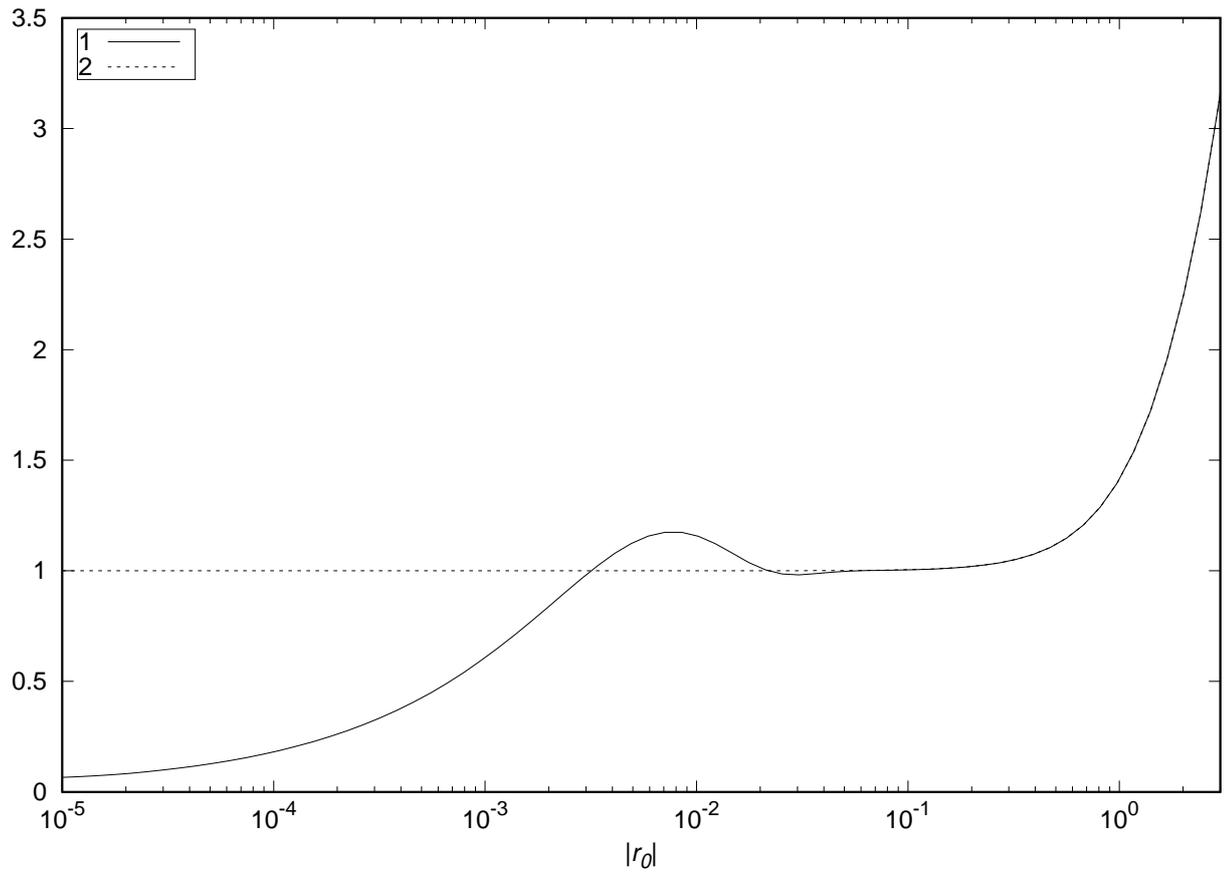


Рисунок 1.7 — Сравнение функций  $|(\tilde{F}_x)_{ef}| - 1$  и  $|(1 + r_0) \exp(-r_0)| - 2$  при двухслойной среде под диполем.

то есть произведение отношения импедансов двухслойного и однородного полупространства и поля, возбуждаемого диполем, расположенным на границах двух сред.

Для компоненты  $H_y(\rho, 0)$  вычисления подобны сделанным для для  $H_x(\rho, 0)$ . Так как второе слагаемое в (1.101) сводится к составляющей поля  $H_x(\rho, 0)$ , то рассмотрим  $\partial/\partial z A_x$ . Для двухслойной среды представим в виде

$$\left. \frac{\partial}{\partial z} A_x \right|_{z=0} = \frac{J \Delta x}{2\pi \chi_{ef}} \frac{1}{\rho^3} (F_y)_{ef},$$

где

$$(F_y)_{ef} = \frac{r_{ef}}{2} \int_0^{\infty} \frac{(\tau_1 - \tau_0)(\tau_1 + \tau_2) + (\tau_0 + \tau_1)(\tau_2 - \tau_1) \exp(-2\tau_1 d/\rho)}{(\tau_0 + \tau_1)(\tau_1 + \tau_2) + (\tau_1 - \tau_0)(\tau_2 - \tau_1) \exp(-2\tau_1 d/\rho)} J_0(s) s ds,$$

$$r_{ef} = \rho \chi_{ef}.$$

На рис. 1.8 даны результаты расчета модуля и фазы функций  $(F_y)_{ef}$  и  $(1 + r_0) \exp(-r_0)$  с теми же параметрами, что и для рис. 1.7.

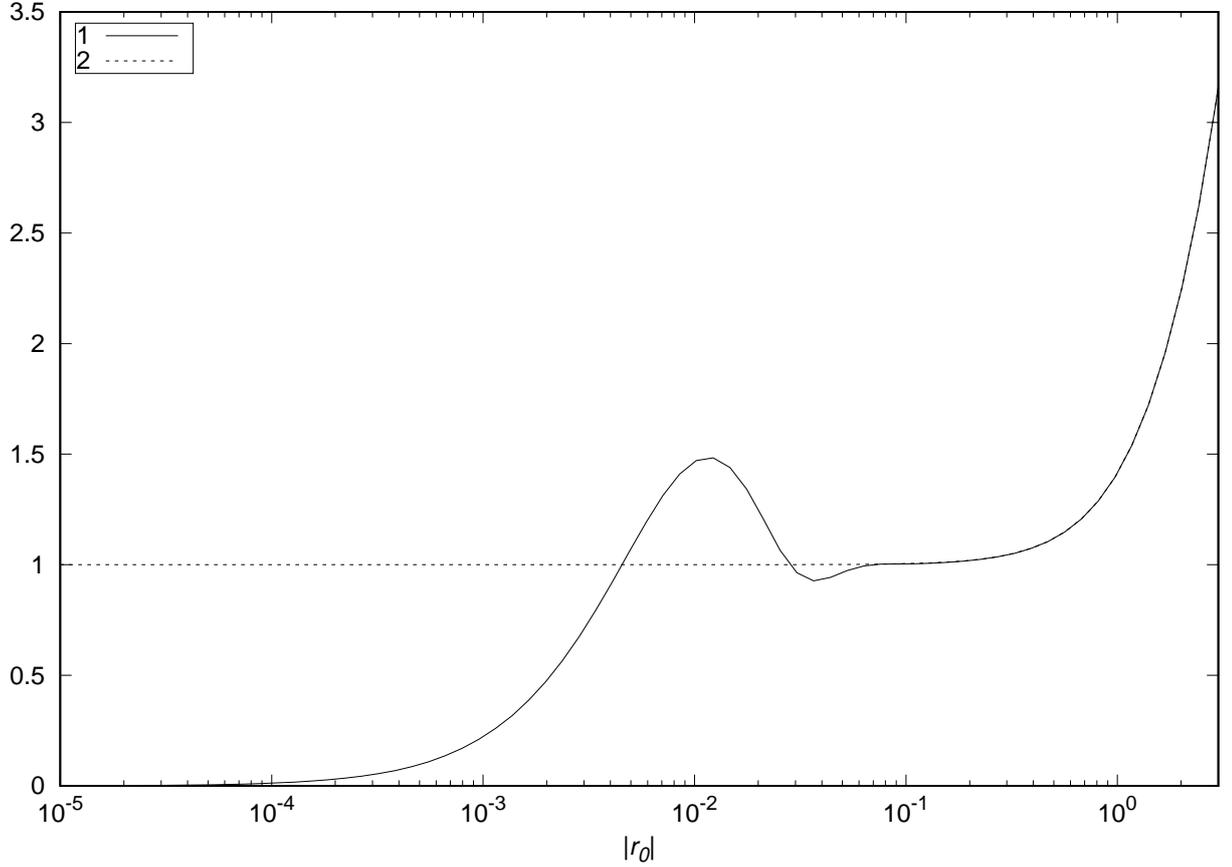


Рисунок 1.8 — Сравнение функций  $|(\tilde{F}_y)_{ef}| - 1$  и  $|(1 + r_0) \exp(-r_0)| - 2$  при двухслойной среде под диполем.

Видим, поведение  $(F_y)_{ef}$  подобно ранее рассмотренному для  $(F_x)_{ef}$ . При этом  $(F_y)_{ef}$  идентична  $(1 + r_0) \exp(-r_0)$  при  $|r_0| > 8 \cdot 10^{-2}$ . Поэтому и составляющую  $H_y(\rho, 0)$  можно записать аналогично (1.103), а значит и для тангенциальной составляющей будет иметь место соотношение

$$\vec{H}_\tau(\rho, 0) = \frac{Z_g}{Z_1} \vec{H}_\tau(\rho, 0) \Big|_{\sigma_1 = \sigma_2}. \quad (1.104)$$

Такие же преобразования можно применить и к вертикальной составляющей магнитного поля. В результате можно прийти к следующему выражению

$$H_z(\rho, 0) = -\frac{J \Delta x}{2\pi \kappa_{ef}^2} \frac{\partial}{\partial y} \frac{(F_z)_{ef}}{\rho^3}, \quad (1.105)$$

$$(F_z)_{ef} = r_{ef}^2 \int_0^\infty \frac{\tau_1 + \tau_2 + (\tau_1 - \tau_2) \exp(-2\tau_1 d/\rho)}{(\tau_0 + \tau_1)(\tau_1 + \tau_2) + (\tau_0 - \tau_1)(\tau_1 - \tau_2) \exp(-2\tau_1 d/\rho)} J_0(s) s ds.$$

На рис. 1.9 приведен результат сравнения  $(F_z)_{ef}$  и  $(1 + r_0) \exp(-r_0)$ . Видно, что с ростом  $|r_0|$  происходит совпадение этих функций. Наличие  $\varkappa_{ef}^2$  в (1.105), в отличие от горизонтальных составляющих, где в определяющие их выражения входит  $\varkappa_{ef}$  в первой степени, показывает на большую чувствительность к проводимости среды вертикальной компоненты магнитного поля, что отмечалось и в экспериментальных данных [20].

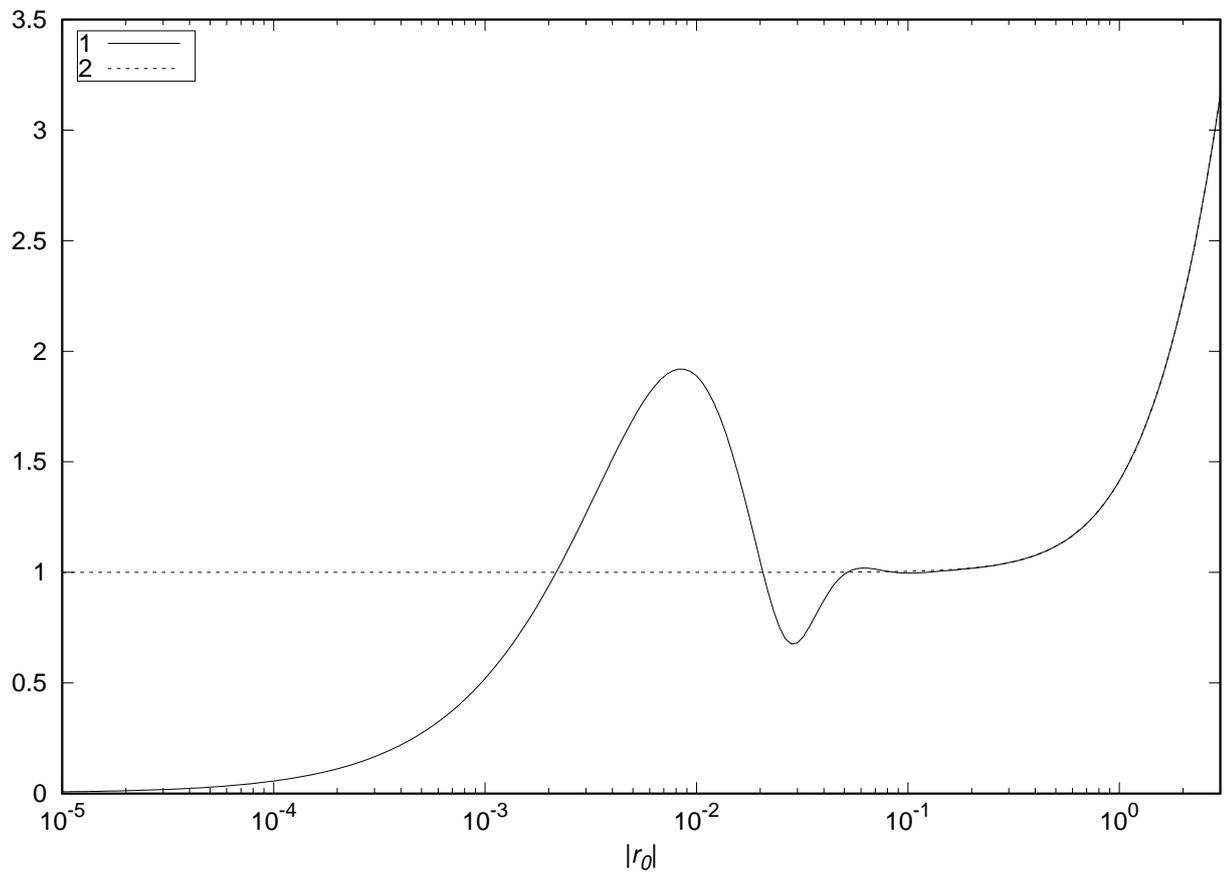


Рисунок 1.9 — Сравнение функций  $|(\tilde{F}_z)_{ef}| - 1$  и  $|(1 + r_0) \exp(-r_0)| - 2$  при двухслойной среде под диполем.

### 1.5.1 Заключение

Таким образом, решение задачи возбуждения электромагнитных волн горизонтальным диполем, расположенным на границе раздела между вакуумом и проводящей слоистой средой, позволило оценить эффективность подхода к определению поля, опирающегося на малость длины волны в проводящей среде по сравнению с вакуумом. Сравнение численных расчетов по точным и приближенным формулам показало целесообразность такого подхода как в задаче с однородным полупространством, так и для слоистой среды.

Для расстояний от источника, превышающих величину скин-слоя любого из проводящих слоев, найдено асимптотическое представление для магнитного поля на границе раздела между плоскострой Землей и атмосферой, имеющее вид волны в однородном полупространстве с коэффициентом возбуждения, зависящим от эффективной проводимости нижнего полупространства.

Этот результат полезен для интерпретации данных экспериментов с активным источником, где известны параметры источника и геометрия эксперимента, а требуется определить электропроводность Земли. Используя формулу (1.104), легко перейти от поля диполя к полю реальной антенны. Результат интегрирования по длине антенны будет зависеть лишь от поля диполя, расположенного на границе двух сред.

## Глава 2. Влияние ионосферы на возбуждение низкочастотного электромагнитного поля горизонтальным заземленным электрическим диполем

### 2.1 Поперечные составляющие магнитного поля

Рассмотрим возбуждение горизонтальным заземленным вибратором плоского волновода Земля-ионосфера. Плоские слои, образующие волновод, предполагаем однородными и имеющими проводимости  $\sigma_i$  – ионосфера,  $0$  – вакуум,  $\sigma_g$  – Земля (рис. 2.1).

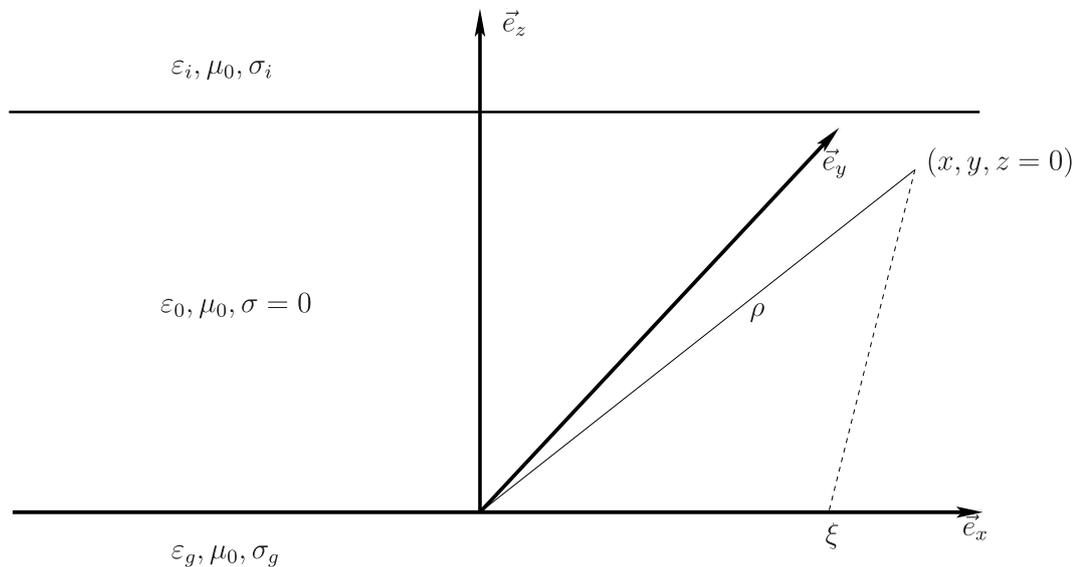


Рисунок 2.1 — Геометрия задачи.

Расстояние между Землей и ионосферой обозначим  $h$ . Как и ранее, решение задачи удобно строить с использованием электрических вектор-потенциалов  $\vec{A}$ :

$$\vec{A}^{(j)} = A_x^{(j)} \vec{e}_x + A_z^{(j)} \vec{e}_z,$$

где значок  $j$  указывает на среду:  $j = i, 0, g$  ( $i$  – ионосфера,  $0$  – вакуум,  $g$  – Земля).

В качестве первого шага необходимо решить систему уравнений

$$\nabla^2 \vec{A}^{(j)} + k_j^2 \vec{A}^{(j)} = -\vec{J}^{(j)}, \quad j = i, 0, g \quad (2.1)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned}
 \vec{A}^{(i)} \Big|_{z=h} &= \vec{A}^{(0)} \Big|_{z=h}, & \vec{A}^{(g)} \Big|_{z=0} &= A^{(0)} \Big|_{z=0}, \\
 \frac{\partial}{\partial z} A_x^{(i)} \Big|_{z=h} &= \frac{\partial}{\partial z} A_x^{(0)} \Big|_{z=h}, & \frac{\partial}{\partial z} A_x^{(0)} \Big|_{z=0} &= \frac{\partial}{\partial z} A_x^{(g)} \Big|_{z=0}, \\
 \frac{1}{k_i^2} \operatorname{div} \vec{A}^{(i)} \Big|_{z=h} &= \frac{1}{k_0^2} \operatorname{div} \vec{A}^{(0)} \Big|_{z=h}, \\
 \frac{1}{k_0^2} \operatorname{div} \vec{A}^{(0)} \Big|_{z=0} &= \frac{1}{k_g^2} \operatorname{div} \vec{A}^{(g)} \Big|_{z=h}.
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Убывание поля на бесконечности в силу конечности проводимости ионосферы и Земли приводит к следующим ограничениям

$$\vec{A}^{(i)} \Big|_{R \rightarrow \infty} = 0, \quad \vec{A}^{(g)} \Big|_{R \rightarrow \infty} = 0.$$

Заметим, что волновое число  $k_j$ , входящее в уравнения (2.1) и (2.2), как и раньше связано с проводимостью следующим образом

$$k_j = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_0} + i \frac{\sigma_j}{\omega \varepsilon_0}}, \quad j = i, 0, g.$$

Если источник расположен в центре координат, то для тока  $\vec{J}^{(j)}$  будут следующие выражения

$$\begin{aligned}
 \vec{J}^{(i)} &= 0, & \vec{J}^{(0)} &= J \Delta x \delta(x) \delta(y) \delta(z - 0) \vec{e}_x, \\
 \vec{J}^{(g)} &= J \Delta x \delta(x) \delta(y) \delta(z + 0) \vec{e}_x.
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Решениями системы уравнений (2.1) с граничными условиями (2.2) являются следующие функции

$$\begin{aligned}
 A_x^{(i)} &= \frac{J \Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \alpha_i \exp(-\nu_i z) J_0(\lambda \rho) d\lambda, \\
 A_x^{(0)} &= \frac{J \Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \left[ \left( \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 \right) \exp(-\nu_0 z) + \beta_0 \exp(\nu_0 z) \right] J_0(\lambda \rho) d\lambda, \\
 A_x^{(g)} &= \frac{J \Delta x}{4\pi} \int_0^\infty \left( \frac{\lambda}{\nu_g} + \beta_g \right) \exp(\nu_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Аналогично разложения можно написать и для  $A_z^{(j)}$

$$\begin{aligned}
 A_z^{(i)} &= -\frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \eta_i \exp(-\nu_i z) \frac{J_0(\lambda \rho)}{\lambda} d\lambda, \\
 A_z^{(0)} &= -\frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty (\eta_0 \exp(-\nu_0 z) + \gamma_0 \exp(\nu_0 z)) \frac{J_0(\lambda \rho)}{\lambda} d\lambda, \\
 A_z^{(g)} &= -\frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \gamma_g \exp(\nu_g z) \frac{J_0(\lambda \rho)}{\lambda} d\lambda.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Системы уравнений для определения неизвестных коэффициентов  $\alpha_i, \alpha_0, \beta_0, \beta_g$  и  $\eta_i, \eta_0, \gamma_0, \gamma_g$ , вытекающие из граничных условий, будут следующими:

$$\begin{aligned}
 \alpha_i \exp(-\nu_i h) - \alpha_0 \exp(-\nu_0 h) - \beta_0 \exp(\nu_0 h) &= \frac{\lambda}{\nu_0} \exp(-\nu_0 h), \\
 \alpha_0 + \beta_0 - \beta_g &= \lambda \frac{(\nu_0 - \nu_g)}{\nu_0 \nu_g}, \\
 -\alpha_i \nu_i \exp(-\nu_i h) + \alpha_0 \nu_0 \exp(-\nu_0 h) - \beta_0 \nu_0 \exp(\nu_0 h) &= -\lambda \exp(-\nu_0 h), \\
 -\alpha_0 \nu_0 + \beta_0 \nu_0 - \beta_g \nu_g &= 0, \\
 \eta_i \exp(-\nu_i h) - \eta_0 \exp(-\nu_0 h) - \gamma_0 \exp(\nu_0 h) &= 0, \\
 \eta_0 + \gamma_0 - \gamma_g &= 0,
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned}
 &\eta_i \nu_i k_0^2 \exp(-\nu_i h) - \eta_0 \nu_0 k_i^2 \exp(-\nu_0 h) + \gamma_0 \nu_0 k_i^2 \exp(\nu_0 h) = \\
 &= \lambda \left[ k_i^2 \left( \left( \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 \right) \exp(-\nu_0 h) + \beta_0 \exp(\nu_0 h) \right) - \alpha_i k_0^2 \exp(-\nu_i h) \right], \\
 &\eta_0 \nu_0 k_g^2 + \gamma_g \nu_g k_0^2 - \gamma_0 \nu_0 k_g^2 = \\
 &= \lambda \left[ k_0^2 \left( \frac{\lambda}{\nu_g} + \beta_g \right) - k_g^2 \left( \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 + \beta_0 \right) \right].
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Системы уравнений (2.6) и (2.7) достаточно для определения неизвестных коэффициентов, входящих в выражения (2.5). Так как в дальнейшем будем интересоваться полем на границе раздела между вакуумом и Землей, которое определяется

коэффициентами  $\alpha_0, \beta_0, \eta_0$  и  $\gamma_0$ , выпишем их явные выражения, следующие из решения систем (2.6) и (2.7).

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= \frac{\lambda(\nu_0 - \nu_g)(\nu_0 + \nu_i) + (\nu_0 - \nu_i) \exp(-2\nu_0 h)}{\nu_0 D}, \\ \beta_0 &= \frac{2\lambda(\nu_0 - \nu_i) \exp(-2\nu_0 h)}{D},\end{aligned}\quad (2.8)$$

где  $D = (\nu_0 + \nu_g)(\nu_0 + \nu_i) - (\nu_0 - \nu_i)(\nu_0 - \nu_g) \exp(-2\nu_0 h)$ .

Введя обозначение

$$B = (\nu_i k_0^2 + \nu_0 k_i^2)(\nu_0 k_g^2 + \nu_g k_0^2) - (\nu_i k_0^2 - \nu_0 k_i^2)(\nu_g k_0^2 - \nu_0 k_g^2) \exp(-2\nu_0 h),$$

можно получить из системы (2.7) выражения для  $\eta_0$  и  $\gamma_0$  в следующем виде

$$\begin{aligned}\eta_0 &= \frac{2\lambda^2}{D \cdot B} \left[ (k_0^2 - k_g^2)(\nu_0 + \nu_i)(\nu_i k_0^2 + \nu_0 k_i^2) - [2(k_i^2 - k_0^2)\nu_0(\nu_g k_0^2 - \nu_0 k_g^2) - \right. \\ &\quad \left. - (k_0^2 - k_g^2)(\nu_0 - \nu_i)(\nu_i k_0^2 + \nu_0 k_i^2)] \exp(-2\nu_0 h) \right], \\ \gamma_0 &= \frac{2\lambda^2}{D \cdot B} \left[ 2(k_i^2 - k_0^2)\nu_0(\nu_0 k_g^2 + \nu_g k_0^2) - (k_0^2 - k_g^2)(\nu_0 + \nu_i) \times \right. \\ &\quad \left. \times (\nu_i k_0^2 - \nu_0 k_i^2) - (k_0^2 - k_g^2)(\nu_0 - \nu_i)(\nu_i k_0^2 - \nu_0 k_i^2) \exp(-2\nu_0 h) \right] \exp(-2\nu_0 h).\end{aligned}\quad (2.9)$$

В отсутствии ионосферы ( $\nu_i = \nu_0$  или  $h \rightarrow \infty$ ,  $\text{Re } \nu_0 > 0$ ) из формул (2.8) и (2.9) получаем ранее найденные в разделе 1.2 коэффициенты, определяющие вектор-потенциал:

$$\begin{aligned}\alpha_0|_{\nu_i=\nu_0} &= \lambda \frac{(\nu_0 - \nu_g)}{\nu_0(\nu_0 + \nu_g)}, \quad \beta_0|_{\nu_i=\nu_0} = 0, \\ \eta_0|_{\nu_i=\nu_0} &= \frac{2\lambda^2}{\nu_0 + \nu_g} \frac{(k_0^2 - k_g^2)}{\nu_0 k_g^2 + \nu_g k_0^2}, \quad \gamma_0|_{\nu_i=\nu_0} = 0.\end{aligned}$$

При определенных ограничениях на отношение волновых чисел, относящихся к Земле и ионосфере, к волновому числу в вакууме из выражений (2.9) можно получить простые приближенные формулы, связывающие коэффициенты  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  и  $\eta_0$ ,  $\gamma_0$

$$\begin{aligned}\eta_0|_{|k_0^2/k_j^2| \ll 1} &= -\frac{\lambda}{\nu_0} \left( \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 \right), \\ \gamma_0|_{|k_0^2/k_j^2| \ll 1} &= \frac{\lambda}{\nu_0} \beta_0,\end{aligned}\quad (2.10)$$

$$j = g, i.$$

Для квазистационарного приближения  $k_0 = 0$  из (2.10)) следует

$$\eta_0|_{k_0=0} = - \left( 1 + \alpha_0|_{k_0=0} \right), \quad \gamma_0|_{k_0=0} = \beta_0|_{k_0=0}. \quad (2.11)$$

После того как определили коэффициенты, входящие в выражение для потенциала, перейдем к анализу магнитного поля на границе раздела между вакуумом и Землей. Используя формулы (1.101) и (2.5) и непрерывность тангенциальной составляющей магнитного поля, можем написать

$$H_x(\rho, 0) = - \frac{J\Delta x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^{\infty} \frac{\eta_0 + \gamma_0}{\lambda} \exp(\nu_g z) J_0(\lambda \rho) d\lambda \Bigg|_{z \rightarrow -0}. \quad (2.12)$$

Представим (2.12) в виде (1.71)

$$H_x(\rho, 0) = - \frac{J\Delta x}{2\pi\kappa_g} \frac{\partial}{\partial x} \frac{y}{\rho^3} F_x, \quad (2.13)$$

где

$$F_x = - \frac{\rho^2 \kappa_g}{2} \int_0^{\infty} (\eta_0 + \gamma_0) \exp(\nu_g z) J_1(\lambda \rho) d\lambda \Bigg|_{z \rightarrow -0},$$

при этом  $\gamma_0$  и  $\eta_0$  определяются формулой (2.9).

Выражение для  $F_x$  в случае  $|k_0^2/k_j^2| \ll 1, j = i, g$  можно упростить, воспользовавшись формулами (2.10)

$$\tilde{F}_x = F_x|_{|k_0^2/k_j^2| \ll 1} = \frac{\rho^2 \kappa_g}{2} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\nu_0} \left( \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 - \beta_0 \right) J_1(\lambda \rho) d\lambda.$$

Подставляя значения  $\alpha_0, \beta_0$  из (2.8), получим

$$\tilde{F}_x = \rho^2 \kappa_g \int_0^{\infty} \frac{\lambda^2}{\nu_0} \frac{[\nu_0 + \nu_i - (\nu_0 - \nu_i) \exp(-2\nu_0 h)]}{[(\nu_0 + \nu_g)(\nu_0 + \nu_i) - (\nu_0 - \nu_g)(\nu_0 - \nu_i) \exp(-2\nu_0 h)]} J_1(\lambda \rho) d\lambda$$

или в обозначениях, аналогичным введенным ранее в разделе 1.4

$$\tilde{F}_x = r_g \int_0^{\infty} \frac{s^2}{\tau_0 (\tau_0 + \tau_g)(\tau_0 + \tau_i) - (\tau_0 - \tau_g)(\tau_0 - \tau_i) \exp(-2\tau_0 h/\rho)} J_1(s) ds. \quad (2.14)$$

Несложно заметить, что в отсутствии ионосферы ( $\tau_i = \tau_0$  или при  $h \rightarrow \infty$ ,  $\text{Re } \nu_0 > 0$ ),  $\tilde{F}_x$  переходит в  $\tilde{F}_x$  подраздела 1.4 (см. ниже формулы (1.72)), где  $r_1$  - это фактически  $r_g$ .

Формула (2.13) описывает поле горизонтального заземленного диполя. Как отмечали ранее в разделе 1.3, поле линейной антенны определяется суммой полей, излучаемых источниками, относящихся к антенне. И соответственно  $\mathcal{H}_x(\rho, 0)$  – поле линейной антенны на поверхности Земли – будет равно

$$\mathcal{H}_x(\rho, 0) = \int_{-L}^L H_x(\rho_\eta, 0) \Big|_{J\Delta_x \rightarrow J} d\eta.$$

Выполнив интегрирование по  $\eta$ , получим

$$\mathcal{H}_x(\rho, 0) = \frac{J}{2\pi} \frac{y}{\rho^2} \cdot \frac{F_x(\rho_\eta)}{r_g} \Bigg|_{\eta=-L}^{\eta=L}. \quad (2.15)$$

Используя результаты, полученные в этом разделе, приведем результаты расчета функции  $F_x(\rho)/r_g$  для значений параметров, входящих в определение  $F_x(\rho)$  и соответствующих эксперименту FENICS-2014 [77]. Так как расстояния от точки измерения до концов антенны составляли 125 км и 100 км, в вычислениях использовали  $\rho = 120$  км. Связь амплитуды поля с условиями внешней среды определяется проводимостями Земли и ионосферы, а также высотой ионосферы  $h$ . На рис. 2.2 приведены результаты вычислений  $|F_x(\rho)/r_g|$  для частот 0.4-100 Нз для значений  $\sigma_i = 10^{-4}$  См/м,  $5 \cdot 10^{-4}$  См/м и  $h = 70$  и 85 км. При этом проводимость Земли считалась равной  $10^{-5}$  См/м, что близко к проводимости Мурманского блока на Кольском полуострове.

Как следует из графиков, изменение высоты ионосферы изменяет общий уровень амплитуды во всем диапазоне частот, в то время как вариации проводимости ионосферы изменяют амплитуду лишь в некоторой области частот, не превышающих 10 Гц. То есть в низкочастотных областях имеется чувствительность поля к состоянию ионосферы даже на расстояниях, не превышающих удвоенную высоту волновода.

Для другой поперечной компоненты магнитного поля на границе раздела между вакуумом и Землей  $H_y(\rho, 0)$ , как следует из формул (1.76) и (2.5), можно получить следующее представление

$$H_y(\rho, 0) = \frac{J\Delta x}{2\pi\epsilon_g} \left[ \frac{1}{\rho^3} F_y + \frac{\partial}{\partial x} \frac{x}{\rho^3} F_x \right], \quad (2.16)$$

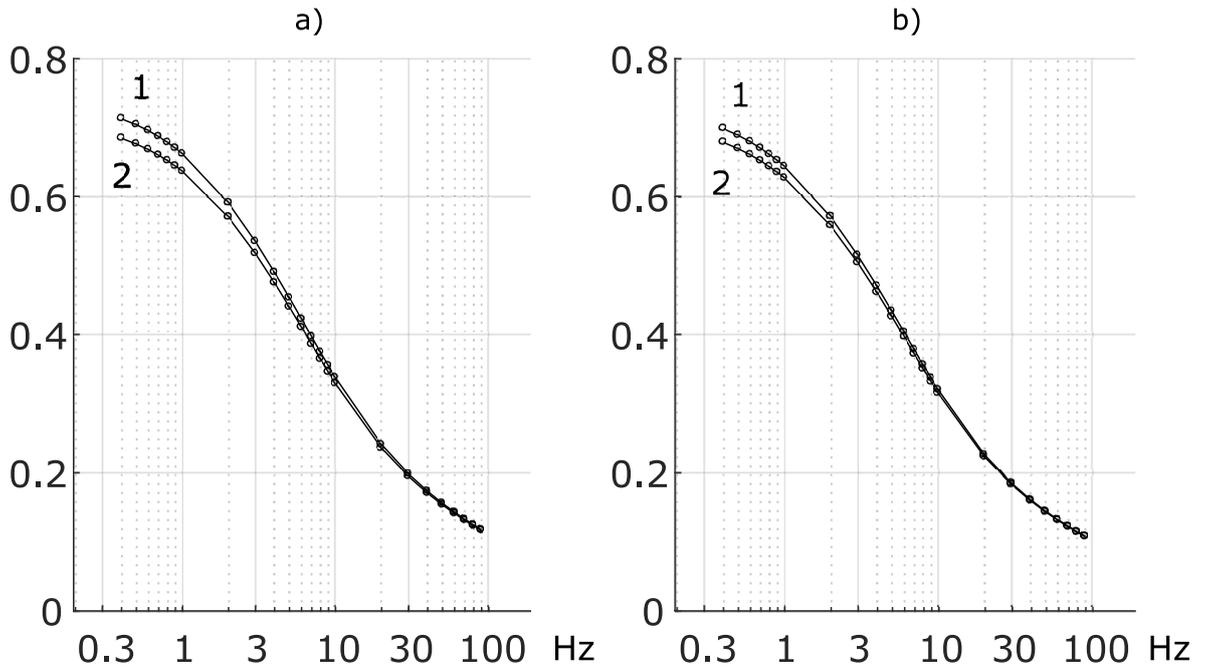


Рисунок 2.2 — Расчетные значения  $|F_x/r_g|$  при высотах ионосферы  $h = 70$  км (а) и  $85$  км (б) и проводимостях  $\sigma_i = 10^{-4}$  См/м (кривые 1) и  $5 \cdot 10^{-4}$  См/м (кривые 2).

где обозначили

$$F_y = 2\pi\kappa_g\rho^3 \left. \frac{\partial}{\partial z} A_x^{(0)} \right|_{z=0}.$$

Воспользуемся выражением (2.4) для  $A_x^{(0)}$  и преобразуем формулу для  $F_y$ , выделив в ней вклад поля в свободном пространстве

$$F_y = \frac{\kappa_g\rho^3}{2} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\exp(-\kappa_0 R)}{R} + \int_0^\infty [\alpha_0 \exp(-\nu_0 z) + \beta_0 \exp(\nu_0 z)] \cdot J_0(\lambda\rho) d\lambda \right] \Bigg|_{z \rightarrow 0}.$$

Учтем, что внеинтегральный член при  $z = 0$  обращается в ноль. Следовательно,

$$F_y = -\frac{\kappa_g\rho^3}{2} \int_0^\infty \nu_0 [\alpha_0 - \beta_0] J_0(\lambda\rho) d\lambda.$$

После подстановки значений коэффициентов  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  из формул (2.8) приходим к следующему выражению

$$F_y = -\frac{\kappa_g\rho^3}{2} \int_0^\infty \frac{(\nu_0 - \nu_g)(\nu_0 + \nu_i) - (\nu_0 + \nu_g)(\nu_0 - \nu_i) \exp(-2\nu_0 h)}{(\nu_0 + \nu_g)(\nu_0 + \nu_i) - (\nu_0 - \nu_g)(\nu_0 - \nu_i) \exp(-2\nu_0 h)} \cdot J_0(\lambda\rho) \lambda d\lambda. \quad (2.17)$$

Запишем его в безразмерных переменных, аналогичных введенным в разделе 1.4,

$$F_y = -\frac{r_g}{2} \int_0^{\infty} \frac{(\tau_0 - \tau_g)(\tau_0 + \tau_i) - (\tau_0 + \tau_g)(\tau_0 - \tau_i) \exp(-2\tau_0 h/\rho)}{(\tau_0 + \tau_g)(\tau_0 + \tau_i) - (\tau_0 - \tau_g)(\tau_0 - \tau_i) \exp(-2\tau_0 h/\rho)} \cdot J_0(s) s ds. \quad (2.18)$$

Из формулы (2.18) можно получить предельные соотношения для  $h \rightarrow \infty$  (ионосфера отсутствует)

$$F_y|_{h \rightarrow \infty} = \frac{r_g}{2} \int_0^{\infty} \frac{\tau_g - \tau_0}{\tau_g + \tau_0} \cdot J_0(s) s ds \quad (2.19)$$

и для  $h = 0$  (ионосфера непосредственно граничит с Землей)

$$F_y|_{h=0} = \frac{r_g}{2} \int_0^{\infty} \frac{\tau_g - \tau_i}{\tau_g + \tau_i} \cdot J_0(s) s ds. \quad (2.20)$$

Выражение (2.19) совпадает с ранее полученным при решении задачи о возбуждении поля в отсутствие ионосферы (1.77) с заменой  $r_1 \rightarrow r_g$ ,  $\tau_1 \rightarrow \tau_g$ . Поэтому результат интегрирования по  $s$  в (2.19) и (2.20) будет равен

$$F_y|_{h \rightarrow \infty} = \frac{(r_g^2 - r_0^2)r_g}{8} \left[ I_0 \left( \frac{r_g - r_0}{2} \right) K_0 \left( \frac{r_g + r_0}{2} \right) - I_2 \left( \frac{r_g - r_0}{2} \right) K_2 \left( \frac{r_g + r_0}{2} \right) \right], \quad (2.21)$$

$$F_y|_{h=0} = \frac{(r_g^2 - r_i^2)r_g}{8} \left[ I_0 \left( \frac{r_g - r_i}{2} \right) K_0 \left( \frac{r_g + r_i}{2} \right) - I_2 \left( \frac{r_g - r_i}{2} \right) K_2 \left( \frac{r_g + r_i}{2} \right) \right].$$

Отметим, что значения функции  $F_y$  для произвольного  $h$  будет находиться между предельными значениями, определяемыми по формуле (2.21).

## 2.2 Вертикальная компонента магнитного поля

Из соотношения  $\vec{H} = \text{rot } \vec{A}$  следует

$$H_z^{(0)}(\vec{\rho}, z) = -\frac{\partial}{\partial y} A_x^{(0)}, \quad (2.22)$$

где  $A_x^{(0)}$  определено формулой (2.4) Подстановка (2.4) в (2.22) с учетом (2.8) дает следующий результат для поля на поверхности Земли ( $z = 0$ )

$$H_z(\vec{\rho}, 0) = -\frac{J\Delta x}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \times \int_0^{\infty} \frac{(\nu_0 + \nu_i) + (\nu_0 - \nu_i) \exp(-2\nu_0 h)}{(\nu_0 + \nu_g)(\nu_0 + \nu_i) - (\nu_0 - \nu_g)(\nu_0 - \nu_i) \exp(-2\nu_0 h)} J_0(\lambda\rho) \lambda d\lambda.$$

После дифференцирования по  $y$ , введем новую переменную интегрирования  $s = \lambda\rho$  и обозначение  $\tau_j = \sqrt{s^2 + \rho^2 \kappa_j^2}$ ,  $j = 0, i, g$ . В результате получим

$$H_z(\vec{\rho}, 0) = \frac{J\Delta x \sin \Theta}{2\pi \rho^2} F_z, \quad (2.23)$$

где

$$F_z = \int_0^{\infty} \frac{(\tau_0 + \tau_i) + (\tau_0 - \tau_i) \exp(-2\tau_0 h/\rho)}{(\tau_0 + \tau_g)(\tau_0 + \tau_i) - (\tau_0 - \tau_g)(\tau_0 - \tau_i) \exp(-2\tau_0 h/\rho)} J_1(s) s^2 ds, \quad (2.24)$$

а угол  $\Theta$  определяет направление на приемник относительно оси  $x$ :  $\sin \Theta = y/\rho$ .

Полученный результат позволяет рассмотреть две предельные задачи, связанные с возбуждением поля горизонтальным диполем, находящемся на границе раздела двух сред. При  $h \rightarrow \infty$  имеем вакуум и проводящую среду, а при  $h \rightarrow 0$  - две проводящие среды с проводимостью  $\sigma_i$  и  $\sigma_g$ . Из (2.24) следует

$$F_{\infty} = F_z|_{h \rightarrow \infty} = \int_0^{\infty} \frac{1}{\tau_0 + \tau_g} J_1(s) s^2 ds, \quad (2.25)$$

$$F_0 = F_z|_{h \rightarrow 0} = \int_0^{\infty} \frac{1}{\tau_i + \tau_g} J_1(s) s^2 ds. \quad (2.26)$$

Выполняя интегрирование по  $s$  в (2.25) и (2.26), приходим к следующему результату

$$F_{\infty} = \frac{1}{r_g^2 - r_0^2} \left[ (3 + 3r_0 + r_0^2) \exp(-r_0) - (3 + 3r_g + r_g^2) \exp(-r_g) \right], \quad (2.27)$$

$$F_0 = \frac{1}{r_g^2 - r_i^2} \left[ (3 + 3r_i + r_i^2) \exp(-r_i) - (3 + 3r_g + r_g^2) \exp(-r_g) \right], \quad (2.28)$$

где  $r_j = \rho \kappa_j$ ,  $j = 0, i, g$ .

Из (2.27) и (2.28) следует, что при  $\rho \rightarrow 0$   $|F_\infty| = |F_0| = 1/2$ , а для  $\rho \rightarrow \infty$  получаем  $|F_\infty| = \chi_0^2/(\chi_g^2 - \chi_0^2)$ ,  $|F_0| \rightarrow 0$ . Учитывая, что для частот менее 100 кГц  $|\chi_0^2/\chi_g^2| \ll 1$  [69], то в СНЧ-КНЧ диапазоне значение  $|F_\infty|$  так же близко к нулю при  $\rho \rightarrow \infty$ .

### 2.2.1 Численная интерпретация

Рассмотрим зависимость функции  $F_z$  от расстояния  $\rho$ . В показателе экспоненты в формуле (2.26) имеется безразмерный множитель  $2h/\rho$ , зависящий как от  $h$ , так и от  $\rho$ . Выше были получены предельные значения для  $F_z$  для высоты ионосферы  $h \rightarrow \infty$  и  $h \rightarrow 0$ . Рассмотрим изменения  $\rho$  при фиксированной высоте ионосферы  $h$ . При  $\rho \rightarrow 0$  получаем результат, соответствующий  $h \rightarrow \infty$  при фиксированном  $\rho$ . Следовательно,  $F_z$  при  $\rho \rightarrow 0$  будет равна  $F_\infty$ .

Сложнее с пределом при  $\rho \rightarrow \infty$  в силу зависимости  $\tau_0$  от  $\rho\chi_0$ . Предел  $2h\tau_0/\rho$  при  $\rho \rightarrow \infty$  будет  $2\chi_0h$ . Однако, если имеет место неравенство  $2|\chi_0|h \ll 1$ , получаем ситуацию, аналогичную с  $h \rightarrow 0$ . Таким образом,  $F_z$  при  $\rho \rightarrow \infty$  будет стремиться к  $F_0$  при выполнении условия  $f \ll c/(4\pi h)$ .

Приведем результаты расчета функции  $|F_z|$  для частот  $f = 1$  Гц,  $f = 3$  Гц и  $f = 30$  Гц, а также функций  $F_\infty$  и  $F_0$  (рис. 2.3-2.5). Вычисления выполним при высоте ионосферы в 75 км для двух значений проводимости ионосферы  $\sigma_i = 10^{-5}$  См/м и  $\sigma_i = 10^{-4}$  См/м. Первое значение используется при анализе распространения СНЧ волн в волноводе Земля-ионосфера [32] и относится к среднеширотным условиям. В высоких широтах за счет высыпания жестких частиц может возникать дополнительная ионизация на высотах 60-100 км, поэтому рассматриваем и второе значение проводимости.

Видим, что значения функции  $F_z$  располагаются в области, ограниченной функциями  $F_\infty$  и  $F_0$ . На небольших расстояниях от источника ( $\rho \rightarrow 0$ ) влияние ионосферы пренебрежимо мало и увеличивается по мере роста  $\rho$ . Исключение составляют очень низкие частоты, меньше нескольких Гц, для которых при проводимости ионосферы  $\sigma_i = 10^{-4}$  См/м, сопоставимой с проводимостью Земли, для  $0 < \rho \leq 2h$  заметно влияние ионосферы. Более наглядно этот эффект представлен на рис. 2.6, где приведено изменение  $F_z$ , как функции частоты при фиксированном  $\rho = 100$  км и высоте ионосферы в 75 км. При значительном удалении от источника

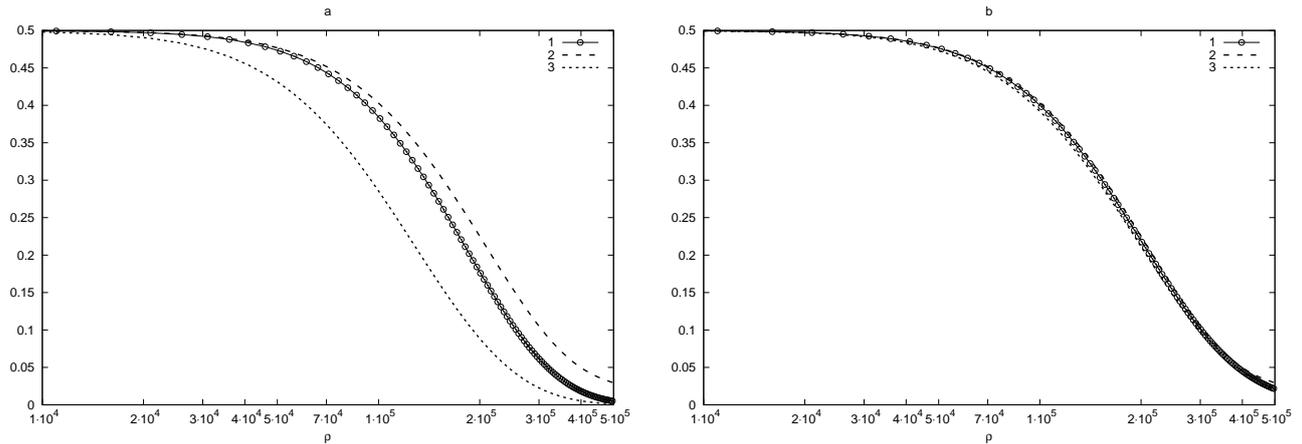


Рисунок 2.3 — Зависимость функций  $|F_z| - 1$ ,  $|F_\infty| - 2$ ,  $|F_0| - 3$  от расстояния до источника  $\rho$  при частоте  $f = 1$  Гц при проводимости ионосферы  $\sigma_i = 10^{-4}$  См/м — а и  $\sigma_i = 10^{-5}$  См/м — б.

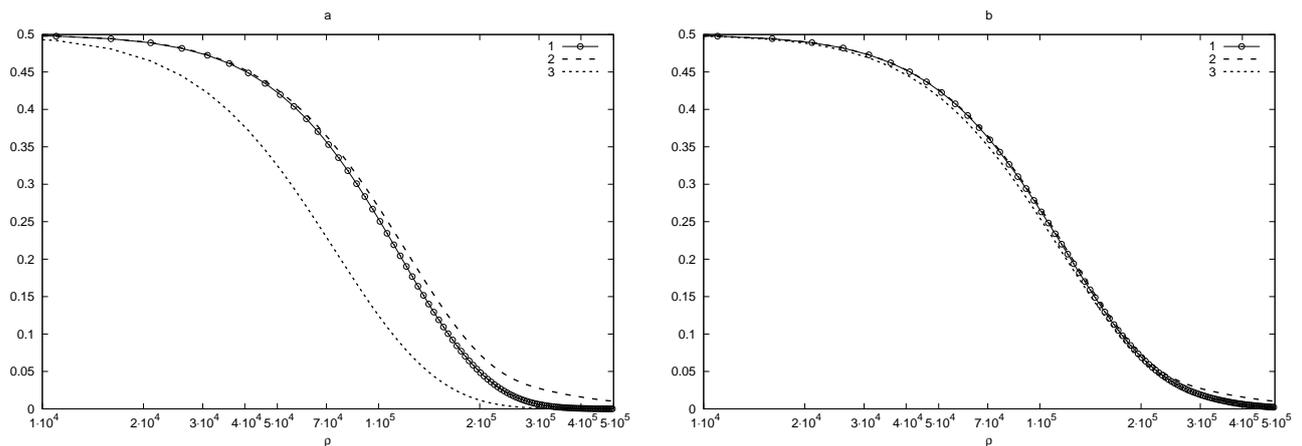


Рисунок 2.4 — Зависимость функций  $|F_z| - 1$ ,  $|F_\infty| - 2$ ,  $|F_0| - 3$  от расстояния до источника  $\rho$  при частоте  $f = 3$  Гц при проводимости ионосферы  $\sigma_i = 10^{-4}$  См/м — а и  $\sigma_i = 10^{-5}$  См/м — б.

поле на поверхности Земли формируется суммой полей волн, распространяющихся в ионосфере и Земле. При этом в КНЧ диапазоне вклад составляющей поля в вакууме пренебрежимо мал.

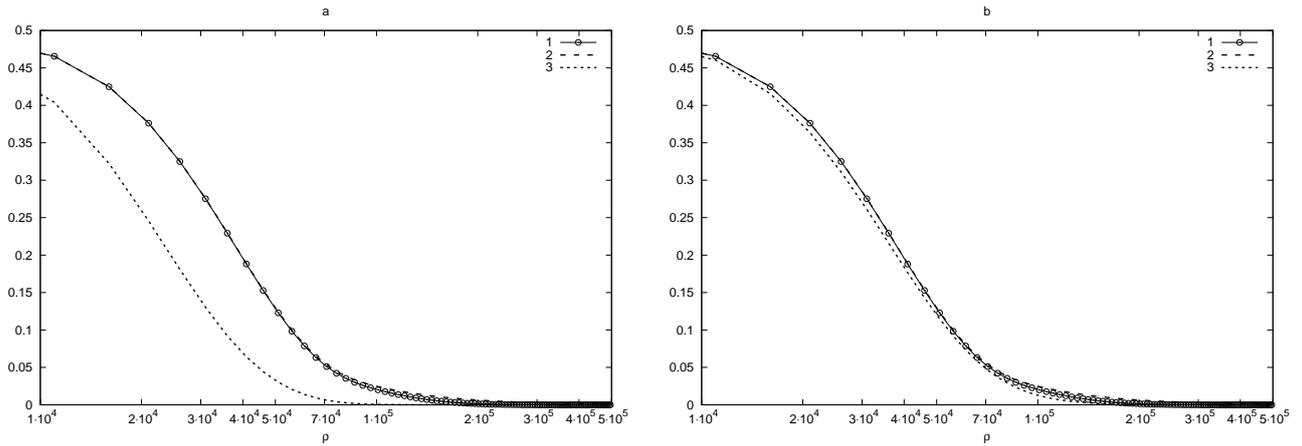


Рисунок 2.5 — Зависимость функций  $|F_z| - 1$ ,  $|F_\infty| - 2$ ,  $|F_0| - 3$  от расстояния до источника  $\rho$  при частоте  $f = 30$  Гц при проводимости ионосферы  $\sigma_i = 10^{-4}$  См/м — а и  $\sigma_i = 10^{-5}$  См/м — б.

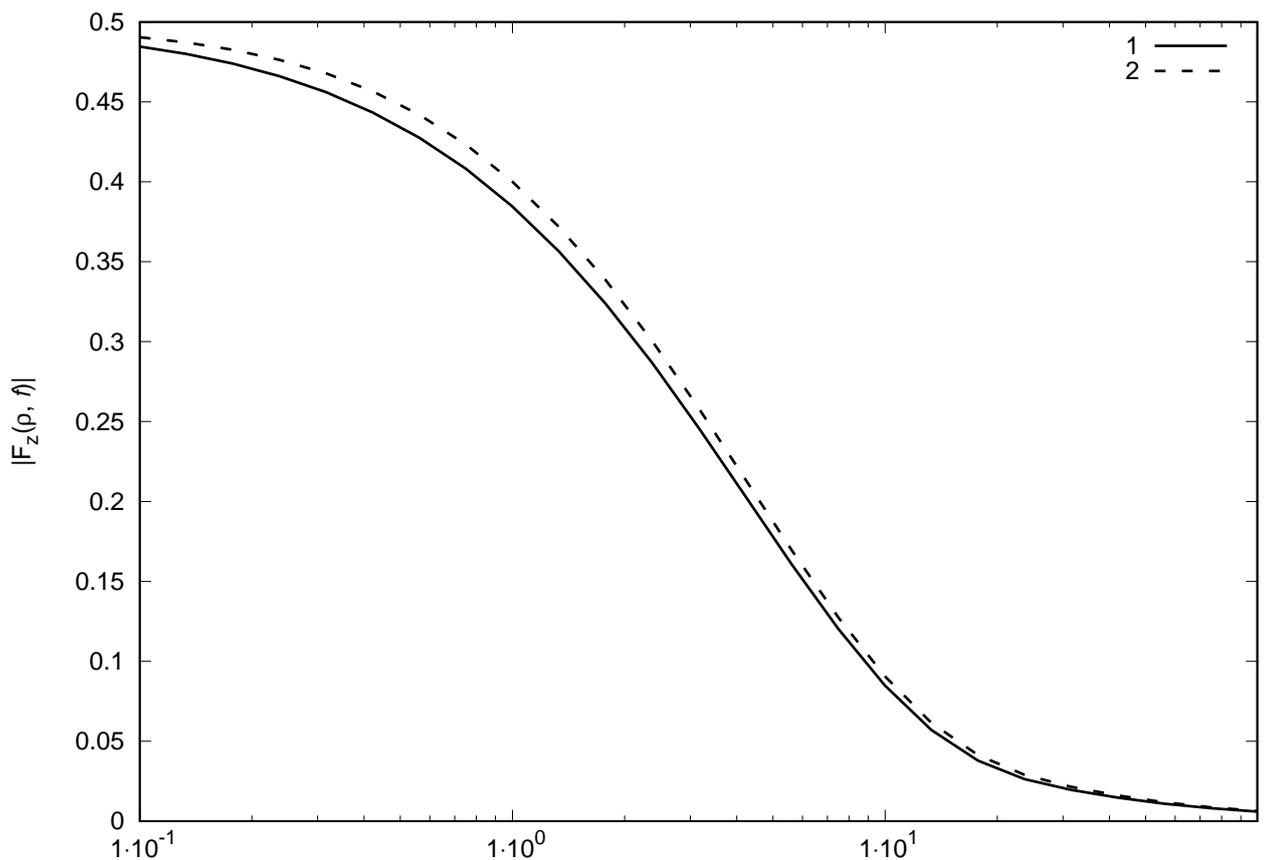


Рисунок 2.6 — Зависимость функции  $|F_z(\rho, f)|$  от частоты  $f$  при проводимости ионосферы  $\sigma_i = 10^{-4}$  См/м — 1 и  $\sigma_i = 10^{-5}$  См/м — 2.

### 2.3 Заключение

Найденные аналитические выражения для магнитного поля и результаты расчетов позволяют оценить влияние ионосферы на низкочастотное поле в волноводе Земля-ионосфера. Обнаружено, что при проводимости ионосферы, сопоставимой с проводимостью Земли, на расстояниях, меньших удвоенной высоты волновода, в КНЧ и более низкочастотном диапазоне наблюдаются заметные изменения в величине поля, обусловленные состоянием ионосферы. Такие условия могут возникать при проведении экспериментов на кристаллических щитах в высоких широтах, в частности на Кольском полуострове. Исследование временных вариаций магнитного поля позволит судить о степени возмущенности в ионосфере и пригодности ионосферных моделей для описания КНЧ-СНЧ полей активного источника. Естественно, выбранная модель волновода слишком упрощает реальную ситуацию, оперируя с эффективными  $\sigma_i$  и  $h$ . Однако в настоящее время эти параметры являются базовыми при расчете полей в КНЧ-СНЧ диапазонах. Сравнение измерений полей в спокойных и возмущенных условиях позволяет экспериментально проверить выводы, сделанные в работе, а так же необходимость использования более сложной модели проводимости ионосферы.

### **Глава 3. Экспериментальные исследования распространения низкочастотных волн, возбуждаемых горизонтальной заземленной антенной**

В связи с необходимостью управления глубокопогруженными антеннами в конце прошлого века стали активно использоваться сверхнизкочастотные волны (диапазон 30-100 Гц) [77]. В США и СССР были созданы антенно-передающие устройства, обеспечивающие возможность приема сигналов на расстоянии в несколько тысяч километров. Параллельно начались работы по теоретическому описанию распространения таких волн и создание теоретических моделей, пригодных для расчета реальных радиотрасс [68; 78–81]. Кроме того, волны этого диапазона, проникающие в верхнюю часть литосферы, стали использоваться в геофизических исследованиях [81]. Поэтому целесообразно начать рассмотрение результатов экспериментальных исследований с этой части низкочастотного диапазона.

#### **3.1 Особенности распространения сверхнизкочастотного (30–100 Гц) поля в областях с низкой проводимостью Земли**

Для изучения особенностей распространения КНЧ и СНЧ сигналов в высоких широтах в июне 2013 года были проведены эксперименты по регистрации электромагнитного поля активного источника излучения сигнала. В качестве источника был использован заземленный горизонтальный электрический диполь длиной около 60 км, расположенный на Кольском полуострове и ориентированный вдоль географической параллели [80]. Поле в СНЧ-диапазоне формировалось на частотах 44 Гц, 62 Гц, 82 Гц, 144 Гц и 188 Гц, а затем в обратном порядке, синусоидальным током десятиминутными интервалами в течение двух дней в утренние часы. Создаваемое поле регистрировалось в трех приемных пунктах: в obs. Ловозеро (Кольский п-ов), вблизи г. Петрозаводска (Карелия) и д. Сторожно (Ленинградская обл.) (рис. 1). На передающей станции производилась регистрация тока в антенне, привязанная ко времени GPS. Измерение электромагнитного поля в пунктах приема производилось с помощью оригинальных пятикомпонентных калиброванных в диапазоне 0,1-240 Гц регистраторов

электромагнитного поля, обеспечивающих запись трех компонент магнитного поля и двух горизонтальных компонент электрического, привязанных к времени GPS. Для записи временных рядов электромагнитного поля в точках приема использовались три ортогональных индукционных датчика и симметричные крестообразные электрические линии с малогабаритными малошумящими неполяризованными пористыми электродами. Сигналы подавались на 24-битный АЦП, данные с которого синхронизировались с временными метками GPS с точностью не хуже 5 мкс. Датчики были ориентированы по магнитному меридиану в точке наблюдения. Для перевода данных в географическую систему координат были произведены измерения магнитного склонения.



Рисунок 3.1 — География эксперимента.

Выбранное расположение источника и приемников позволило зафиксировать поле в ближней зоне (Ловозеро), где на его распространение не оказывала влияние ионосфера, и повысить достоверность результатов в дальней зоне путем сравнения поля, принятого в двух точках – Петрозаводске и Сторожно. Для сопоставления результатов эксперимента с существующими моделями распростра-

нения радиоволн сверхнизкочастотного диапазона воспользуемся результатами работы [32].

В сферическом волноводе, образованном изотропными Землей и ионосферой с постоянной высотой, в частотном диапазоне 30–100 Гц могут распространяться только квази-ТЕМ волны [32]. Для основной - нулевой моды, генерируемой горизонтальным электрическим диполем, поле на поверхности Земли на расстоянии  $\rho$  от источника, превышающем утроенную высоту волновода, может быть представлено следующим образом:

$$\begin{aligned} H_\varphi &= J\Delta x \exp(i\omega t) \frac{k_0 \eta_g}{4z_0 h} \left[ H_0^{(2)}(k\rho) - \frac{1}{k\rho} H_1^{(2)}(k\rho) \right] \left[ \frac{\rho/a}{\sin(\rho/a)} \right]^{1/2} \cos \varphi, \\ H_\rho &= J\Delta x \exp(i\omega t) \frac{k_0 \eta_g}{4z_0 k h \rho} H_1^{(2)}(k\rho) \left[ \frac{\rho/a}{\sin(\rho/a)} \right]^{3/2} \sin \varphi, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где  $k_0 = \omega/c$ ,  $k = \omega/v_{ph} - i\alpha$  – волновое число в волноводе Земля-ионосфера,  $v_{ph}$  – фазовая скорость,  $k^2 = k_0^2 - K^2$ ,  $K^2 = i(\eta_g + \eta_i)/(2z_0 h)$ ,  $z_0$  – импеданс свободного пространства, равный  $120\pi$  Ом,  $\eta_g = \sqrt{(i\omega\mu_0)/(\sigma_g + i\omega\varepsilon_g)} \approx \sqrt{(i\omega\mu_0)/\sigma_g}$  и  $\eta_i = \sqrt{(i\omega\mu_0)/(\sigma_i + i\omega\varepsilon_i)} \approx \sqrt{(i\omega\mu_0)/\sigma_i}$  – импедансы Земли и ионосферы соответственно,  $a$  – радиус Земли,  $H_0^{(2)}(k\rho)$  и  $H_1^{(2)}(k\rho)$  – функции Ханкеля,  $\varphi$  – угол между направлением распространения волны и осью передающего диполя.

Отметим, что в работе [32] используется зависимость от времени  $\exp(i\omega t)$  в отличие от принятой ранее в настоящей работе  $\exp(-i\omega t)$ . Поэтому имеем отличие в знаке в подкоренном выражении, определяющем импеданс, по сравнению с (1.80).

При  $|k\rho| \gg 1$  с учетом асимптотического представления для функций Ханкеля

$$H_n^{(2)}(k\rho) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi k\rho}} \exp\left(-i\left(k\rho - \frac{\pi}{2}n - \frac{\pi}{4}\right)\right),$$

можно получить следующий результат для амплитуд поперечных составляющих магнитного поля:

$$|H_\varphi| \sim \frac{J\Delta x}{240\pi} \omega \left(\frac{\mu_0}{2\pi c}\right)^{1/2} \frac{|\cos \varphi|}{h(\sigma_g(c/v_{ph}))^{1/2}} \frac{\exp(-\alpha\rho)}{(a \sin(\rho/a))^{1/2}}, \quad (3.2)$$

$$|H_\rho| \sim \frac{J\Delta x}{240\pi} \left(\frac{\mu_0}{2\pi c}\right)^{1/2} \frac{|\sin \varphi|}{h(\sigma_g(c/v_{ph}^3))^{1/2}} \frac{\exp(-\alpha\rho)}{(a \sin(\rho/a))^{3/2}}. \quad (3.3)$$

Формулы (3.2) и (3.3) легко интерпретируются. Параметр  $a \sin(\rho/a)$  связан с геометрическим ослаблением энергии в сферической системе координат. Экспоненциальный член описывает затухание сигнала в волноводе. Множитель  $\left[ h (\sigma_g(c/v_{ph}))^{1/2} \right]^{-1}$  – коэффициент возбуждения [82], зависящий от проводимости Земли, высоты ионосферы и отношения фазовой скорости к скорости света, указывающего на связь антенны с волноводом. Аналогичные рассуждения применимы и к формуле (3.3).

Из (3.2) и (3.3) следует, что отношение амплитуд поперечных составляющих магнитного поля в дальней зоне –  $|H_\varphi|/|H_\rho|$  пропорционально частоте поля и обратно пропорционально фазовой скорости

$$\left| \frac{H_\varphi}{H_\rho} \right| \simeq \frac{\omega}{v_{ph}} a \sin \rho/a \cdot |\operatorname{ctg} \varphi|. \quad (3.4)$$

Основными параметрами, определяющими свойства волновода являются  $c/v_{ph}$  и  $\alpha$ . Данные об этих параметрах приведены в ряде источников. Так, в работе [80] утверждается, что для частот 5-1000 Гц, отношение  $c/v_{ph}$  меняется в пределах 1.1-1.4, а параметр  $\alpha$  связан с частотой  $f = \omega/(2\pi)$  для дневных условий соотношением  $\alpha[\text{dB/Mm}] = 2f[\text{Hz}]/100$ , а для ночных  $\alpha[\text{dB/Mm}] = 1.3(f[\text{Hz}]/100)^{1/2}$ . Отметим, что для перехода от децибел на мегаметр к размерности nepers/m можно использовать формулу  $\alpha[\text{dB/Mm}] = 8.68 \cdot 10^6 \cdot \alpha[\text{nepers/m}]$ .

Более подробные данные в параметрах, относящихся к волноводу приведены в [78; 79]. Воспользуемся ими и выполним с их помощью расчет амплитуды магнитного поля.

На рисунке 3.2 приведен результат такого расчета для компоненты  $H_{NS}$  по данным работы [78], а также результаты измерения этой составляющей магнитного поля в Петрозаводске и Сторожно. Заметим, что в силу геометрии эксперимента  $H_\varphi \approx H_{WE}$  мало, и главной составляющей поля является компонента  $H_\rho \approx H_{NS}$ . Графики показывают некоторое систематическое отличие вычисленных значений и реально измеренных. Скорректируем электродинамические параметры, чтобы приблизить теоретические расчеты к реальным данным. Отметим, что описываемый эксперимент проводился в весьма специфической области: проводимость литосферы в области излучения поля, а также на трассе распространения волн, имеет очень низкие значения, сопоставимые с проводимостью ионосферы. Поэтому необходима корректировка значений как проводимости Земли в области формирования волновода, так и на трассе распространения волны. Учитывая, что

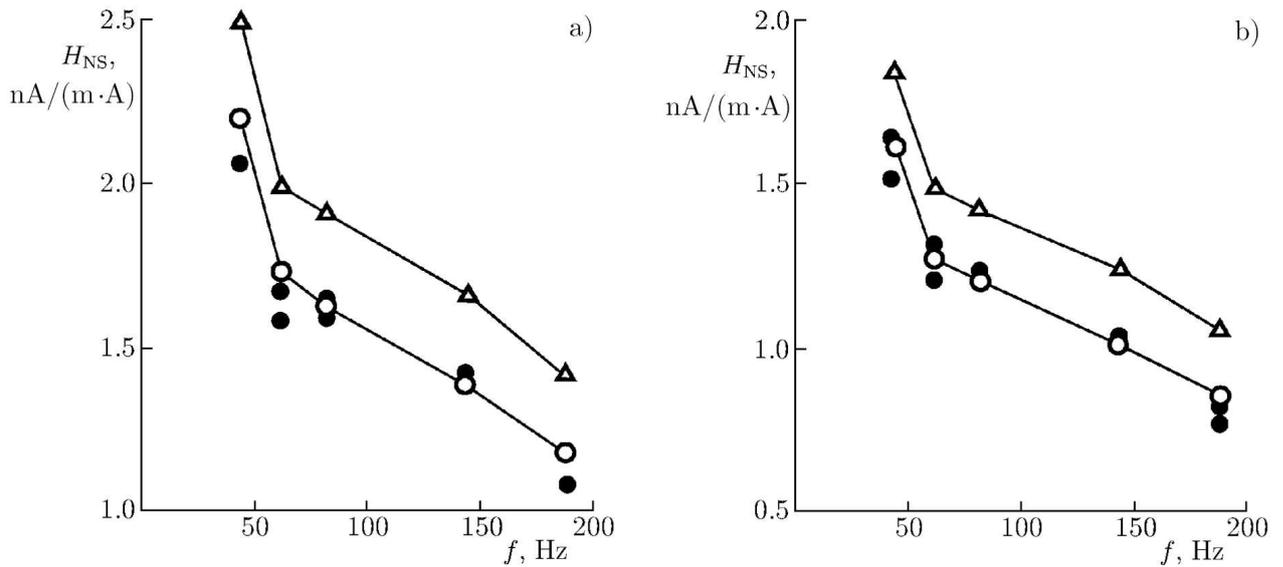


Рисунок 3.2 — Результаты расчетов и измерений для компоненты  $H_{NS}$  в Петрозаводске – а и в Сторожно – б.  $\Delta$  – оценка с электродинамическими параметрами Баннистера,  $\circ$  – оценка со скорректированными электродинамическими параметрами,  $\bullet$  – экспериментальные данные.

в СНЧ диапазоне на расстояниях, не превышающих удвоенную высоту волновода, магнитное поле не зависит от проводимости ионосферы (рис. 2.2), значение проводимости литосферы можно получить из измерения магнитного поля в обсерватории Ловозеро (рис. 3.3).

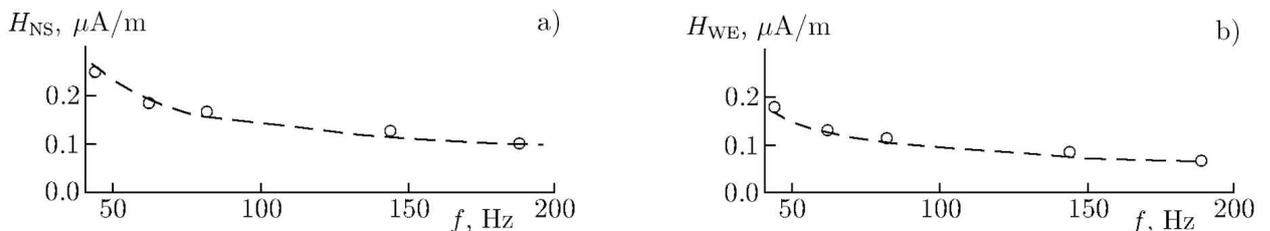


Рисунок 3.3 — Результаты расчетов (линии) и измерений (точки) магнитного поля в обсерватории Ловозеро. а – компонента  $H_{NS}$ , б –  $H_{WE}$ .

Минимизируя разницу между результатами измерений горизонтальных компонент магнитного поля и получаемых расчетным путем для двухслойной среды по формулам из раздела 1.5, находим, что хорошую аппроксимацию дает двухслойная среда с проводимостью верхнего слоя  $\sigma_1 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ S/m}$  с толщиной 4,2 км и нижнего слоя с  $\sigma_2 = 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ S/m}$ .

На рис. 3.3 представлен результат сравнения экспериментальных и расчетных данных, показывающий их хорошее совпадение. В 1.5 уже вводили понятие

эффективной проводимости  $\sigma_{ef}$ . Будем ее использовать при описании возбуждения волновода и соответственно импеданса Земли вблизи излучающей антенны. В формулы (3.1) - (3.3) входит одна и та же проводимость Земли как в параметр, связанный с возбуждением поля, так и описывающий распространение в волноводе.

В реальных условиях проводимость в области вблизи излучающей антенны может значительно отличаться от проводимости на больших расстояниях:  $\rho > 3h$ . Поэтому рассмотрим два импеданса  $\eta_g$ . Один  $\eta_e = \sqrt{(i\omega\mu_0)/\sigma_{ef}}$  будем относить к возбуждению поля, а другой -  $\eta_g$ , относящийся к проводимости Земли при  $\rho > 3h$ , использовать при определении параметров волновода. Таким образом, для последующего сопоставления результатов эксперимента с теоретическими представлениями воспользуемся формулами

$$\begin{aligned} H_\varphi &= J\Delta x \exp(i\omega t) \frac{k_0\eta_e}{4z_0h} \left[ H_0^{(2)}(k\rho) - \frac{1}{k\rho} H_1^{(2)}(k\rho) \right] \left[ \frac{\rho/a}{\sin(\rho/a)} \right] \cos \varphi, \\ H_\rho &= J\Delta x \exp(i\omega t) \frac{k_0\eta_e}{4z_0kh\rho} H_1^{(2)}(k\rho) \left[ \frac{\rho/a}{\sin(\rho/a)} \right]^{3/2} \sin \varphi, \end{aligned} \quad (3.5)$$

Параметры, которые будем использовать в расчетах, приведены в таблице 1.

Таблица 1 — Зависимость электродинамических параметров от частоты

$f, Hz$	$h, km$	$c/v_{ph}$	$\alpha, dB/Mm$
44	73.0	1.17	1.19
62	73.8	1.16	1.60
82	74.5	1.15	1.96
144	75.9	1.13	2.99
188	76.6	1.11	3.53

В качестве исходных при вычислении волноводных параметров были взяты результаты по проводимости и высоте ионосферы из [78],  $\sigma_g$  - проводимость Земли на трассе волноводного распространения поля из [74], содержащей материалы по глубинному изучению структуры литосфера в Карелии. Расчет  $|\sigma_{ef}|$  и соответственно  $\eta_e$  производился по формуле

$$\sqrt{|\sigma_{ef}|} = \sqrt{\sigma_1} \left| \frac{1 + R \exp(-2\kappa_1 d)}{1 - R \exp(-2\kappa_1 d)} \right|, \quad R = \frac{\sqrt{\sigma_2} - \sqrt{\sigma_1}}{\sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_1}}, \quad (3.6)$$

где  $\sigma_1 = 4 \cdot 10^{-5} S/m$ ,  $\sigma_2 = 1.4 \cdot 10^{-5} S/m$ ,  $d = 4.2$  км.

Сравнивая результаты расчета с экспериментальными данными рис. 3.2, видим хорошее согласие между экспериментом и его теоретическим описанием.

### 3.1.1 Выводы

Таким образом, более корректный учет проводимости литосферы, особенно в областях с пониженной проводимостью, является существенным при расчете и анализе особенностей распространения сверхнизкочастотного поля в волноводе Земля-ионосфера. Наличие точки измерений в области формирования волновода (порядка высоты ионосферы) позволяет улучшить прогноз о величине поля на дальних расстояниях.

## 3.2 Влияние солнечного затмения на распространение сверхнизкочастотных волн

На радиоволны, распространяющиеся в волноводе Земля-ионосфера, солнечное затмение оказывает влияние, сходное с изменением потока солнечного ультрафиолетового излучения при переходе от дня к ночи или во время солнечных вспышек. Для распространения низкочастотных волн существенно состояние D-области ионосферы, находящейся на высоте 60–80 км от поверхности Земли. Эта область в ионосфере в основном формируется Лайман-альфа радиацией от Солнца, ионизирующей основные составляющие ионосферы: азот, кислород и окись азота (NO) [83; 84]. Во время солнечного затмения солнечный ультрафиолетовый поток падает и изменяется ионизация, что приводит к изменению параметров волновода: высоты ионосферы и ее эквивалентной проводимости. Такие изменения можно фиксировать, регистрируя сигналы, распространяющиеся в волноводе.

В отличие от широко распространенных изменений в СДВ диапазоне, представим результаты, полученные в период солнечного затмения 20 марта 2015 года с использованием волн СНЧ диапазона.

Большое число таких наблюдений за прошедшие годы проведено в диапазоне СДВ с использованием естественных твик-атмосфериков, а также сигналов СДВ-радиостанций [85—90]. Сведений об измерениях во время солнечных затмений на более низких частотах диапазонов КНЧ и СНЧ (ниже 300 Гц) в имеющейся литературе найти не удалось. В то же время распространение СНЧ волн в волноводе Земля-ионосфера имеет некоторые особенности по сравнению

с распространением ОНЧ, что может отражаться и на характере эффекта затмения в этом диапазоне частот.

Влияние солнечных затмений на амплитуду и фазу сигналов СДВ и последующей оценки высоты ионосферного отражения в моменты максимальной фазы затмения были исследованы несколькими авторами, с использованием различных методов (например [86; 89; 91—94]). Рассматривалась возможность использования модели распространения длинных волн для расчета изменения высоты ионосферного отражения от его невозмущенного значения [86]  $H = 71$  км. Было обнаружено, что максимальный эффект во время затмения 11 августа 1999 г. произошел, когда эффективная высота параметра  $H$  составляла 79 км на трассе в 1245 км под прямым углом относительно трассы затмения. Также эти эффекты были исследованы в [89], где было отмечено увеличение высоты отражения: расчетное увеличение высоты отражения 4,85 км на трассе протяженностью более 10 000 км во время затмения 22 июля 2009 года и на 5,14 км на трассе менее 10 000 км при затмении 15 января 2010 года.

Сравнивая фазовые изменения при затмении между днем и ночью, в [91] получена максимальная фазовая задержка в 43% от общего среднесуточного изменения фазы, которая соответствует увеличению высоты эффективного отражения на 6,18 км на трассе в 2820 км. Кроме того, в работе [93] с помощью количественного соотношения между фазовой задержкой и изменением высоты отражения найдено увеличение высоты отражения СДВ около 3,75 км на трассе в 5761 км в течение затмения 1 августа 2008 года. Недавно в [95] оценили увеличение высоты отражения на 3 км на трассе в 4800 км для затмения 22 июля 2009 г., а также в [96] сообщается о трехкилометровом увеличении высоты отражения на трассе в 5700 км для затмения 15 января 2010 г.

Помимо наземных наблюдений во время солнечного затмения проводились ракетные измерения полной электронной концентраций, показавшие увеличение эффективной высоты отражения СДВ примерно на 9 и 8 км во время затмений, наблюдавшихся 12 ноября 1966 г. в Бразилии и 7 марта 1970 г. в Вирджинии, соответственно [86].

Стоит отметить, что во время полного солнечного затмения величина уменьшения амплитуды СДВ сигнала зависит от длины трассы, ее ориентации, времени затмения и степени затемнения [95]. Поэтому можно ожидать несколько иное снижение амплитуды сигнала для разных трасс распространения аналогичной протяженности.

Отметим, что неоднократно проводились исследования динамики параметров шумановского резонанса и смежных вопросов распространения КНЧ-волн в резонансной полости Земля-ионосфера в зависимости от солнечной освещенности – при смене дня и ночи [97; 98], рассматривался эффект солнечного терминатора [99; 100]. Также имеются немногочисленные работы по аналогичным исследованиям в СНЧ диапазоне с применением сигналов контролируемого источника на трассах большой протяженности (тысячи километров) при их пересечении линией солнечного терминатора [80; 100].

Однако, в отличие от смены дня и ночи, затенение ионосферы при солнечном затмении имеет характерные особенности. Во-первых, геометрические, поскольку Луна, как правило, перекрывает Солнце, уже полностью вошедшее над горизонтом. Во-вторых, область тени во время затмения, в отличие от области, ограниченной солнечным терминатором, достаточно локальна, а само явление непродолжительно. Кроме того, при перемещении тени вдоль ионосферы со сверхзвуковой скоростью, в ней возникают волновые гидродинамические возмущения, что подтверждают наблюдения гравитационных волн в ионосфере во время затмения [101–103].

Представленные далее результаты измерений 20 марта 2015 г. расширяют эмпирические данные о воздействии затмения на нижнюю ионосферу и связанных с этим особенностей распространения радиоволн на область сверхнизких частот.

### 3.2.1 Описание эксперимента

Источник СНЧ излучения располагался в северной части Кольского полуострова и представлял собой горизонтальный заземленный электрический диполь, ориентированный вдоль географической широты [21; 80]. Во время наблюдений генерировался СНЧ сигнал в диапазоне 81-84 Гц при амплитуде тока 270 А.

Прием излучаемого сигнала производился одновременно в четырех точках (табл. 2, рис. 3.4). При этом обс. Ловозеро, удаленная от источника на расстояние порядка высоты ионосферы, использовалась для контроля условий возбуждения

поля, поскольку СНЧ поле на таком расстоянии практически не испытывает влияния ионосферы (раздел 2.2).

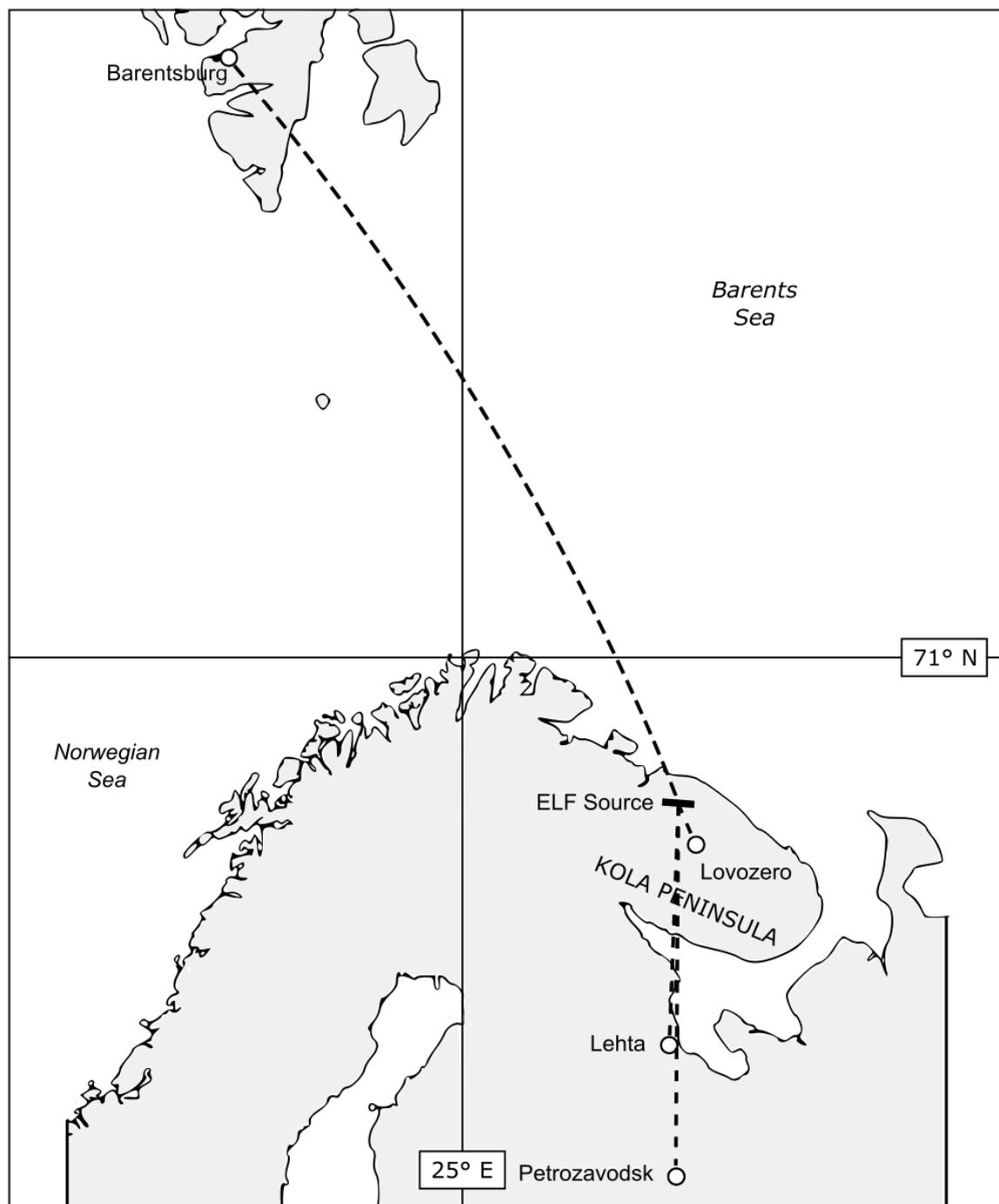


Рисунок 3.4 — География эксперимента.

Три основные точки измерений располагались на расстоянии от источника более 300 км, поэтому в них выполнялись измерения только горизонтальной магнитной компоненты квази-ТЕМ моды – единственной распространяющейся в волноводе Земля-ионосфера. Для измерений использовалась аппаратура,

состоящая из трехкомпонентного магнитометра с цифровой регистрацией сигнала с частотой дискретизации 512 Гц и привязкой к мировому времени по сигналам спутниковых навигационных систем. По своим характеристикам приемные комплексы, предназначенные для регистрации КНЧ-СНЧ полей в диапазоне 0.01-200 Гц, регулярно проходят калибровочные испытания. Горизонтальные магнитоиндукционные датчики ориентировались в месте установки по стрелке магнитной буссоли: датчик компоненты Н – на Север, компоненты D – на Запад.

Таблица 2 — Приемные пункты и особенности трасс распространения.

Пункт наблюдений, координаты	Дистанция, км	Азимут, градусы	Магнитное склонение, градусы	Тип подстилающей среды вдоль трассы, средняя проводимость, См/м
обс. Ловозеро (67°58' N, 35°04' E)	100	—	12	—
обс. Баренцбург (78°06' N, 14°14' E)	1200	340	3	Море, 10 <sup>0</sup>
п. Лехта (64°25' N, 33°58' E)	350	190	10	Кристаллический щит, 10 <sup>-5</sup> – 10 <sup>-4</sup>
обс. Петрозаводск (61°50' N, 34°19' E)	770	178	10	Кристаллический щит, 10 <sup>-4</sup>

Измерения СНЧ сигнала выполнялись в течение трех дней 19–21 марта 2015 г. для того, чтобы помимо наблюдения эффекта солнечного затмения, иметь возможность сопоставления результатов с двумя контрольными случаями в невозмущенных условиях. Для анализа полученных данных были выбраны промежутки времени 9-12 UT.

Полное солнечное затмение 20 марта 2015 г. наблюдалось в северном полушарии – начиная от Северной Атлантики (восточное побережье Канады) до Шпицбергена (обс. Баренцбург в данном эксперименте) и более северных регионов Арктики. Северо-запад европейской части России (Кольский п-ов, обс. Петрозаводск и Лехта) находился в области частичного затмения.

Перемещение затененной области происходило таким образом, что трассы распространения радиоволн Кольский п-ов-Шпицберген и Кольский п-ов-Карелия (рис. 3.4) попадали в нее с довольно незначительной разницей по времени. Более подробно времена наступления различных фаз затмения в точках наблюдений приведены в табл. 3.

Таблица 3 — Характерные времена и относительные величины затмения для каждой точки в эксперименте.

Пункт наблюдений	Начало, UT	Максимум, UT	Окончание, UT	Максимальная фаза, %
Источник, Ловозеро	09.14	10.18	11.22	86.9
Баренцбург	09.11	10.10-10.12	11.12	100
Лехта	09.12	10.18	11.24	78.6
Петрозаводск	09.11	10.18	11.24	73.5

Как видно из представленных данных, только в обс. Баренцбург максимальная фаза затмения наступила раньше примерно на 7 минут, а окончание затмения – на 10-12 минут, чем в остальных пунктах.

Концентрация электронов в D-области ионосферы, влияющей на распространение СНЧ волн в приземном волноводе, непосредственно связана со скоростью фотоионизации, вызываемой потоком солнечного света. В свою очередь, освещенность зависит от угла возвышения Солнца. В северных районах в марте максимальная высота Солнца над горизонтом в течение суток еще достаточно мала. В табл. 4 приведены углы возвышения Солнца в моменты начала и окончания затмения ( $\chi_0$ ,  $\chi_1$ ) и в максимальной фазе ( $\chi_{max}$ ).

Таблица 4 — Углы возвышения Солнца в пунктах наблюдения во время затмения.

Пункт наблюдений	Угол возвышения Солнца, градусы		
	$\chi_0$	$\chi_{max}$	$\chi_1$
Источник, Ловозеро	18.7	20.5	20.7
Баренцбург	8.2	10.1	11.3
Лехта	22.8	25.1	25.1
Петрозаводск	25.2	27.7	27.7

На рис. 3.5 приведены расчетные графики освещенности на поверхности Земли (при чистом небе) во время прохождения затмения в пунктах наблюдений, вычисленные с интервалами 15 минут с учетом степени перекрытия Солнца во время затмения.

Цифровая обработка результатов измерений производилась оценкой разности спектральной плотности мощности (СПМ) в узкой области, содержащей

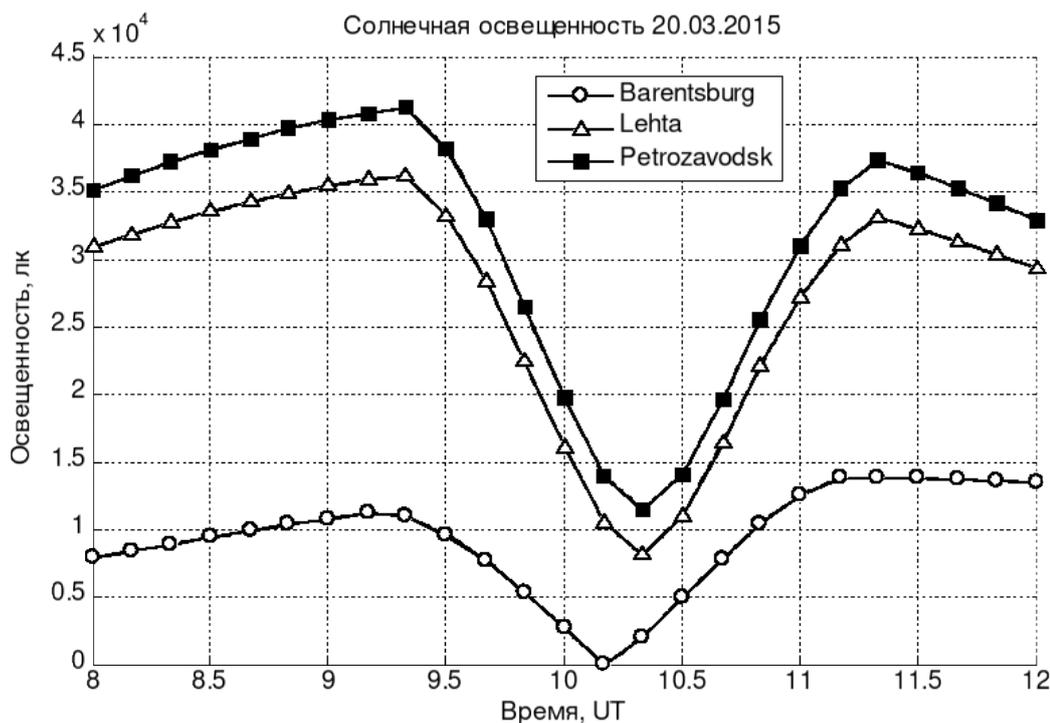


Рисунок 3.5 — Расчетные изменения освещенности во время солнечного затмения 20.03.2015.

рабочую частоту и СПМ шума, усредняемой в ближайшей окрестности рабочей частоты ( $\pm 2-3$  Гц). Был применен метод Уэлча [40] с окном Хэмминга на интервалах длительностью 5-20 мин. Подходящие параметры для этих алгоритмов в каждом случае подбирались индивидуально. В большинстве случаев ширина временного окна задавалась равной 60-120 с при перекрытии 50%. При таких параметрах достигалось удовлетворительное сглаживание результатов и соотношение сигнал-шум. Из оценки СПМ полезного сигнала находилась его средняя амплитуда на оцениваемом промежутке времени.

Для контроля условий возбуждения поля в волноводе Земля-ионосфера одновременно с измерениями в удаленных точках производились измерения магнитного поля вблизи источника – в обл. Ловозеро, где влиянием ионосферы можно пренебречь. На рис. 3.6 представлены графики амплитуды напряженности горизонтальной компоненты  $H_{NS}$ , измеренной 19–21 марта в промежутки времени 9–12 UT. На графиках амплитуды в каждом из дней нормированы на среднее значение каждой выборки.

По данным на рис. 3.6 видно, что за весь период наблюдений относительные вариации амплитуды генерируемого источником поля не превышали 1%, а в день солнечного затмения – 0.5%.

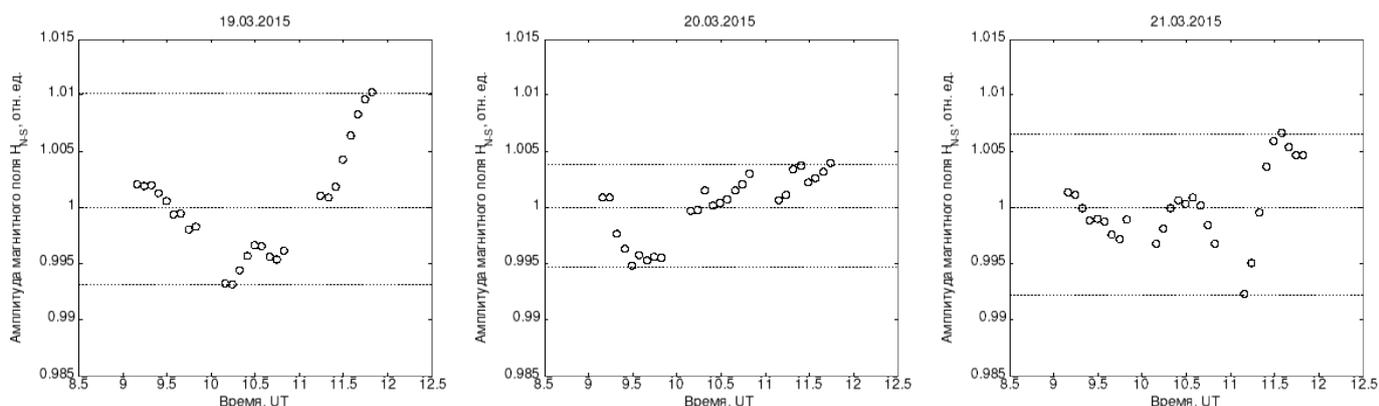


Рисунок 3.6 — Вариации амплитуды магнитного поля СНЧ источника в obs. Ловозеро 19-21.03.2015.

Оценочные расчеты компонент поля  $H$  и  $D$  для геометрии рассматриваемого эксперимента и при условно дневной ионосфере [32; 78], показывают, что в данном эксперименте во всех удаленных приемных пунктах амплитуда компоненты  $H$  будет преобладать по сравнению с компонентой  $D$ . Это подтвердилось и в измерениях, поэтому в дальнейшем для краткости будем рассматривать только компоненту  $H$ , измеренную с лучшим отношением сигнал-шум.

### 3.2.2 Результаты эксперимента и их интерпретация

На следующих рисунках (рис. 3.7–3.9) приведем результаты измерений амплитуды поля СНЧ источника в пунктах Баренцбург, Лехта и Петрозаводск в период солнечного затмения 20 марта 2015 г. с 9 до 12 UT. Значения на графиках даны для силы тока 1 А в антенне источника и обозначены кружками, сплошная кривая – результат сглаживания экспериментальных точек.

На рисунке видно, что измеренные в удаленных точках амплитуды магнитного поля СНЧ источника испытывают вариацию, по времени совпадающую с прохождением солнечного затмения в области измерений. Во всех пунктах устойчивое убывание амплитуды начинается в 9.30 UT, затем в промежутке 10.15-10.40 достигается минимум и начинается возрастание – примерно до 11.20 UT. Также обращает на себя внимание немонотонное поведение поля в промежутке 9.00-9.30, соответствующем начальной фазе затмения во всех пунктах наблюдений. При этом в obs. Баренцбург эта особенность наблюдается более явно. Трасса передатчик-Баренцбург проходит в основном над морем, в области, где импеданс

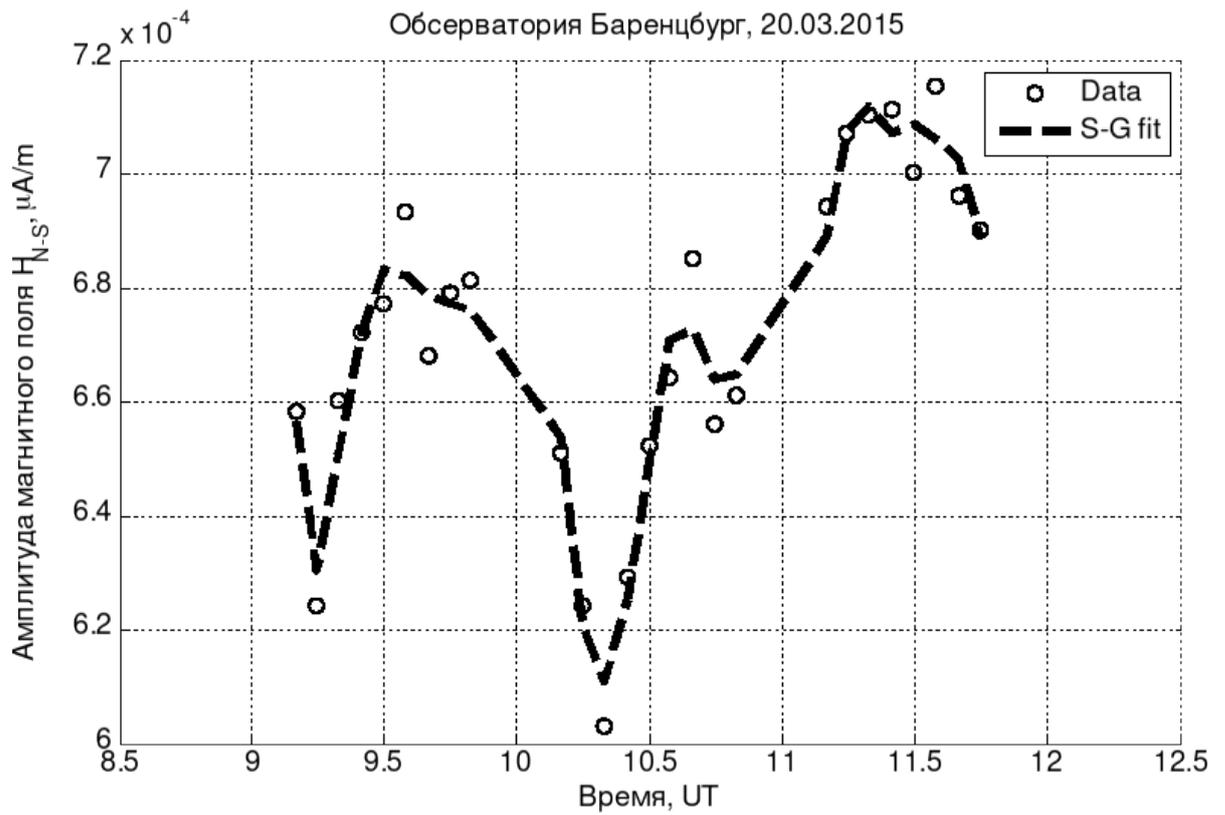


Рисунок 3.7 — Амплитуда магнитного поля (компонента Н) в obs. Баренцбург, 20.03.15.

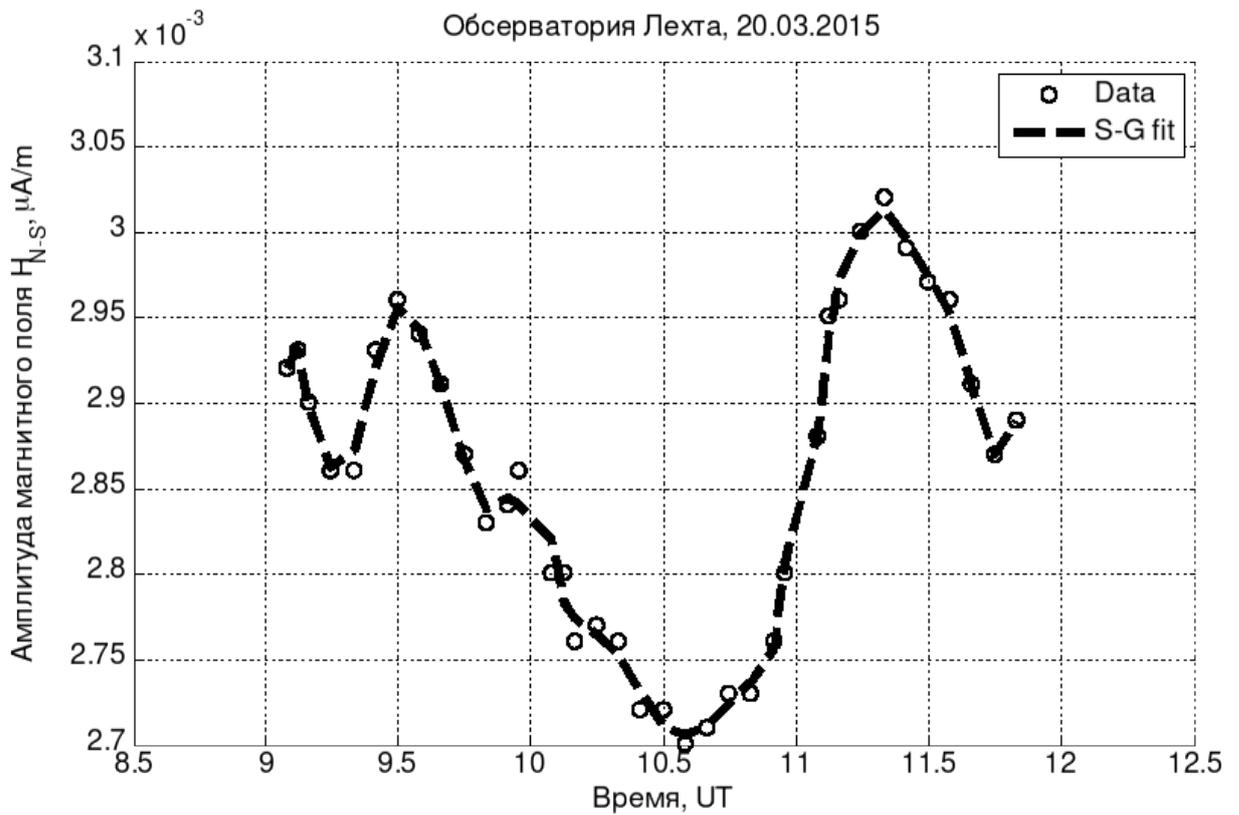


Рисунок 3.8 — Амплитуда магнитного поля (компонента Н) в obs. Лехта, 20.03.15.

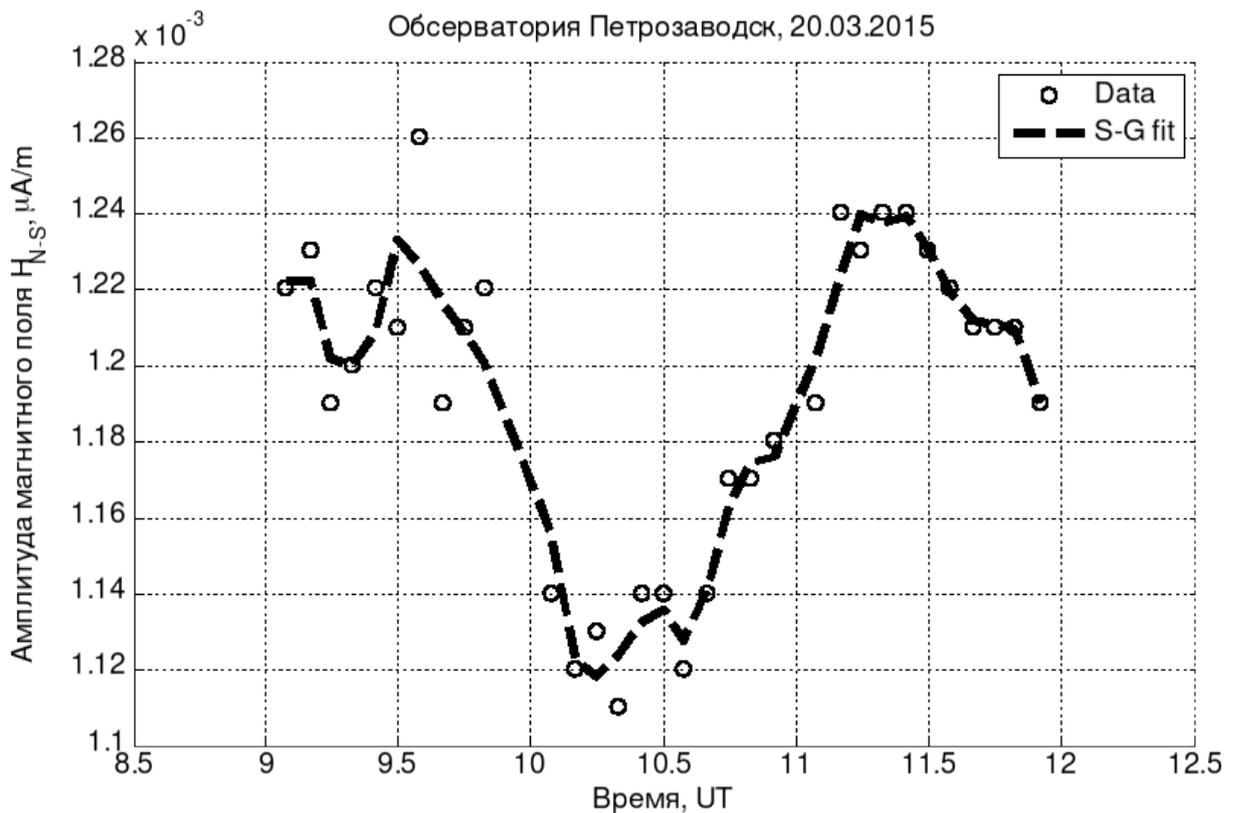


Рисунок 3.9 — Амплитуда магнитного поля (компонента Н) в obs. Петрозаводск, 20.03.15.

Земли мал по сравнению с импедансом ионосферы. Этим и обуславливается большая чувствительность поля в Барцебурге к изменениям в ионосфере.

Значительное уменьшение потока солнечного излучения во время затмения меняет концентрацию электронов в ионосферном слое D и нижней части слоя E, определяющих свойства волновода Земля-ионосфера в СНЧ диапазоне. В отличие от ночных условий, полное затенение ионосферы во время затмения происходит в достаточно локальной области, которая к тому же перемещается вдоль поверхности Земли со сверхзвуковой скоростью. Наибольший диаметр области полного затмения 20 марта 2015 составлял, к примеру, около 500 км, а максимальная длительность затмения для неподвижного наблюдателя на поверхности Земли составила 167 с. Поэтому, а также из-за остаточной засветки ионосферы, условия распространения радиоволн во время солнечных затмений могут лишь в определенной степени приближаться к ночным, как правило, не достигая их. Концентрация электронов и ионов в равновесной атмосфере связана со скоростью фотоионизации [83], а следовательно, и с потоком солнечного излучения ( $L\alpha$ , ультрафиолет с длинами волн 1027-1118 Å, жесткий рентген 2-8 Å). Однако в нижней

части D-слоя значимую роль играет также ионизирующее действие космических лучей [104; 105].

Несмотря на то, что адекватное описание изменений структуры D-области ионосферы во время солнечного затмения достаточно сложно, качественно можно заключить, что резкое падение концентрации заряженных частиц вследствие уменьшения солнечной освещенности увеличивает действующую высоту отражающего ионосферного слоя, что наблюдалось, например, в исследованиях шумановского резонанса при смене дня и ночи [106].

Для наглядности физической трактовки полученных результатов целесообразно модифицировать вид волноводных формул (3.2)-(3.3) из раздела 3.1

$$H_{\varphi} \sim \frac{\sqrt{v_{ph}}}{h} \exp(-\alpha\rho), \quad (3.7)$$

$$H_{rho} \sim \frac{v_{ph}^{3/2}}{h} \exp(-\alpha\rho). \quad (3.8)$$

Отсюда видно, что изменение высоты ионосферы уменьшает амплитуду поля, что и наблюдалось в эксперименте.

Минимумы амплитуды поля во всех пунктах наблюдались близко по времени к максимальной фазе затмения – в промежутке 10.10-10.35 UT. К сожалению, ограниченная точность измерений, в особенности в obs. Баренцбург, не позволяет оценить положение минимумов лучше. Строго говоря, с уменьшением расстояния от источника точность выражений (3.7)-(3.8) ухудшается, кроме того, фазовая скорость и затухание так же связаны с высотой ионосферы и ее эффективной проводимостью. Однако для выбранных нами трасс не превышающих 1000 км вариации параметров  $\alpha\rho$  при переходе от дня к ночи не превышают нескольких процентов и  $\exp(-\alpha\rho)$  можно заменить единицей.

Сопоставляя вариации амплитуды, наблюдаемые в трех удаленных пунктах, по времени и величине, нормируем приведенные выше сглаженные кривые для всех трех станций на их средние значения (рис. 3.10).

Как видно на рисунке, уменьшение амплитуды поля относительно начальной величины (на 9.30 UT) наблюдалось в Баренцбурге – 11-12%, а в Лехте и Петрозаводске оно было практически одинаковым и составило 8-9%. Кроме того, в поведении поля отчетливо видна зависимость от изменения угла возвышения за время измерений. В Петрозаводске и Лехте высота Солнца практически не менялась, поскольку измерения практически совпали с местным астрономическим

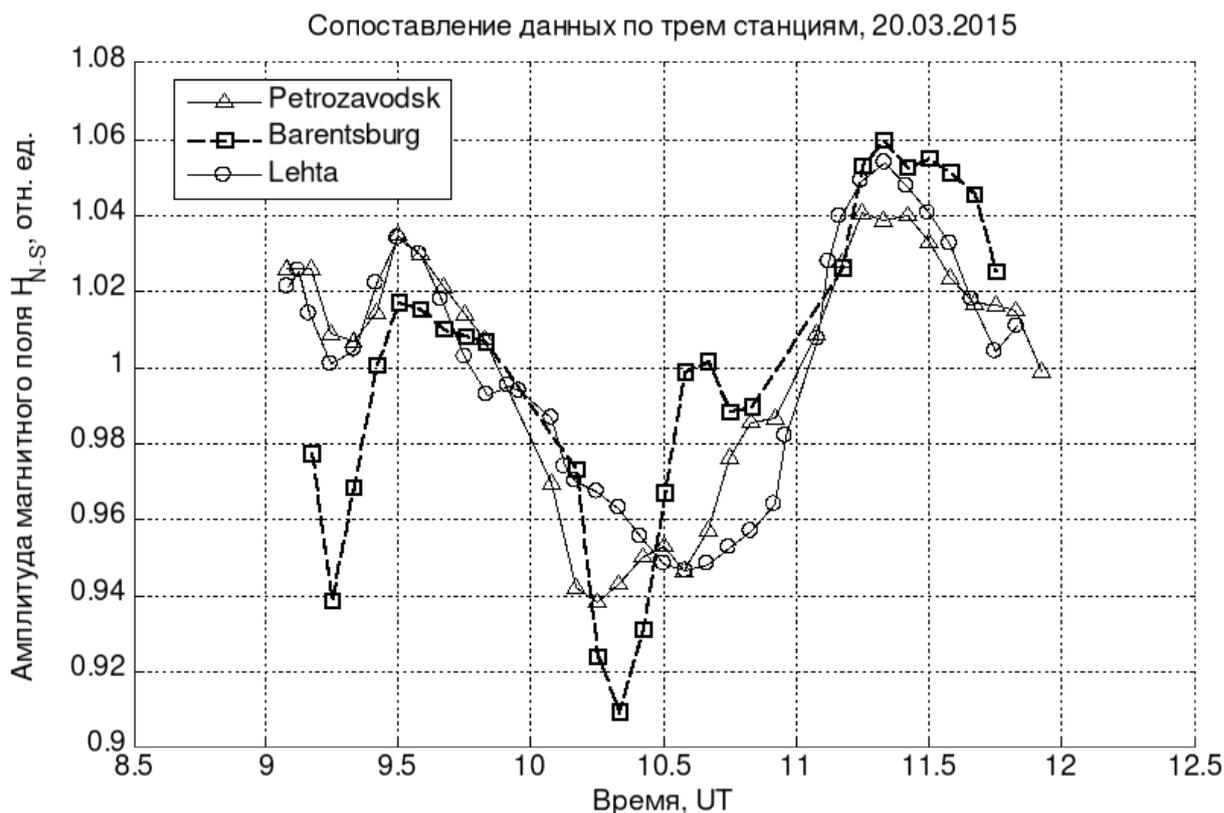


Рисунок 3.10 — Относительные вариации поля в пунктах наблюдений во время затмения.

полднем. В Баренцбурге Солнце поднялось на  $3^\circ$ , что при малых углах возвышения дает значимый эффект в освещенности и влияет на условия распространения СНЧ волн.

В заключение рассмотрим сопоставление поведения поля во время затмения с двумя контрольными днями – до затмения и после. Данные обс. Петрозаводск приведены на рис. 3.11 и нормированы на их средние значения по промежуткам 9.00-9.30 UT и 11.30-12.00 UT.

Как видим на рисунке 3.11, в спокойные дни поведение поля сходное, амплитуда имеет максимум в промежутке 10.20-10.40 UT, что объясняется прохождением в это время Солнцем наивысшей точки, и эффективная высота ионосферы минимальна. В то же время, при наступлении солнечного затмения наблюдается значительное отличие временного хода с существенным минимумом примерно во время максимальной фазы затмения, что более подробно обсуждалось выше. Этот график показывает значимость эффекта на фоне невозмущенных условий распространения радиоволн в волноводе Земля-ионосфера. Сравнивая поведение амплитуды поля во время затмения с обычным невозмущенным днем на рис. 3.11, видим, что реальное падение амплитуды вблизи максимальной фазы затмения в

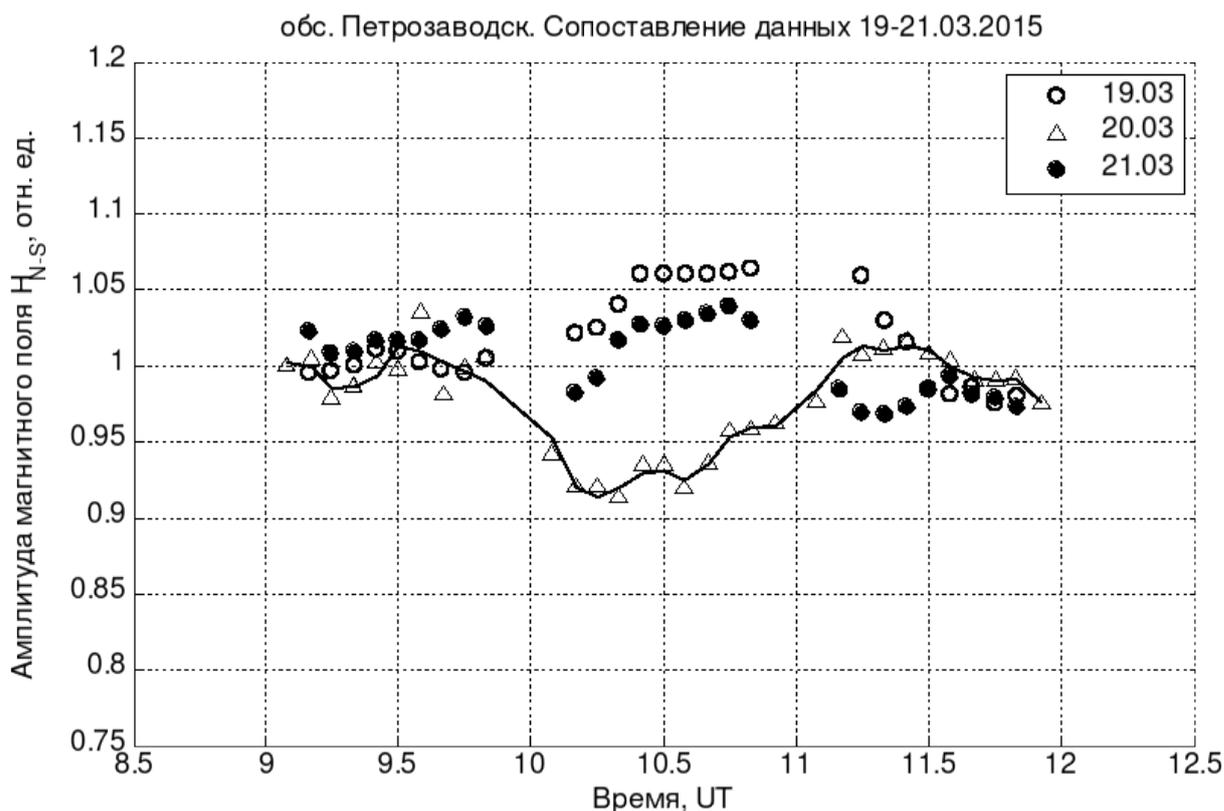


Рисунок 3.11 — Поведения поля во время затмения (треугольники, сглаженная кривая) и двух спокойных дней (кружки).

промежутке 10.10-10.30 UT составляет на 4-5% большую величину, чем в начальной фазе (9.30 UT).

В монографии [107] показаны некоторые типичные расчетные значения дневных и ночных отношений  $c/v_{ph}$ . Для частоты 82 Гц они равны 1,14 и 1,25, соответственно. В высоких широтах в марте из-за малого угла возвышения Солнца дневное значение  $c/v_{ph}$  немного выше, т.е. ближе к ночному. Как указывалось ранее, при максимальном затмении условия распространения похожи на ночные, но все же отличаются из-за непродолжительности и локальности процесса. Мы предположим, что значения  $c/v_{ph}$  в начале и при максимальном затмении равны 1,19 и 1,22, соответственно. Затем, используя формулу (3.8) и данные об изменении амплитуды рис. 3.11, оценим изменение высота волновода в максимуме затмения (индексы “max”) относительно высоты в начале (индексы “0”). Учитывая, что трасса идущая к Баренцбургу проходит через высокоширотную область, где в образовании ионосферы играют существенную роль как перенос плазмы, так и высыпание корпускулярных частиц, рассмотрим более простую ситуацию,

относящуюся, например к Петрозаводску

$$\frac{h_{max}}{h_0} \approx \frac{H_0}{H_{max}} \left( \frac{c/v_{ph_{max}}}{c/v_0} \right)^{3/2} \approx \frac{1,04}{0,94} \left( \frac{1,22}{1,19} \right)^{3/2} \approx 1,15.$$

Эффективная высота волновода в классических формулах [78] примерно равна нижнему значению характерной высоты в методе двумерного телеграфного уравнения [37]. Используя данные моделирования (Таблица 1) и формулу (21) из [37], находим,  $h_0 \approx 60$  км, что соответствует среднему значению для дневной ионосферы в КНЧ диапазоне. Поэтому на максимуме затмения эффективная высота ионосферы увеличилась до 69 км.

Примерно такое же значение получено в ранних работах по СДВ диапазону [108] и из анализа естественных низкочастотных шумов [86]. Более точные оценки требуют рассмотрения специфики высокоширотной ионосферы, например, использования двухэкспоненциального коленоподобного профиля проводимости [97]. Также следует учитывать влияние низкой проводимости грунта на субавроральную трассу.

### 3.2.3 Заключение

В работе рассмотрены новые результаты наблюдений влияния солнечного затмения на нижнюю ионосферу и на условия распространения радиоволн в приземном волноводе, впервые полученные с использованием контролируемого источника СНЧ диапазона. Измерения в областях как частичного, так и полного затмения показали, что амплитуда поля источника во время затмения изменялась на 10-15% практически синхронно с перекрытием Солнца Луной, чего не наблюдалось в то же время суток в предыдущий и следующей за затмением дни.

Уменьшение солнечной радиации замедляет фотоионизацию в нижней ионосфере, меняя структуру волновода. В литературе имеются сведения о том, что это выражается главным образом в увеличении эффективной высоты отражения СНЧ волн в D-области ионосферы. Результаты измерений в нашем эксперименте качественно подтверждают такой механизм. В дальнейшем целесообразно более детально рассмотреть изменение профиля концентрации электронов во время затмения на высотах области E и в верхней части D-слоя,

где ионизация солнечной радиацией является преобладающей. Также во время наблюдения затмения в обл. Баренцбург было отмечено изменение амплитуды СНЧ поля, связанное с увеличением угла возвышения Солнца.

Полученные результаты отражают чувствительность радиоволн СНЧ диапазона, распространяющихся в волноводе Земля-ионосфера к состоянию ионосферы и к ее изменениям при смене условий освещенности Солнцем, и показывают потенциальные возможности использования контролируемых СНЧ источников для мониторинга состояния нижней ионосферы.

### **3.3 Изменения фазы сверхнизкочастотного магнитного поля на разломной тектонике**

#### **3.3.1 Введение**

С 1974 по 1990 годы на Кольском полуострове в ходе экспериментов по электромагнитному зондированию земной коры с применением МГД-генератора [109; 110] были обнаружены протяженные высокопроводящие каналы, по которым электрический ток источника распространялся в горизонтальном направлении.

В 2009 году выполнен эксперимент по электромагнитному зондированию земной коры Кольского полуострова с использованием мощного стационарного источника излучения СНЧ-диапазона и создана модель исследуемой области, включающая токопроводящие каналы [111]. В эксперименте наблюдалось существенное превышение амплитуды вертикальной компоненты магнитного поля над горизонтальными компонентами. Этот результат авторы объяснили разломной тектоникой исследуемой области и циркуляцией тока по разломам, которые образуют высокопроводящие каналы, замыкающиеся через море.

В предшествующих работах анализировались измеренные амплитуды электрического и магнитного полей, а их фазовая структура в исследуемых областях не изучалась. В то же время фазы компонент магнитного поля вдоль протяженной трассы хорошо отражают расположение токопроводящих структур, и поэтому их анализ является эффективным методом для изучения структуры земной коры.

Фазовые измерения требуют качественной синхронизации систем регистрации данных приемной и излучающей аппаратуры. Для проведения этих измерений в ПГИ КНЦ РАН была разработана аппаратура, использующая для прецизионной синхронизации данных сигналы спутниковых навигационных систем ГЛОНАСС/GPS.

С применением этой аппаратуры в 2010 году на Кольском полуострове был проведен эксперимент по измерению фаз трех компонент магнитного поля по двум пересекающимся трассам.

### 3.3.2 Описание эксперимента и его результаты

Для проведения экспериментальных работ был выбран район Кольского полуострова, геологическое строение которого описано в частности в [74; 109; 112], и определены две трассы измерений (рис. 3.12). Первая трасса длиной 27 км проходила практически параллельно антенне в широтном направлении, а вторая трасса длиной 31 км – в меридиональном направлении и пересекала первую в ее центре. Расстояния между точками измерений составляли 5-8 км. Трассы проходили через известные геологические разломы средней части Кольского полуострова. Источником электромагнитного поля в эксперименте являлась антенна в виде горизонтального заземленного диполя длиной около 60 км, ориентированная с запада на восток и нагруженная на мощный квазимонохроматический генератор СНЧ-диапазона. Электромагнитное поле излучалось последовательно на трех частотах: 41, 62 и 82 Гц с длительностью на каждой частоте около 10 минут.

Компоненты магнитного поля регистрировались трехкомпонентным индукционным магнитометром. Датчики были расположены взаимно ортогонально и ориентированы таким образом, чтобы датчик компоненты  $H_{NS}$  был направлен вдоль магнитного меридиана. Для определения положения датчиков в географической системе координат в месте их установки измерялось магнитное склонение с помощью двухчастотного приемника СНС ГЛОНАСС/GPS и теодолита. Измерение разности фаз между компонентами напряженности магнитного поля и током в антенне реализовано идентичными системами регистрации и сбора. Для краткости далее в тексте под понятием “фаза” будет подразумеваться разность фаз

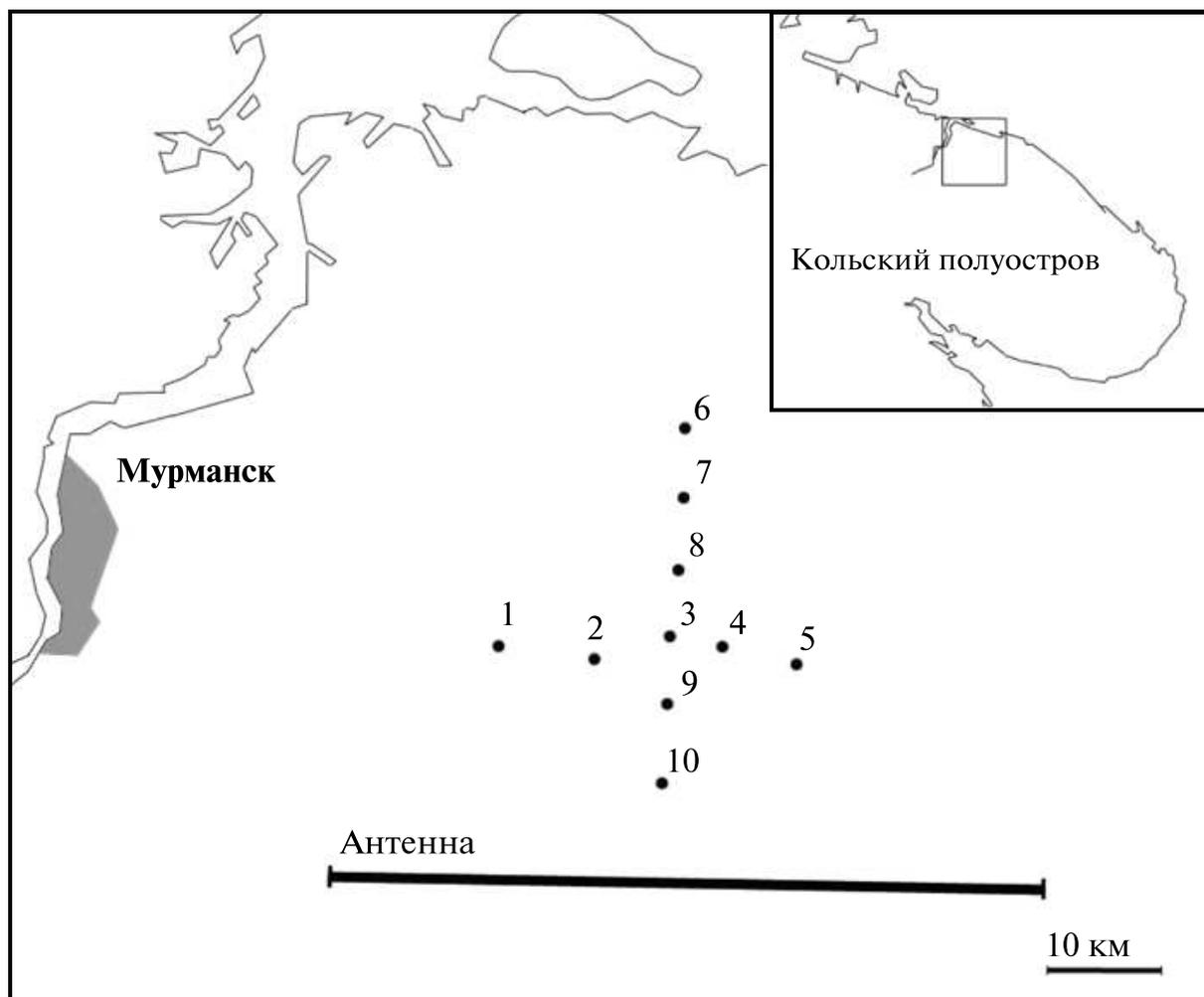


Рисунок 3.12 — Схема эксперимента.

между компонентами напряженности магнитного поля и током в антенне. Аналоговые сигналы оцифровывались 22-битным АЦП с частотой дискретизации около 514 Гц и сохранялись в файлах на компьютере [113]. Привязка данных ко времени UT осуществлялась по сигналам СНС ГЛОНАСС/GPS [114] с погрешностью не более 1 мкс, что обеспечивало погрешность измерения разности фаз не более  $\pm 0.15^\circ$ .

В общем виде фаза  $k$ -той компоненты  $\Phi_k$  магнитного поля относительно тока в источнике вычисляется следующим образом

$$\Phi_k = \varphi_k(t) - \varphi_i(t),$$

где  $\varphi_k(t)$  – измеренная фаза  $k$ -той компоненты магнитного поля,  $\varphi_i(t)$  – измеренная фаза тока в антенне.

Так как данные представлены в виде дискретных временных рядов, то можно получить разность фаз с помощью вычисления фазового спектра  $\Phi_k[n]$ , который определяется из произведения дискретного преобразования Фурье

(ДПФ) временного ряда значений  $k$ -ой компоненты поля  $s_k[n]$  и комплексно-сопряженного ряда ДПФ значений силы тока  $s_i[n]$

$$\Phi_k[n] = \arg(s_k[n]s_i[n]^*).$$

Искомая фаза  $k$ -той компоненты магнитного поля на исследуемой частоте  $f_0$  является членом ряда  $\Phi_k[n]$  с соответствующим индексом

$$n = n_{f_0} = f_0 \frac{N}{f_s},$$

где  $N$  – количество элементов ряда  $\Phi_k[n]$ ,  $f_s$  – частота дискретизации.

Вследствие особенностей систем регистрации частоты дискретизации напряженности магнитного поля и тока в антенне отличались, но не более чем на 0.05 Гц, поэтому на первом этапе обработки массивы данных были приведены к единой частоте дискретизации дополнением нулями ДПФ каждого из сигналов с последующим обратным ДПФ. Обработка скорректированных временных рядов для оценки фазовых спектров производилась на интервалах длительностью 10 секунд с последующим усреднением результатов и определением границ доверительных интервалов при доверительной вероятности 95%.

На рис. 3.13 и рис. 3.14 представлены распределения фаз трех компонент магнитного поля по двум трассам измерений. Доверительные интервалы измеренных фаз не превышают величины  $\pm 0.11^\circ$ . На графиках видно, что вдоль обеих трасс фазы горизонтальных компонент  $H_{NS}$  и  $H_{WE}$  существенно не изменяются (за исключением точек 4 и 5 компоненты  $H_{WE}$  по широтной трассе). В то же время фаза вертикальной компоненты  $H_Z$  в точках 3 и 4 значительно отличается от своих значений в других точках. На разных частотах это отличие составляет величину от  $145^\circ$  до  $185^\circ$ .

Для интерпретации экспериментальных результатов была выполнена теоретическая оценка распределения фазы магнитного поля по выбранным трассам измерений. В расчетах антенна представлена горизонтальным заземленным диполем длиной  $2L = 60$  км. Так как измерения выполнялись на Мурманском блоке, характеризуемому низкой проводимостью, то подстилающая среда аппроксимирована двумя слоями, где верхний слой имеет проводимость  $5 \cdot 10^{-5}$  См/м и толщину 2 км, а нижний – проводимость  $10^{-6}$  См/м и простирается на бесконечную глубину. Расчеты проводилась на частотах 41, 62 и 82 Гц.

Для вычисления напряженности магнитного поля на поверхности Земли, возбуждаемого линейной заземленной антенной, воспользуемся материалом из

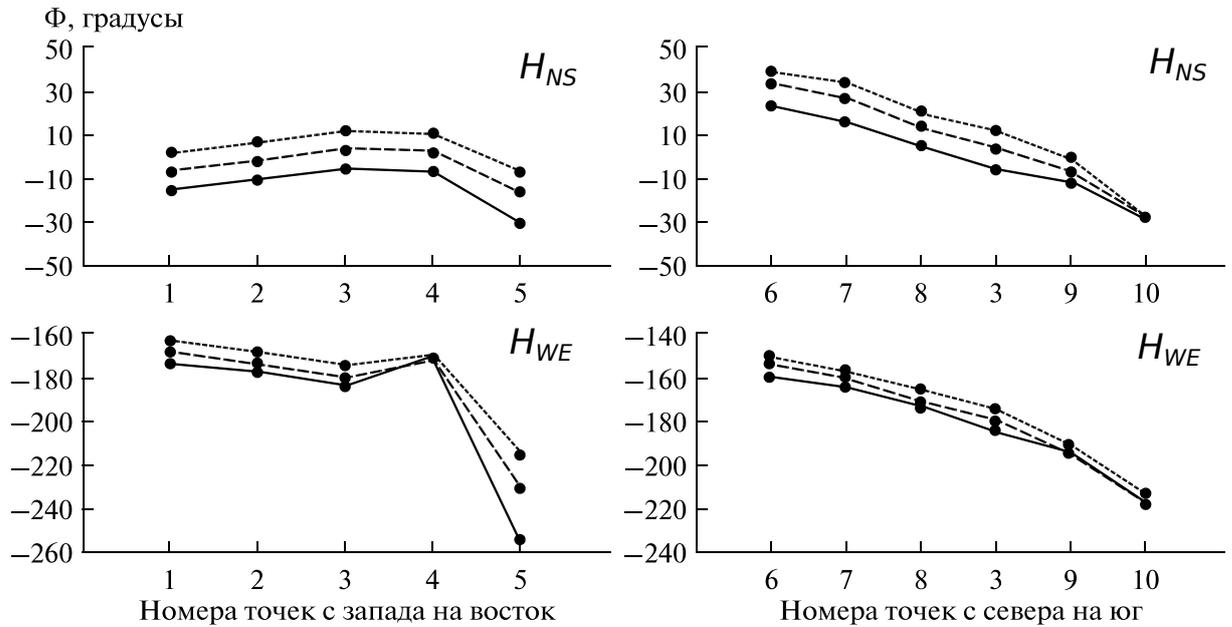


Рисунок 3.13 — Распределения фаз горизонтальных компонент магнитного поля  $H_{NS}$  и  $H_{WE}$  по широтной и меридиональной трассам. Сплошная линия – частота 41 Гц, пунктирная линия – 62 Гц, точечная линия – 82 Гц.

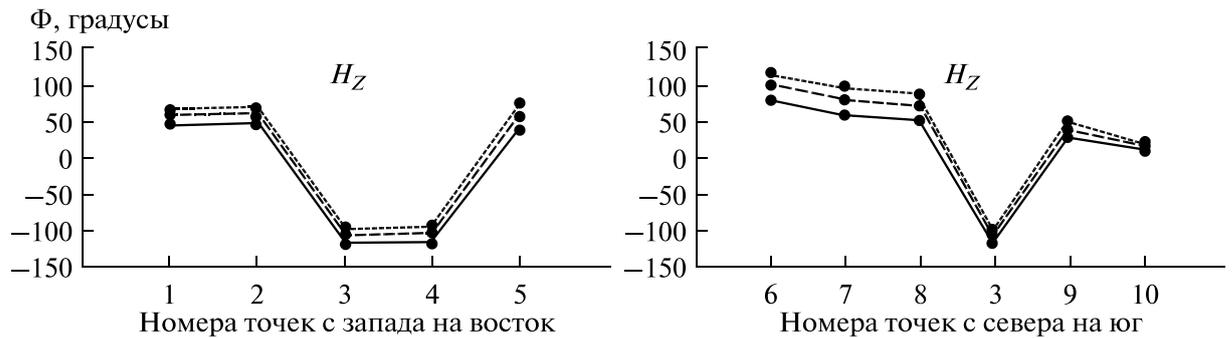


Рисунок 3.14 — Распределения фазы вертикальной компоненты магнитного поля  $H_Z$  по широтной и меридиональной трассам. Сплошная линия – частота 41 Гц, пунктирная линия – 62 Гц, точечная линия – 82 Гц.

раздела 1.5. Компоненты магнитного поля  $H_{NS}$ ,  $H_{WE}$  и  $H_Z$  получаются в результате интегрирования поля элементарного диполя (формула (1.101)). В результате для границы воздух-Земля получаем следующие формулы

$$H_y = \frac{J}{4\pi} \left\{ \int_{-L}^L \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\infty} \left( \alpha_0 + \frac{\lambda}{\nu_0} \right) \exp(-\nu_0 z) J_0(\lambda \rho_\eta) d\lambda d\eta + \right. \\ \left. + \frac{x - \eta}{\rho_\eta} \frac{\partial}{\partial \rho_\eta} \int_0^{\infty} \eta_0 \exp(-\nu_0 z) \frac{1}{\lambda} J_0(\lambda \rho_\eta) d\lambda \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L} \right\} \Big|_{z \rightarrow +0},$$

$$H_x = \frac{J}{4\pi} \frac{y}{\rho_\eta} \frac{\partial}{\partial \rho_\eta} \int_0^\infty \eta_0 \exp(-\nu_0 z) \frac{1}{\lambda} J_0(\lambda \rho_\eta) d\lambda \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L} \Big|_{z \rightarrow +0},$$

$$H_z = -\frac{J}{4\pi} \int_{-L}^L \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \left( \alpha_0 + \frac{\lambda}{\nu_0} \right) \exp(-\nu_0 z) J_0(\lambda \rho_\eta) d\lambda d\eta \Big|_{z \rightarrow +0},$$

где обозначение  $\rho_\eta = \sqrt{(x - \eta)^2 + y^2}$  уже ранее использовали в разделе 1.2. Коэффициенты  $\alpha_0$  и  $\eta_0$ , входящие в выражения, определяются формулами (1.97) и (1.98). По рассчитанным величинам  $H_y$  и  $H_x$  с учетом магнитного склонения можно вычислить амплитуды  $H_{NS}$ ,  $H_{WE}$  и  $H_Z$  и фазы  $\Phi_{NS}$ ,  $\Phi_{WE}$ ,  $\Phi_Z$ .

Вычисления показали, что расчетные кривые пространственного распределения фазы двух компонент магнитного поля  $H_{NS}$  и  $H_Z$  имеют слабые вариации, связанные с географическим расположением точек измерений относительно антенны. Зависимость фазы от частоты для всех компонент выражена незначительно и имеет монотонный характер. В качестве примера на рис. 3.15 приведен результат модельных вычислений фазы вертикальной компоненты магнитного поля  $H_Z$  по широтной трассе. В то же время результаты вычислений фазы компоненты  $H_{WE}$  показывают, что по мере приближения к точке 5 по широтной трассе, находящейся практически напротив центра антенны, она изменяется на величину, достигающую  $80^\circ$ . То же наблюдается и в экспериментальных результатах. Теоретические и экспериментальные распределения фазы компоненты  $H_{WS}$  показаны на рис. 3.16. Так как распределения фазы на всех частотах практически подобны, то чтобы не загромождать рисунок, приведены результаты только на частоте 41 Гц.

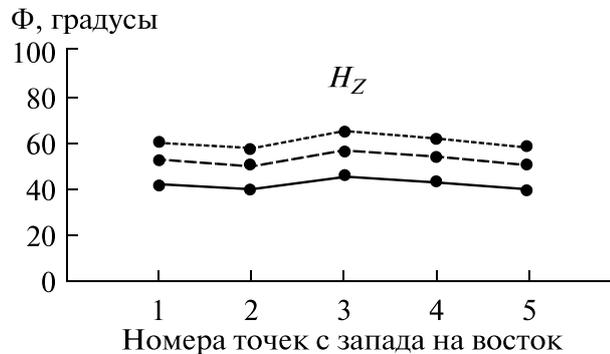


Рисунок 3.15 — Теоретическая оценка распределения фазы вертикальной компоненты магнитного поля  $H_Z$  по широтной трассе. Сплошная линия – частота 41 Гц, пунктирная линия – 62 Гц, точечная линия – 82 Гц.



Рисунок 3.16 — Сравнение экспериментальных данных (сплошная линия) и результатов теоретической оценки (пунктирная линия) для распределения по широтной трассе фазы компоненты магнитного поля  $H_{WE}$  на частоте 41 Гц.

Таким образом, распределения фаз горизонтальных компонент напряженности магнитного поля  $H_{NS}$  и  $H_{WE}$ , полученные при проведении эксперимента, в целом соответствует модели двухслойной горизонтально однородной среды. Незначительные отличия экспериментальных и теоретических данных можно объяснить неоднородностью проводимости земной коры вдоль трассы измерений.

На рис. 3.17 представлены экспериментальные данные и результаты расчетов распределения фазы вертикальной компоненты магнитного поля  $H_Z$ . Из рисунка следует, что фаза  $H_Z$  вдоль трасс кроме точек 3 и 4 близка к расчетным значениям. В этих точках наблюдаются значительные отличия эксперименталь-

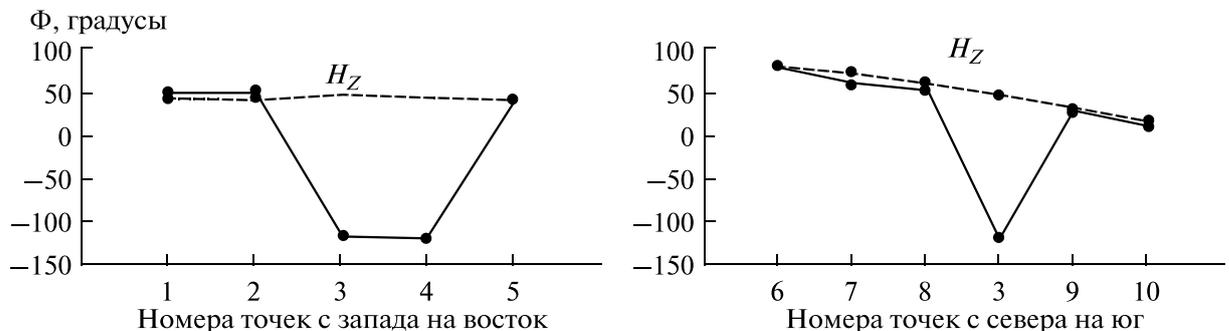
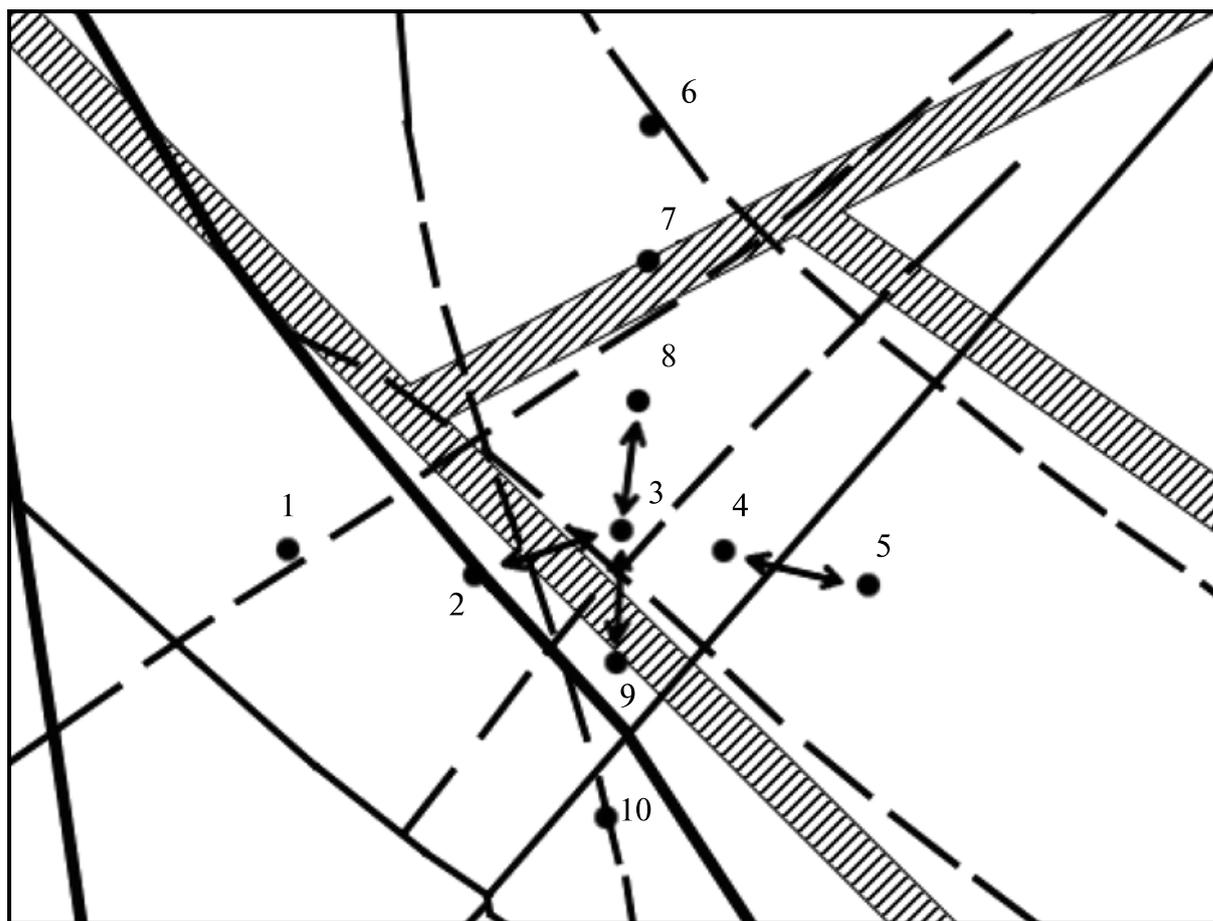


Рисунок 3.17 — Сравнение экспериментальных данных (сплошная линия) и результатов теоретической оценки (пунктирная линия) для распределений по широтной и меридиональной трассам фазы вертикальной компоненты магнитного поля  $H_Z$  на частоте 41 Гц.

ных данных от результатов теоретических расчетов. Это можно объяснить тем, что точки, между которыми происходит скачок фазы, находятся по разные стороны от некоторого горизонтального проводника с током, находящимся в земной коре и гальванически связанным с излучающей антенной. Это предположение

также объясняет отсутствие резких изменений фаз горизонтальных компонент поля.

В работе [111] авторами высказана гипотеза, согласно которой протяженными проводящими структурами исследуемой области могут быть геологические разломы. На рис. 3.18 представлены геологические разломы района исследований по данным геологической карты Кольского полуострова [115], проводящие структуры [111], а также трассы измерений, на которых нанесены области, где наблюдаются скачки фазы вертикальной компоненты магнитного поля.



Условные обозначения

-  Геологические разломы достоверные
-  Геологические разломы предполагаемые
-  Проводящие структуры теоретической модели из [Велихов и др., 2011]
-  Области, где наблюдаются скачки фазы вертикальной компоненты магнитного поля

Рисунок 3.18 — Сравнение результатов эксперимента с проводящими структурами [111] и геологическим строением региона.

Изменения фазы вертикальной компоненты магнитного поля между точками 2 и 3, 3 и 9 (рис. 3.18), хорошо согласуются с проходящей через эту область проводящей структурой. Однако между точками 3 и 8, где происходит скачок фазы, проводящих структур нет. Возможно, проводящую структуру, проходящую с юго-запада на северо-восток в районе точки 7, следует переместить южнее в район между точками 3 и 8. В области между точками 4 и 5 проводящие структуры также отсутствуют. Поскольку в [111] были смоделированы лишь крупномасштабные образования, то такие изменения, возможно, не повлияют существенным образом на результаты этого моделирования.

Резкие изменения фазы вертикальной компоненты магнитного поля между точками 2 и 3, 3 и 9, 4 и 5 хорошо согласуются с расположением разломов (рис. 3.18). Область между точками 3 и 8, где фаза также изменяется, имеет согласно рисунку однородное геологическое строение, но при этом южнее точки 3 с юго-запада на северо-восток проходит предполагаемый разлом. Для согласования результатов эксперимента этот разлом, вероятно, следует переместить в область между точками 3 и 8, где наблюдается изменение фазы.

### 3.3.3 Выводы

Представлены результаты эксперимента по измерению пространственного распределения фазы магнитного поля от контролируемого источника излучения сверхнизкочастотного диапазона на разломной тектонике. В отличие от медленных изменений фазы поля, характерных для горизонтально-слоистых сред, в измеренной вертикальной компоненте магнитного поля обнаружены резкие изменения фазы величиной около  $180^\circ$ . Сопоставление областей, в которых наблюдались такие резкие изменения, с геологическими разломами позволяет сделать вывод о наличии высокопроводящих структур в разломах.

Результаты позволили уточнить положение разломов с токопроводящими структурами в области исследований и показали высокую эффективность определения расположения этих разломов на основе прецизионных измерений фаз компонент напряженности магнитного поля [116].

### 3.4 Электромагнитное зондирование мощным удаленным источником Кольского залива Баренцева моря

#### 3.4.1 Введение

Морские электромагнитные исследования являются одной из важных составляющих частей морской геофизики. Проведение таких работ на больших неизученных пространствах, составляющих 70.8% поверхности Земного шара, представляет большой научный интерес как в фундаментальном, так и в прикладном аспектах. Серьезное значение придается исследованиям пространственно-временных характеристик электромагнитного поля в море, как одного из геофизических полей.

Подобные исследования позволяют проводить изучение глубинного геоэлектрического строения морского дна (геоэлектромагнитное зондирование) с целью выяснения строения и динамики океанической литосферы и верхней мантии, а также поиска полезных ископаемых. Это становится чрезвычайно актуальным в связи с возрастающими потребностями в различных видах минерального и углеводородного сырья и быстрым истощением его запасов на континентах. Изучение глубинного распределения электропроводности в море дает ценную, а иногда и уникальную информацию о состоянии недр, недоступную другим геофизическим методам.

Несмотря на очевидную актуальность морских электромагнитных исследований и их большую теоретическую проработку, экспериментальных работ на акваториях морей и океанов за прошедшее время проведено мало. Основные причины такого положения – естественные технологические трудности, связанные со специфическими условиями и высокой стоимостью исследований. В тоже время морские электромагнитные методы становятся в последнее время важным инструментом донного картирования, например [117; 118]. Они основаны на приеме донными станциями как естественного электромагнитного поля, так и от контролируемых буксируемых источников. Существует ряд типов автономных донных станций, измеряющих четыре или пять компонент поля (четыре – горизонтальные электрические и магнитные, пятая – вертикальная магнитная), и несколько типов погружаемых источников [119–124]. Отметим, что несмотря на имеющийся

позитивный опыт использования мощных стационарных контролируемых источников для повышения глубинности наземных геоэлектрических исследований, например [111], в мировой практике морской геоэлектрики такие источники не используются.

В связи с этим проведение новых морских экспериментов и создание современных измерителей электромагнитных полей позволит решить ряд важных фундаментальных и прикладных задач, стоящих перед практикой

### **3.4.2 Влияние разломной тектоники на структуру естественного низкочастотного электромагнитного поля в Кольском заливе**

Для отработки методов измерения естественных электромагнитных полей на морском дне и интерпретации полученных данных был выбран район Кольского залива с известной геолого- геофизической структурой.

Кольский залив расположен на побережье Баренцева моря, которое представляет собой возвышенную, расчлененную денудационную равнину высотой 150-200 м, повышающуюся к югу и круто обрывающуюся к северу. По геоморфологической классификации этот участок Мурманского побережья относится к типу фиордовых берегов [125]. Фиорды представляют собой узкие длинные и глубокие заливы со скалистыми берегами и крутыми подводными склонами. Кольский залив – это вытянутая субмеридиональная тектоническая структура, для очертаний которой характерны коленчатые изгибы, обусловленные участием в ее строении и формировании разломов северо-северо-западного и северо-восточного простирания. В геологическом отношении Кольский фиорд наложен на два крупных тектонических блока – северный представлен архейскими гранитоидами, южный – слюдяными и гранатовыми гнейсами. Древние породы перекрыты четвертичными отложениями, представленными фациями наиболее молодой верхневалдайской морены.

Для исследования влияния разломной тектоники на структуру естественного электромагнитного поля в Кольском заливе в сентябре 2012 г. был проведен эксперимент по одновременной регистрации поля в ряде точек измерений на Кольском полуострове и в заливе. Первая точка измерений была выбрана на дне среднего колена Кольского залива (точка 1 на рис. 3.19). Регистрация естествен-

ного магнитного поля производилась приемной аппаратурой морского приемно-передающего комплекса на глубине 30 метров.

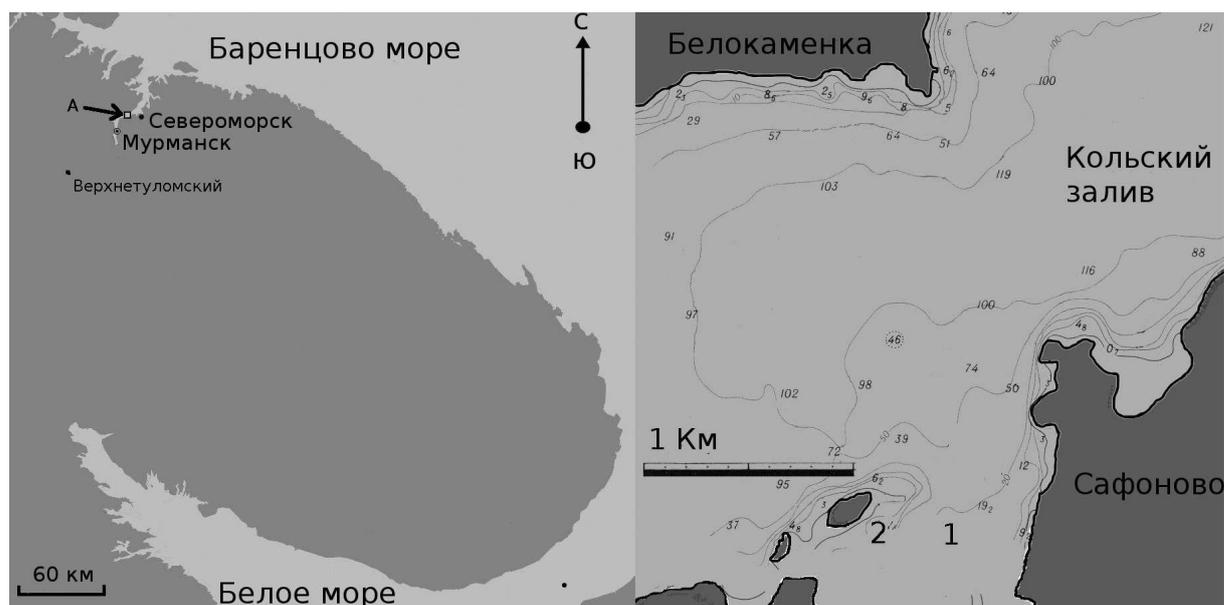


Рисунок 3.19 — Расположение точек измерений. Слева - район измерений, А - район морских измерений. Справа: 1 – место погружения донного регистратора; 2 – остров, на котором установлен переносной магнитометр.

Для выделения эффектов, связанных с погружением регистрирующей аппаратуры в воду, на удалении около 300 м от первой точки измерения (точка 2 на рис. 3.19) был установлен переносной трехкомпонентный магнитометр. Третья точка размещалась на радиофизическом полигоне ПГИ “Верхнетуломский” вдали от неоднородных областей, формирующих поле в заливе и его окрестностях. Регистрация естественного магнитного поля производилась стационарным измерителем электромагнитного поля.

Выбор такой схемы эксперимента позволяет провести сравнительный анализ естественных магнитных полей на земной поверхности и на дне залива, чтобы учесть влияние малых и крупных неоднородностей среды, на основе которого будут проведены исследования влияния разломной тектоники на структуру естественного электромагнитного поля в Кольском заливе.

Для измерений электромагнитного поля экстремально низкочастотного диапазона (0.01 Гц – 200 Гц) на морском дне была модернизирована приемная аппаратура морского приемно-передающего комплекса [126], для измерений поля на земле применялись стационарный и мобильный магнитометры [127].

Приемная аппаратура морского приемно-передающего комплекса предназначена для измерения амплитуд и фаз электромагнитного поля в диапазоне от 0.01 Гц до 200 Гц в заданных точках морского дна на глубине до 500 м.

Аналоговые сигналы от индукционных преобразователей и с антенн поступают на 8-канальный 24-разрядный аналого-цифровые преобразователи (АЦП), где они преобразуются в цифровой вид и записываются на Flash память.

Конструктивно приемная аппаратура комплекса представляет собой корпус, на котором закреплены индукционные преобразователи и электрические антенны таким образом, что они образуют 2 ортогональные горизонтальные и вертикальную системы и связаны с электронным блоком через герморазъемы. Для исключения помех от электронного блока на индукционные преобразователи во время измерений его располагают на расстоянии до 8 м от корпуса. Бетонный блок, прикрепленный к низу корпуса, служит грузом, опускающим приемник на морское дно, а также обеспечивает устойчивость корпуса аппаратуры к подводным течениям. По окончании измерений приемная аппаратура поднимается на борт судна и с Flash памяти считывается информация для дальнейшей обработки (рис. 3.20).

Так как приемная аппаратура на дне моря занимает произвольное положение, то для пересчета данных в единую систему координат она снабжена модулем позиционирования (азимут, крен, тангаж). Результаты измерений азимута, крена и тангажа регистрируются в едином пакете данных.

Мобильный измеритель электромагнитного поля предназначен для измерения амплитуд и фаз электромагнитного поля в диапазоне от 0.01 до 200 Гц в полевых условиях. Оцифрованные 24-разрядным АЦП аналоговые сигналы от преобразователей магнитного поля и электрических антенн, привязанные по времени спутниковыми навигационными системами ГЛОНАСС/GPS с точностью не ниже 5 мкс, поступают на систему регистрации и сбора данных.

Мобильный измеритель электромагнитного поля состоит из:

- корпуса, на котором закреплены индукционные преобразователи таким образом, что они образуют ортогональные горизонтальные (2) и вертикальную системы;
- антенны, состоящей из двух симметричных антенн длиной 100 м каждая и четырех малогабаритных малощумящих неполяризованных пористых электродов;
- системы регистрации и сбора данных;

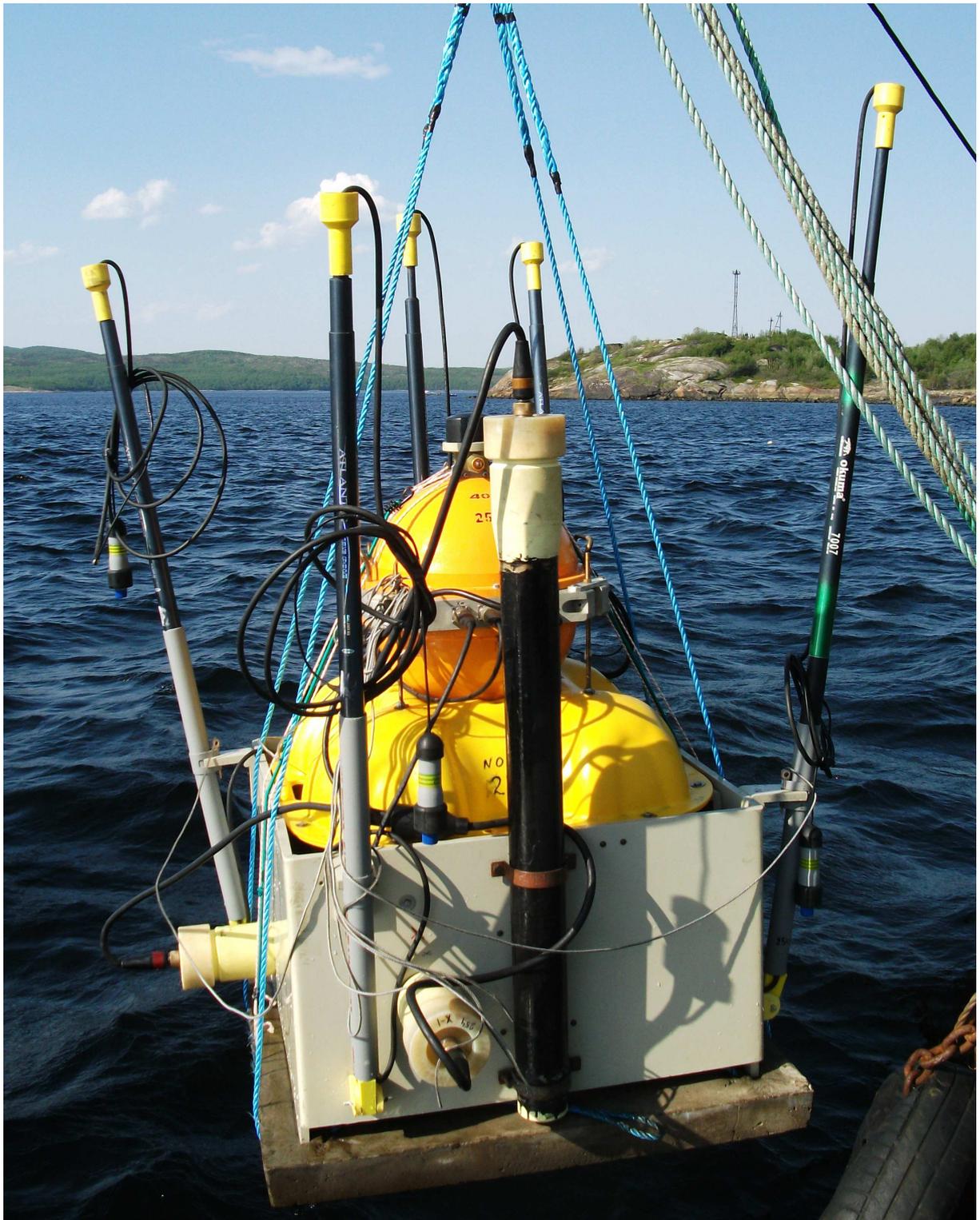


Рисунок 3.20 — Приемная аппаратура морского приемно-передающего комплекса перед погружением.

- приемника спутниковой навигационной системы ГЛОНАСС/GPS;
- ноутбука.

Ориентирование индукционных преобразователей измерителя относительно северного магнитного меридиана производится буссолью.

Стационарный измеритель обеспечивает измерения электромагнитного поля в диапазоне от 0.01 до 200 Гц в стационарных условиях и состоит из:

- трех индукционных преобразователей, два из которых расположены горизонтально и ортогонально, а третий – вертикально. Один из горизонтальных индукционных преобразователей расположен по магнитному меридиану юг – север;
- двух симметричных антенн длиной 200 м каждая и четырех малогабаритных малощумящих неполяризованных пористых электродов;
- системы регистрации и сбора данных;
- приемника спутниковой навигационной системы ГЛОНАСС/GPS;
- персонального компьютера.

Для проверки качества работы описанной выше измерительной аппаратуры перед проведением измерений на радиофизическом полигоне ПГИ “Верхнетуломский” в одинаковых условиях была выполнена одновременная тестовая регистрация естественных магнитных полей. На рис. 3.21 представлены спектры мощности естественного магнитного поля в двойном логарифмическом масштабе, зарегистрированные приемной аппаратурой морского приемно-передающего комплекса (зеленый цвет), мобильным измерителем электромагнитного поля (красный цвет) и стационарным

Сравнительный анализ тестовой регистрации показал, что результаты измерений естественных магнитных полей различной аппаратурой в одинаковых условиях практически идентичны в области частот более 1 Гц.

Начало проведения эксперимента (19:00 мск 29 сентября 2012 г.) определялось постановкой приемной аппаратуры морского приемно-передающего комплекса в точку измерения, а окончание – подходом судна к точке измерения для подъема приемной аппаратуры (17:00 мск 30 сентября 2012 г.). Таким образом, регистрация поля в точках измерений проводилась непрерывно в течение 22 часов.

Полученные данные временных рядов амплитуд трех компонент магнитного поля на дне Кольского залива были подвергнуты спектральной обработке методом Уэлча [128]. На трехминутных интервалах использовались прямоугольные окна минутной длины с 50% перекрытием. В результате были получены

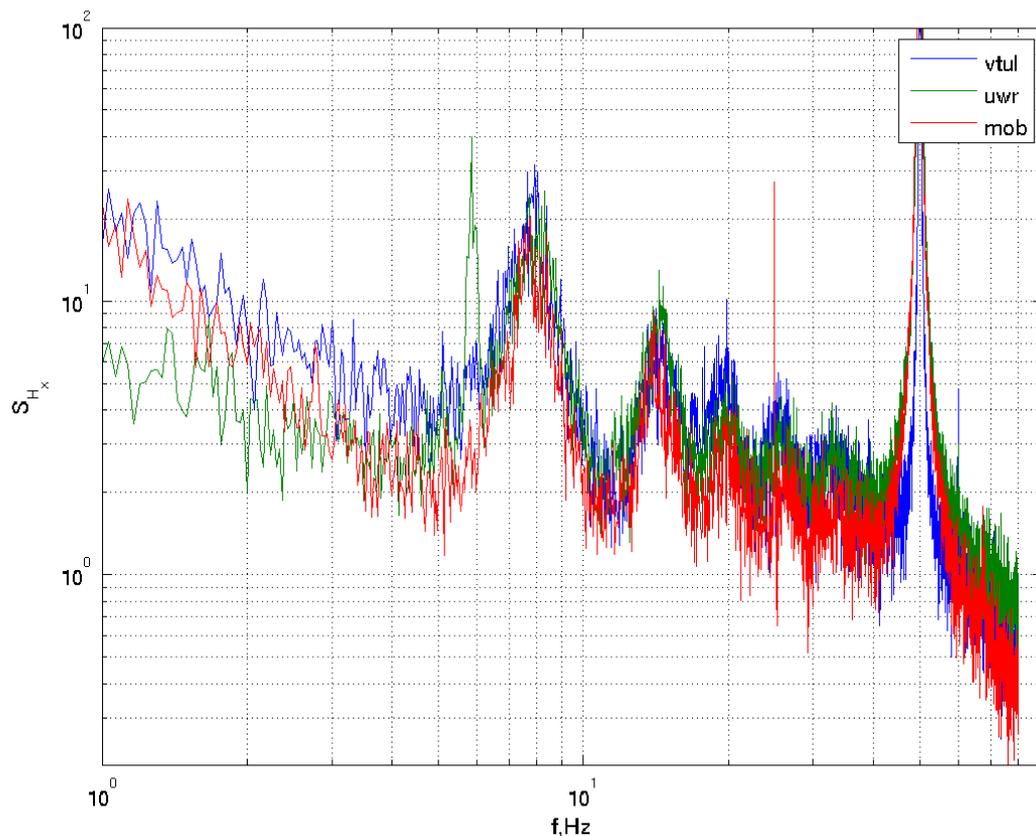


Рисунок 3.21 — Спектры мощности компоненты  $H_x$  измерителем электромагнитного поля естественного магнитного поля в  $\text{mkA}^2/\text{m}^2\text{Гц}$ . vtul – (синий цвет). стационарный магнитометр, mob – мобильный измеритель электромагнитного поля, uwr – морской приемно-передающий комплекс

данные об изменении спектральных плотностей мощности  $S(f)$  в течение суток для компонент магнитного поля. Полученные значения спектральной плотностей мощности  $S_H$  компоненты магнитного поля  $H_y$  отображены на сонограмме, представленной на рис. 3.22.

Из рисунка следует, что несмотря на значительный уровень промышленных помех на дне Кольского залива, на сонограмме видны характерные естественные поля – первый (приблизительно 8 Гц) и второй (приблизительно 14 Гц) Шумановские резонансы. При этом на отдельных временных участках присутствуют незначительные индустриальные помехи. Поэтому для дальнейшего исследования выбран участок регистрации поля с минимальными промышленными шумами (через 12.5 часов от начала записи длительностью 30 минут).

На выбранном участке регистрации поля проведено сравнение спектров мощности для компонент магнитного поля, зарегистрированных на дне и острове залива, а также в обсерватории ПГИ “Верхнетуломский”.

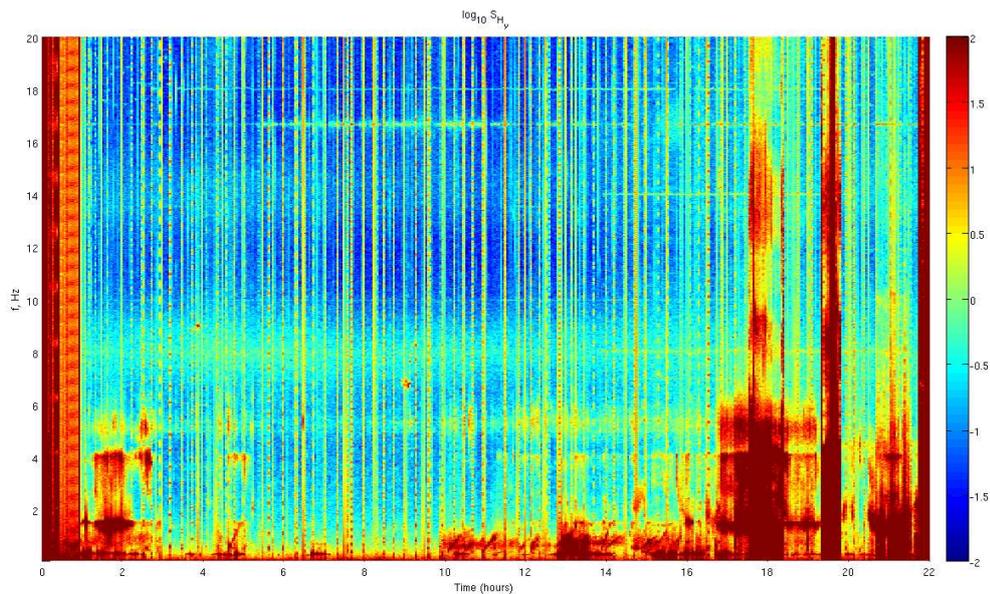


Рисунок 3.22 — Сонограмма спектральной плотности мощности  $S_{H_y}$  составляющей  $H_y$  естественного магнитного поля на дне Кольского залива за период проведения эксперимента в  $\text{мкА}^2/\text{м}^2\text{Гц}$ .

Для этого, используя метод Уэлча на десятиминутных интервалах с минутными окнами с 50% перекрытием, построены спектры мощности для каждой компоненты магнитного поля в диапазоне частот от 0.01 до 90 Гц по результатам регистраций в каждой точке измерения. На рис. 3.23 слева направо приведены спектры мощности горизонтальных компонент ( $H_x$ ,  $H_y$ ) и вертикальной компоненты ( $H_z$ ) напряженности магнитного поля. Синим цветом обозначены поля, зарегистрированные на дне залива, красным цветом – на острове залива, и зеленым цветом – на радиофизическом полигоне ПГИ “Верхнетуломский”.

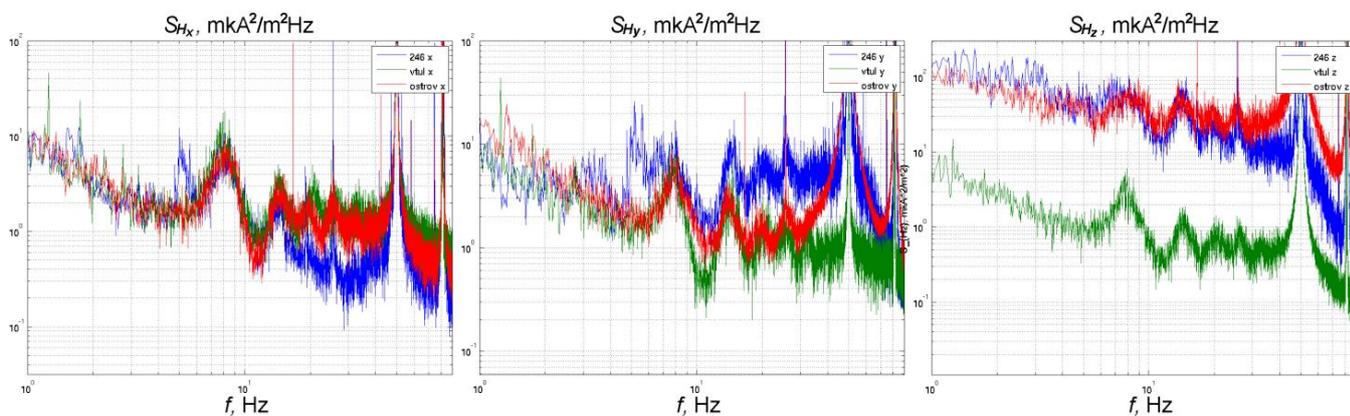


Рисунок 3.23 — Спектры мощности трех компонент естественного магнитного поля в  $\text{мкА}^2/\text{м}^2\text{Гц}$ .

Анализ спектров мощности горизонтальных компонент напряженности магнитного поля показал, что в диапазоне частот от 0.01 Гц до 10 Гц наблюдается хорошее совпадение зарегистрированных полей в трех точках измерения, что говорит о высокой пространственной корреляции ионосферно-магнитосферных шумов. На высоких частотах (более 80 герц) наблюдается расхождение горизонтальных компонент напряженности поля на дне залива и на поверхности земли. При этом мощность шумов на дне залива меньше, чем на поверхности, что обусловлено затуханием поля в морской воде.

С другой стороны, для спектров вертикальных компонент напряженности магнитного поля имеется значительное превышение их значений, как на дне залива, так и на острове, по сравнению с радиофизическим полигоном ПГИ “Верхнетуломский”.

В выполненной ранее работе по электромагнитному зондированию Кольского полуострова мощным крайне низкочастотным источником излучения [111] было показано, что основную роль в формировании аномально высокой вертикальной компоненты искусственного магнитного поля играет разломная тектоника. По всей видимости, усиление вертикальной компоненты естественного магнитного поля на дне залива и на острове также обусловлены влиянием разломов на дне и в окрестности залива. На это же указывает наличие в вертикальной составляющей Шумановских резонансов, отсутствующих в модели возбуждения поля в горизонтально-слоистой среде.

В результате выполненных измерений электромагнитных шумов обнаружено усиление их вертикальной компоненты, определяющееся влиянием проводящих разломов в точке наблюдения. При этом приемная аппаратура, использованная в подводных исследованиях, показала свою эффективность и соответствие современным образцам наземных измерителей. Это открывает возможность ее использования в различного рода исследованиях, в том числе и для решения задач магнитотеллурического зондирования при размещении аппаратуры на дне моря.

### 3.4.3 Дистанционное СНЧ электромагнитное зондирование Кольского залива

Геологическое и геоэлектрическое описание района и самого залива приведено во многих работах [109; 115; 129—133]. Он проходит через два геологических региона: Мурманский кратон и Кольско-Норвежскую провинцию, в области распространения слабопроводящих архейских гранитоидов и гнейсов. Средняя толщина четвертичных отложений (в основном ледникового и морского происхождения) – 50-100 м и достигает 200 м на входе в залив. В соответствии со своими изогнутыми очертаниями залив разделяется на три части: северное, среднее и южное колено. Наиболее глубокое северное колено с глубинами до 300 м. В средней части глубины меняются от 35 до 130 м. Кольский залив также осложнен подводным порогами и ответвлениями в виде бухт. Формирование такой сложной структуры определено системой разломов северо-северо-западного и северо-северо-восточного простирания, ледниковой эрозией и неравномерным постледниковым подъемом.

На основе вышеуказанных публикаций можно построить начальную геоэлектрическую модель (рис. 3.24) [134]. Нормальный разрез модели – двухслойная слабопроводящая среда: проводимость верхнего слоя  $10^{-4}$  См/м, толщина 2 км; проводимость подстилающего полубесконечного слоя  $10^{-5}$  См/м. Проводимость всех разломов одинакова, 1 См/м; проводимость воды 3.2 См/м; проводимость осадков 1 См/м. Ширина разломов меняется от 2 до 4 км. Осадочные отложения следуют за береговой чертой залива, и их толщина меняется от 50 до 200 м на входе в залив.

В сентябре 2011 г. в средней части Кольского залива был проведен эксперимент по первому донному измерению электромагнитного поля, излучаемого мощным береговым СНЧ-передатчиком. Источник представлял собой заземленный горизонтальный линейный ток (биполь) длиной около 60 км, ориентированный вдоль географической параллели. Поле излучалось на частотах 41, 62, 82 и 144 Гц током около 200 А пятнадцатиминутными интервалами и регистрировалось шестикомпонентными станциями, установленными на дне залива.

Станции были оснащены тремя ортогональными индукционными датчиками, оборудованными малошумящими усилителями, и ортогональными измерителями разностей потенциалов электрического поля. Регистрируемые аналоговые

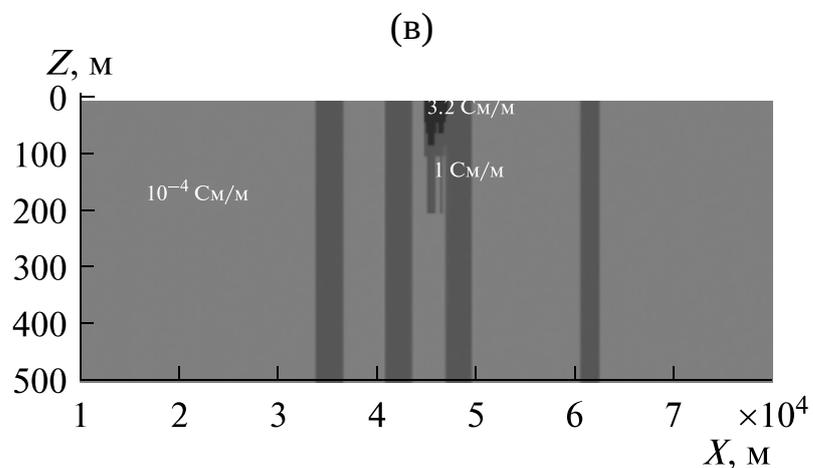
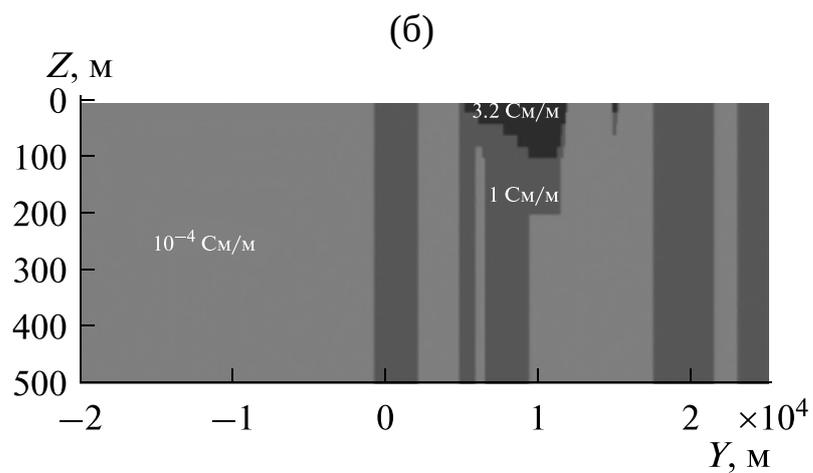
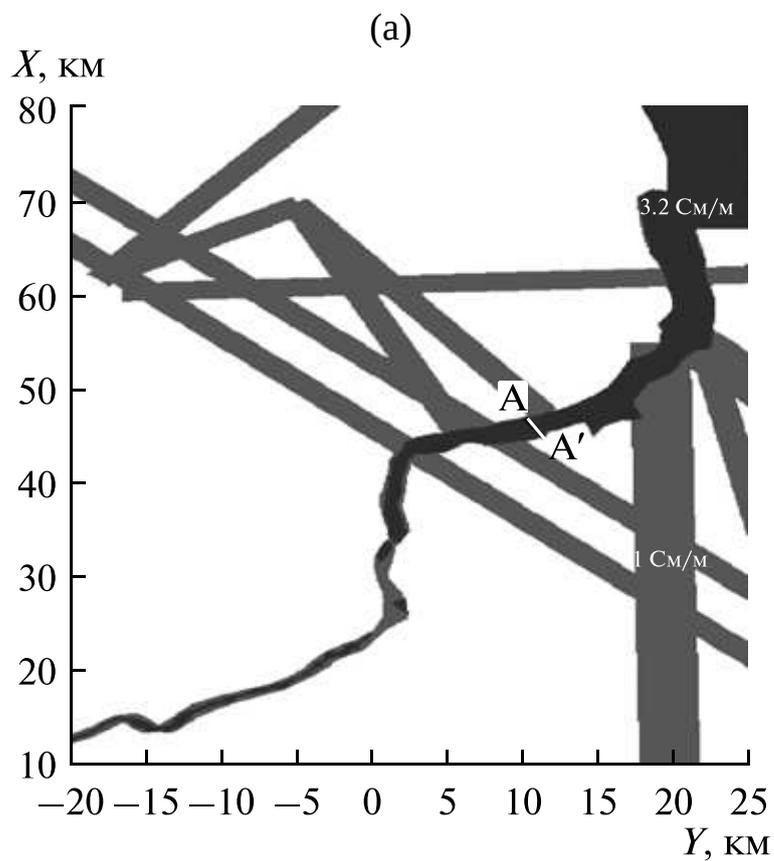


Рисунок 3.24 — Начальная геоэлектрическая модель – (а); горизонтальное сечение при  $z = 0$  – (б); сечение в плоскости  $YZ$  при  $x = 45.36$  км – (в). Сечение в плоскости  $XZ$  при  $y = 11.19$  км. Линия  $AA'$  показывает профиль наблюдений.

сигналы поступали на шести канальный 16-ти разрядный АЦП, где они преобразовывались в цифровой вид и сохранялись для последующего изучения. Точность преобразования обеспечивается сквозной калибровкой измерительных каналов при помощи специализированной метрологической аппаратуры. Во время сеанса измерений осуществлялась ежеминутная фиксация азимута, крена и тангажа станций.

Выделение исследуемого сигнала из естественных и техногенных помех производилось с помощью спектрального анализа результатов измерений по методу Уэлча. В результате были получены значения амплитуд компонент электромагнитного поля и разностей фаз между ними, при этом соотношение сигнал-шум для всех компонент превысило 30 дБ.

Так как ориентация измерителей после спуска на дно была случайной, то полученные данные амплитуд и разностей фаз между компонентами поля потребовали перевода в единую систему координат, с учетом измеренных значений азимута, крена и тангажа станции.

Новые амплитуды ортогональных компонент вычисляются из измеренных  $A_i$  и  $A_k$  с разностью фаз  $\varphi$  после поворота в одной плоскости на угол  $\psi$  согласно соотношениям

$$\tilde{A}_i = \sqrt{A_i^2 \cos^2 \psi - 2A_i A_k \sin \psi \cos \psi \cos \varphi + A_k^2 \sin^2 \psi} \quad (3.9)$$

и

$$\tilde{A}_k = \sqrt{A_k^2 \cos^2 \psi + 2A_i A_k \sin \psi \cos \psi \cos \varphi + A_i^2 \sin^2 \psi}. \quad (3.10)$$

Новая разность фаз между ними:

$$\varphi = \varphi + \arcsin(A_k \sin \psi \sin \varphi / \tilde{A}_i) + \arcsin(A_i \sin \psi \varphi / \tilde{A}_k). \quad (3.11)$$

Для представления результатов измерений была использована декартова система координат, с осью  $X$ , направленной вдоль географического меридиана на север, осью  $Y$  – вдоль параллели на восток и осью  $Z$ , направленной вниз. Для этой трансформации (3.9)-(3.11) применялись последовательно в трех плоскостях, учитывая при повороте в плоскости  $XY$  магнитное склонение в районе наблюдений равное  $14^\circ 56' E$ . В результате получены значения амплитуд компонент поля и разности фаз между ними в единой географической системе координат.

В силу особенностей судоходства в исследуемом районе точки наблюдения располагались с двух сторон фарватера на глубинах от 36 до 85 метров – четыре

с южной стороны фарватера и две с северной (рис. 3.25). Постановка станций осуществлялась как минимум за тридцать минут до начала работы передатчика, подъем – через тридцать минут после ее окончания.

В точках наблюдения на всех частотах были зарегистрированы как горизонтальные компоненты электромагнитного поля, так и вертикальные. В результате были получены значения магнитных компонент поля на всех точках, кроме третьей, где станция не зафиксировалась на грунте и произошло изменение ее ориентации во время сеанса, что привело к появлению шума на индукционных датчиках. В силу ненадежности измерений некоторых электрических компонент в точках 2, 5 и 6, данные в этих точках не позволили выполнить пересчет в географическую систему координат, однако использование отдельных составляющих поля в ходе интерпретации вполне возможно.

Для учета возможной пространственной изменчивости проводимости морской воды было выполнено ее вертикальное и горизонтальное профилирование с помощью океанического зонда. Эта проводимость оказалась одинаковой в точках наблюдения, не зависела от глубины, кроме тонкого поверхностного слоя. Она равна 3.2 См/м.

Учитывая, что работы по инверсии экспериментальных данных выполнялись под руководством С. М. Коротаева, приведем лишь конечные результаты этого исследования. Методика моделирования и инверсии подробно описана в работе [135]. Итоговая геоэлектрическая модель показана на рис. 3.26. Аномальная область меньше, чем была в начальной модели (рис. 3.24), но значительно богаче деталями. Наиболее крупномасштабное различие – разделение верхнего слоя коры на два блока с границей по разлому под Кольским заливом, причем западный блок является более проводящим. Далее обращает на себя внимание появление в итоговой модели осадочного обрамления Кольского залива, причем это обрамление асимметрично – осадочный пояс (аллювий) на восточном побережье шире, чем на западном. Следует подчеркнуть, что эта асимметрия является результатом формальной интерпретации и не почерпнута из каких-либо литературных данных. Наконец, все пять разломов, пересекающих Кольский залив или сопряженных с ним, оказались имеющими различную проводимость.

Качество итоговой геоэлектрической модели видно из сравнения модельных и экспериментальных полей (рис. 3.27). Соответствие экспериментальных полей полям, рассчитанным по итоговой модели на рис. 3.27 радикально лучше, чем рассчитанным по начальной (априорной) модели на рис. 3.25.

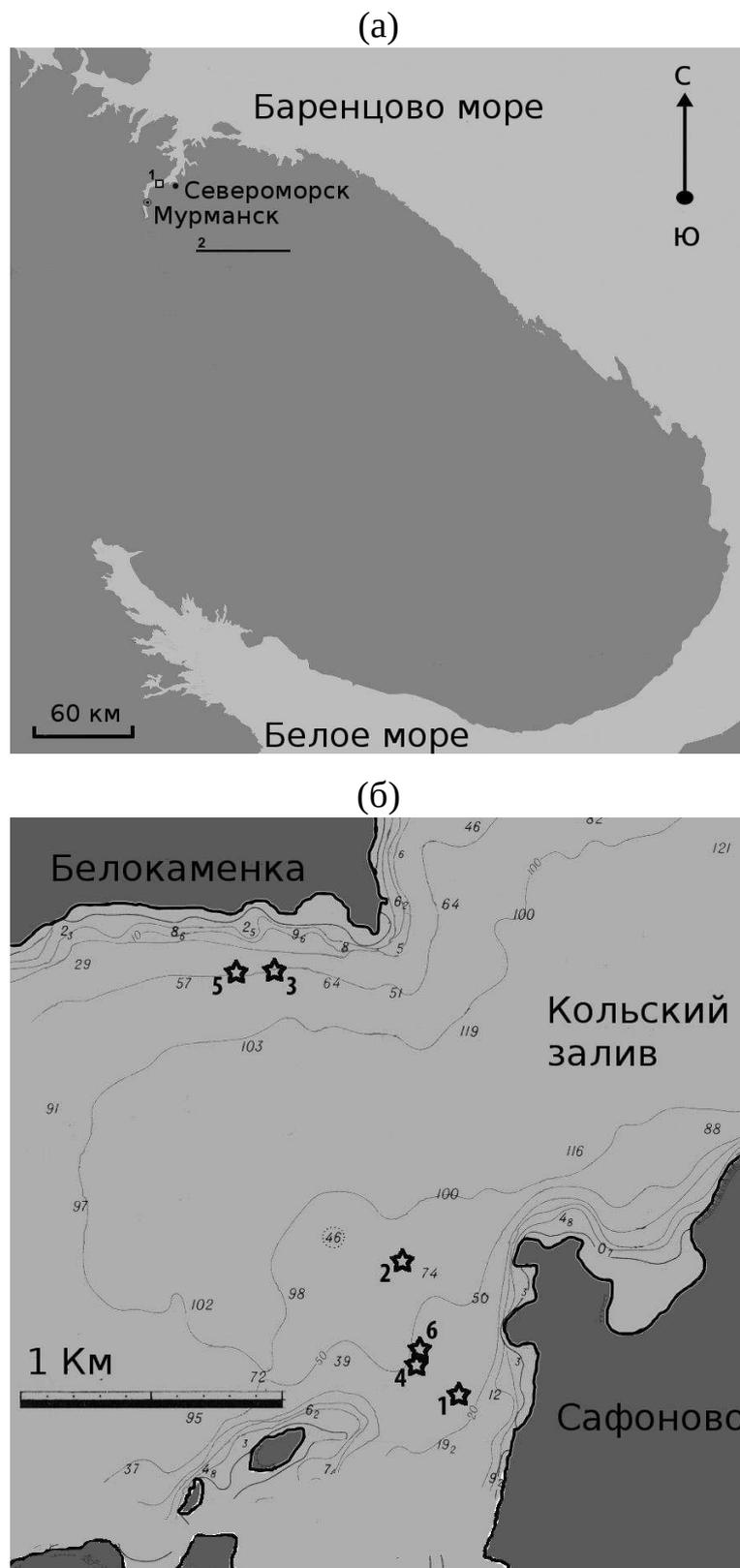


Рисунок 3.25 — Район электромагнитного зондирования: (а) область наблюдений – 1 и источник – 2; (б) – точки наблюдений.

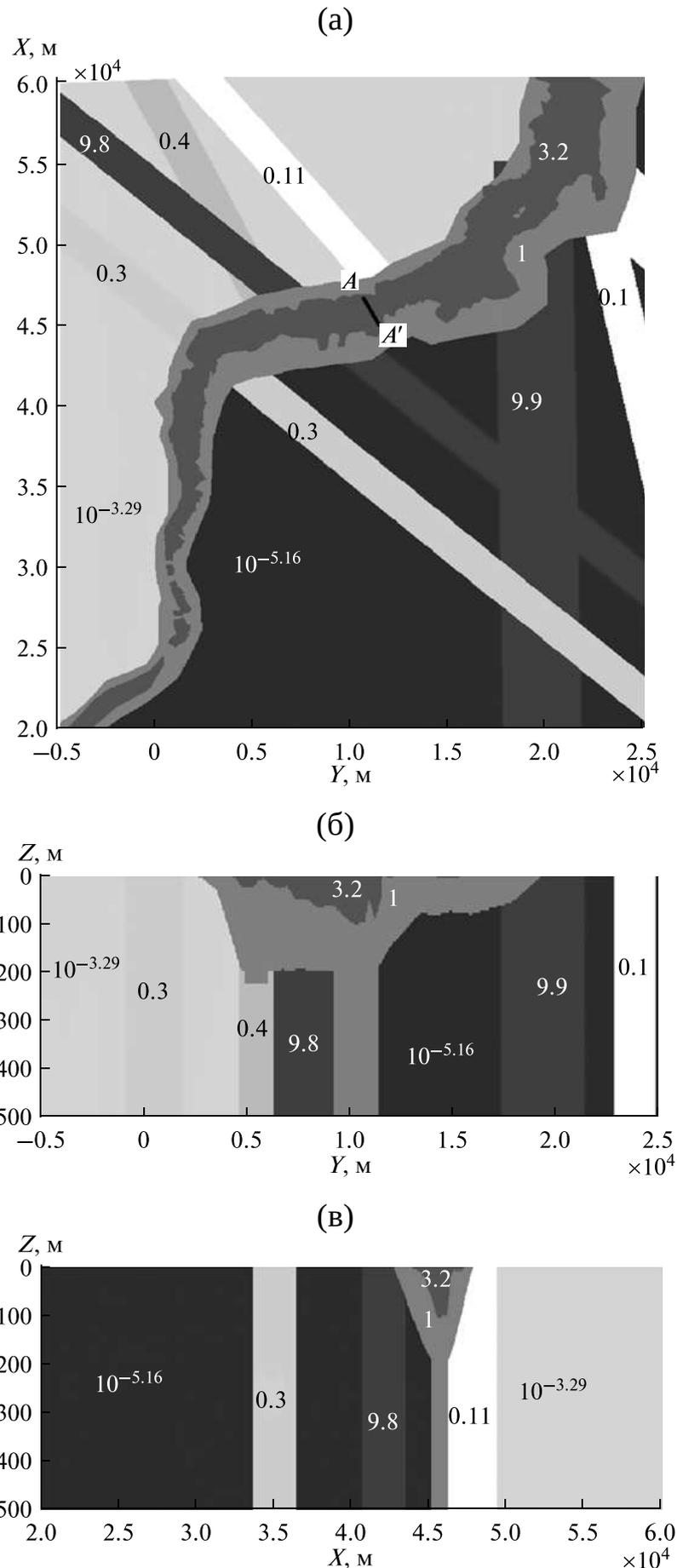


Рисунок 3.26 — Итоговая геоэлектрическая модель – (а); горизонтальное сечение при  $z = 0$  – (б); сечение в плоскости  $YZ$  при  $x = 45.36$  км – (в). Сечение в плоскости  $XZ$  при  $y = 11.19$  км. Линия  $AA'$  показывает профиль наблюдений, соответствующий точкам 1–5 на рис. 3.25. Числа внутри блоков – проводимости в См/м.

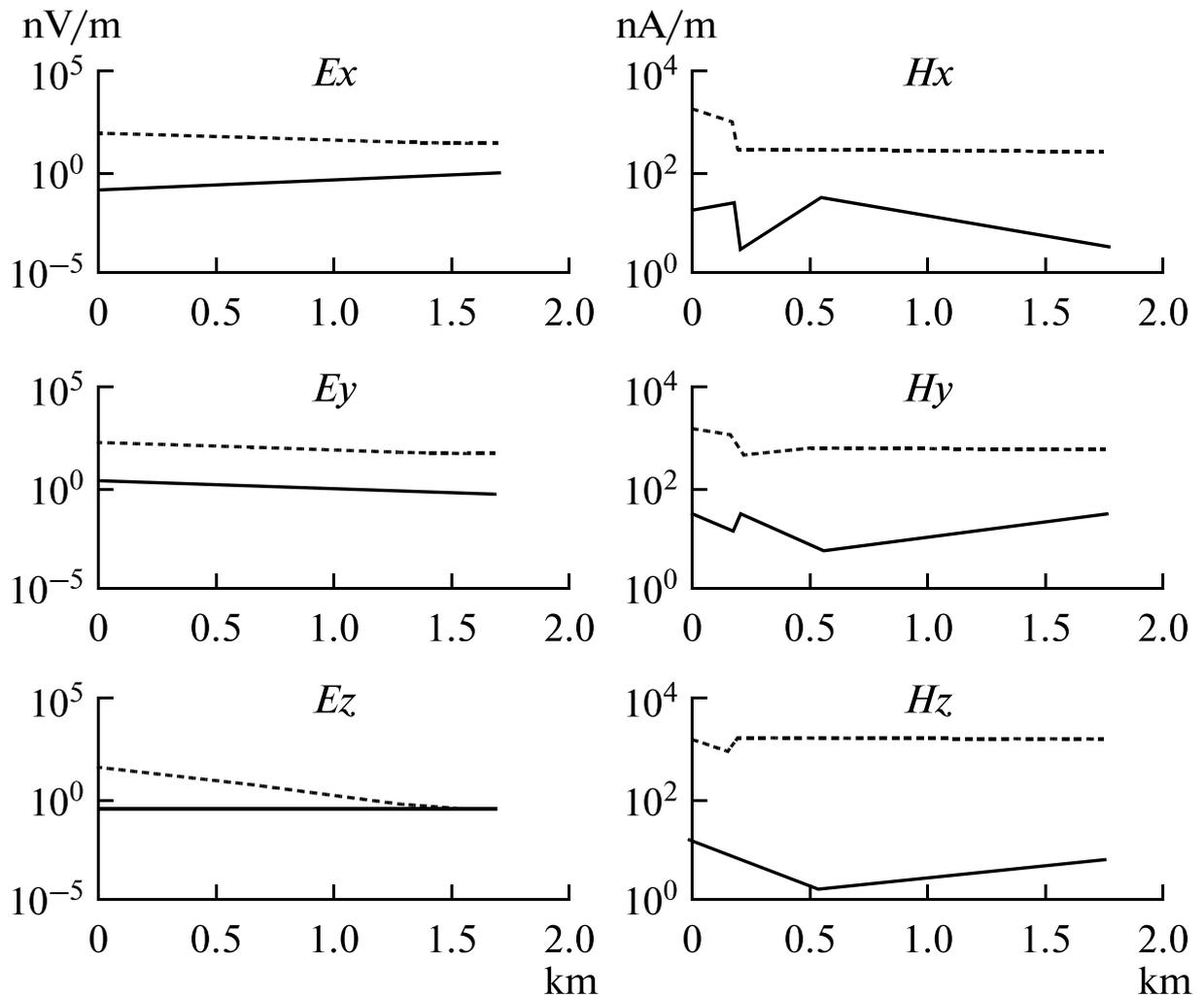


Рисунок 3.27 — Амплитуды различных компонент, приведенные к току в источнике 1 А, для итоговой геоэлектрической модели на частоте 41 Гц (штриховые линии) в сравнении с экспериментальными (сплошные линии).

Количественную оценку проделанной формальной интерпретации дает таблица 5, в которой приведены средние относительные погрешности каждой компоненты поля, рассчитанной по начальной и итоговым моделям. Сопоставление строк таблицы показывает, что итоговая модель достаточно близка к реальности.

Таблица 5 — Средняя по профилю относительная ошибка на частоте 41 Гц.

	$E_x$	$E_y$	$E_z$	$H_x$	$H_y$	$H_z$
Начальная модель	58.8146	156.3671	692.1128	28.6447	24.3338	214.7193
Итоговая модель	-0.1288	0.1059	0.0934	-0.4326	-0.2303	0.4032

Хотя по причинам, изложенным выше, наши усилия были сосредоточены на интерпретации данных на самой низкой из имевшегося набора частоте 41 Гц, контрольный расчет по итоговой модели показал, что на частотах 62 и 82 Гц совпа-

дение с экспериментом немногим хуже, чем показано на рис. 3.27, и существенно ухудшается только на самой высокой частоте 144 Гц.

Осознавая главный недостаток поставленного эксперимента, обусловленного его испытательным характером – ограниченность области наблюдений коротким профилем, но учитывая достигнутое в итоговой модели согласие с экспериментальными данными, можно сделать некоторые заключения по геолого-геофизической интерпретации результатов отображенных на рис. 3.26.

Оказалось, что вдоль Кольского залива проходит раздел между блоками земной коры, имеющими разную проводимость, хотя сложены они сходными геологическими породами. Блок, лежащий к западу от залива, на два порядка более проводящий, чем восточный. Это можно объяснить его значительно большей трещиноватостью. Предположение о том, что наблюдаемое геологическими методами на поверхности различие трещиноватостей сохраняется до глубин порядка километра, согласуется с тем, что средняя скорость продольных сейсмических волн к западу от залива много меньше, чем к востоку (соответственно 5.8 против 6.3 км/с) [136].

Аллювиальный осадочный пояс, окружающий Кольский залив, оказался асимметричным, в соответствии с нормальным правым смещением русла древней реки. Полученная величина асимметрии имеет значение для оценок регионального постгляциального подъема. Проводимость различных разломов, пересекающих Кольский залив и сопряженных с ним, оказалась различной, что может быть связано с временной дифференциацией тектонической активности.

#### 3.4.4 Выводы

В Кольском заливе Баренцева моря был проведен первый эксперимент с новыми подводными электромагнитным шестикомпонентным приемником и с отдаленным мощным сверхнизкочастотным передатчиком. Приемники размещались в шести точках по профилю, проходящему поперек залива. Не все шесть компонент были успешно измерены во всех точках, в частности, из-за механической ненадежности электрических антенн. Однако качество экспериментальных данных оказалось достаточно высоким для интерпретации путем трехмерного моделирования и нейросетевой инверсии.

Результирующая модель, с одной стороны, не противоречит имевшимся общим представлениям о глубинном геоэлектрическом строении региона, а с другой – выявляет ряд новых черт: различие в проводимости блоков коры, разделенных Кольским заливом и лежащим в его основании разломом; асимметрия аллювиального осадочного пояса Кольского залива; существенно различная проводимость разломов, пересекающих Кольский залив и сопряженных с ним. Эти новые черты геоэлектрического строения имеют достаточно ясное геологическое значение.

## **Глава 4. Особенности возбуждения волн крайненизкочастотного и более низкого диапазонов в волноводе Земля-ионосфера**

Ранее при рассмотрении сверхнизкочастотного диапазона было установлено, что существуют две области, различающиеся по влиянию ионосферы на возбуждаемое электромагнитное поле. Как теоретически, так и экспериментально было показано (раздел 3.1), что на расстоянии от передающего устройства, сравнимом или меньшем высоты волновода, ионосфера практически не влияет на структуру поля, которая определяется проводимостью литосферы. Влияние ионосферы становится заметным на расстояниях, превышающих высоту ионосферного волновода, в области волноводного распространения волн. Такое разделение областей можно использовать и при анализе распространения КНЧ волн и рассмотреть область вблизи передатчика, а так же область волноводного распространения волн.

### **4.1 Возбуждение низкочастотных волн в ближней зоне**

#### **4.1.1 Влияние ионосферы на амплитуду магнитного поля в диапазоне частот 0.2–200 Гц**

Промежуточной области малых расстояний от источника ( $0.5-2h$ ) в работах по КНЧ и СНЧ диапазонам уделено крайне мало внимания. Существующие теоретические представления и некоторые численные оценки [68] сводятся, в основном, к тому, что в этой области зависимость поля от проводимости ионосферы пренебрежимо мала. Зачастую влиянием ионосферы на таких малых расстояниях от источника пренебрегают [28]. Экспериментальные работы в этой области частот и расстояний немногочисленны [18; 19], при этом полученные результаты не полностью согласуются с существующими представлениями на частотах ниже 10 Гц, в частности, наблюдаются вариации амплитуды поля в разные времена года и в различное время суток.

Ниже мы представляем результаты измерений, проведенных в ходе эксперимента FENICS-2014, проходившего на Кольском п-ве в 2014 г. [137], в котором, в отличие от ранее выполненных экспериментов, использовался более мощный передатчик, что позволило исключить влияние как внешних, так и внутренних шумов. В качестве теоретической основы для интерпретации будем использовать решение задачи о возбуждении магнитного поля в плоском волноводе горизонтальной заземленной антенной в строгой электродинамической постановке (Глава 2).

Международный комплексный эксперимент FENICS-2014 был проведен в августе-сентябре 2014 г. Осуществлялась серия сеансов генерации электромагнитного поля в диапазоне  $10^{-2}$ –200 Гц. В первой половине эксперимента использовалась антенна субширотного направления ( $L1$ ), а во второй — субмеридионального ( $L2$ ) (рис. 4.1). Длина каждой антенны составляет около 100 км. Генерация производилась ежедневно с 01:00 до 05:00 по местному времени на 14 частотах продолжительностью 10–15 мин на каждой частоте.

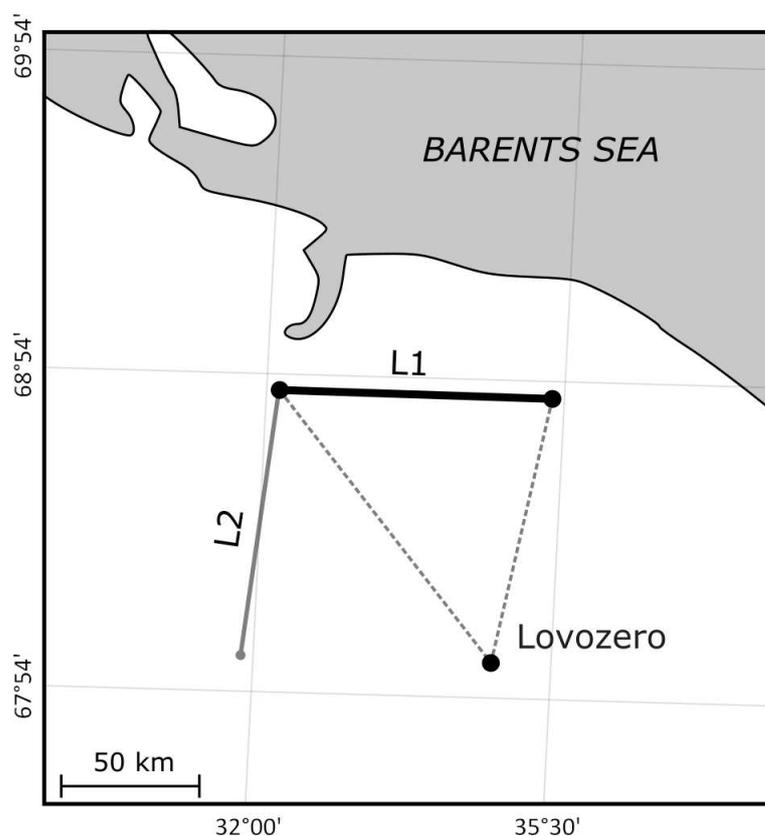


Рисунок 4.1 — Карта-схема эксперимента

Рассмотрим результаты измерений магнитного поля субширотной антенны, которые были получены в обсерватории ПГИ в п. Ловозеро (рис. 4.1) 23–29 авгу-

ста 2014 г. Расстояния от точки измерений до концов антенны составляли 125 и 100 км.

Регистрация сигналов производилась при помощи трехкомпонентного индукционного магнитометра, имеющего два ортогональных горизонтальных датчика и один вертикальный. Горизонтальные датчики ориентировались по стрелке буссоли в направлениях С-Ю ( $H_{N-S}$ ) и З-В ( $H_{W-E}$ ). Магнитное склонение — восточное,  $12^\circ$ . Сила тока в передающей антенне регистрировалась цифровой системой сбора данных. Частота дискретизации составляла 512 Гц. По окончании эксперимента была проведена обработка полученных данных и выполнена нормировка амплитуды магнитного поля на силу тока в антенне.

Результаты измерений в диапазоне 0.4–100 Гц показаны на рис. 4.2. Как можно видеть, амплитуда поля в диапазоне частот 10–100 Гц в течение всего эксперимента оставалась постоянной, а на частотах ниже 10 Гц средний уровень поля в некоторые дни заметно менялся [63]. Эти колебания амплитуды не могут быть связаны с влиянием случайных шумов — по результатам измерений сигнал превышал шум на два порядка, поэтому измерялся с точностью, многократно превышающей суточные вариации. Такую же особенность поведения поля мы

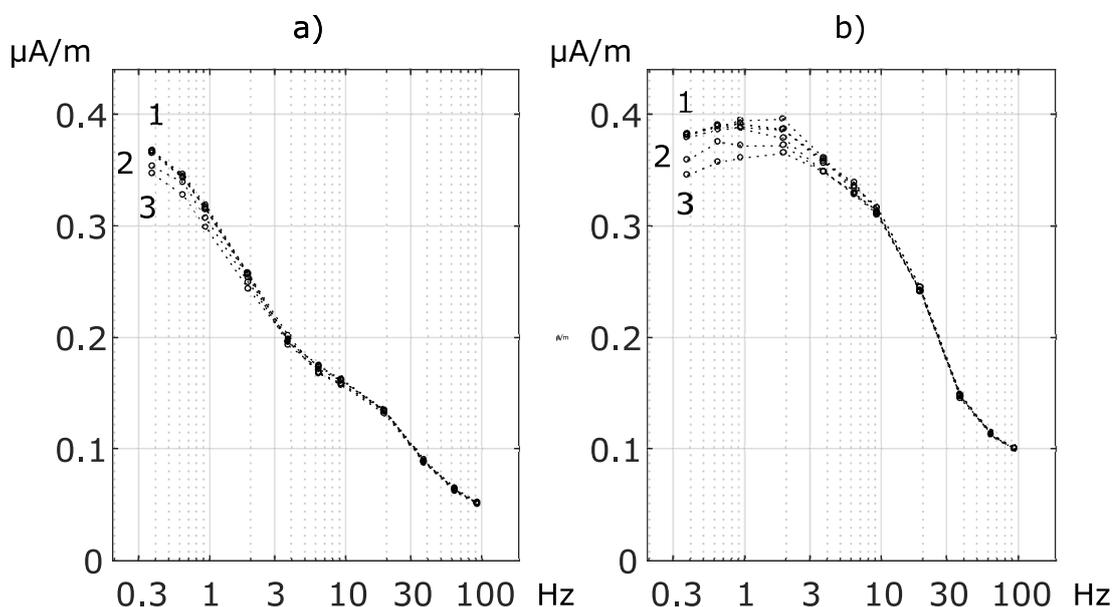


Рисунок 4.2 — Зависимость амплитуды магнитного поля от частоты при силе тока в передающей антенне 1 А в сеансах 23-29 августа 2014 г. (обс. Ловозеро) — компоненты  $H_{W-E}$  (а) и  $H_{N-S}$  (б). Обозначения кривых: 1 — измерения 23-27.08.2014 г., 2 — 28.08.2014 г., 3 — 29.08.2014 г.

наблюдали и в предыдущих экспериментах, которые проводились в различные времена года и в разное время суток [18; 19].

Для объяснения обнаруженной особенности поведения КНЧ поля необходимо рассмотреть его связь с параметрами нижней ионосферы в области расстояний от источника в пределах одной–двух высот эффективного волновода. С этой целью воспользуемся решением задачи о возбуждении КНЧ–СНЧ поля горизонтальной заземленной антенной с учетом наличия ионосферы, полученное при строгой электродинамической постановке, и выполним сопоставление результатов с экспериментальными наблюдениями.

Сравнение результатов эксперимента рис. 4.2 и теоретических расчетов (рис. 2.2) показывает, что наблюдаемые вариации в диапазоне меньше 10 Гц соответствуют теоретическим, учитывающим изменения проводимости ионосферы.

#### 4.1.2 Поляризационные характеристики горизонтальных составляющих магнитного поля

Для получения более развернутой картины поведения поля как в эксперименте, так и в теоретических расчетах целесообразно перейти от амплитуд и фаз к соответствующим поляризационным характеристикам, которые выражаются через параметры Стокса [138]

$$I = |H_x|^2 + |H_y|^2, \quad (4.1)$$

$$Q = |H_x|^2 - |H_y|^2, \quad (4.2)$$

$$U = 2 \operatorname{Re}(H_x H_y^*), \quad (4.3)$$

$$V = -2 \operatorname{Im}(H_x H_y^*), \quad (4.4)$$

$$I_p^2 = Q^2 + U^2 + V^2. \quad (4.5)$$

Обозначая большую и малую полуоси эллипса поляризации напряженности поля, соответственно,  $A$  и  $B$ , угол между главной осью эллипса и осью абсцисс –  $\theta$ , а коэффициент эллиптичности –  $r$ , получим следующие выражения:

$$A = \sqrt{(I_p + \sqrt{Q^2 + U^2})/2}, \quad B = \sqrt{(I_p - \sqrt{Q^2 + U^2})/2}, \quad (4.6)$$

$$r = B/A, \quad (4.7)$$

$$\theta = \arg(Q + iU)/2. \quad (4.8)$$

Комплексные амплитуды компонент  $H_x$  и  $H_y$ , входящие в формулы (4.1)–(4.4), в случае теоретических расчетов получаются непосредственно из формул для полей, а при анализе экспериментальных данных – в результате цифровой обработки зарегистрированных сигналов, дающей оценки амплитуд и разности фаз между двумя ортогональными компонентами.

Условия эксперимента 2014 года подробно описаны в работах [77; 139]. В дополнение к опубликованным ранее сведениям, приведем данные о геомагнитной обстановке в период измерений (табл. 6) [140].

Таблица 6 — Geomagnetic k-indices, Lovozero 2014.

Дата	К-индекс 01:00-05:00 MSK	Дата	К-индекс 01:00-05:00 MSK
23.08.2014	0 0 0 0 0	27.08.2014	1 1 1 1 1
24.08.2014	0 0 0 0 0	28.08.2014	5 5 6 5 4
25.08.2014	0 0 0 0 0	29.08.2014	5 3 0 2 5
26.08.2014	0 0 0 0 0		

Из всего полученного массива данных для анализа выбраны две критические кривые – с максимальными и минимальными значениями амплитуды на частотах ниже 10 Гц, приведенной к току 1 А в передающей антенне, относящимися, соответственно, к сеансам 23 и 29 августа 2014 г.

Как видно на рисунке 4.3а, вариации интенсивности поля на частотах ниже 10 Гц по датам наблюдения совпадают с периодами, характеризующимися существенно различными значениями К-индекса. Изменения геомагнитной активности при этом сопровождаются изменениями высотного профиля проводимости ионосферы.

В поведении остальных поляризационных параметров (рис. 4.3б, 4.3с) значимых вариаций не наблюдалось. Эллиптичность поля оставалась достаточно малой во всем диапазоне частот и поле можно считать практически линейно поляризованным. Кроме того, обращает на себя внимание немонотонность изменения угла ориентации эллипса с частотой и значительный по ширине диапазон принимаемых им значений, что противоречит ожидаемому поведению ориентации в предположении горизонтальной однородности подстилающей среды.

Для интерпретации экспериментальных результатов рассмотрим возбуждение горизонтальным заземленным вибратором плоского волновода Земля-ионосфера. В отличие от предшествующего раздела 4.1, будем считать

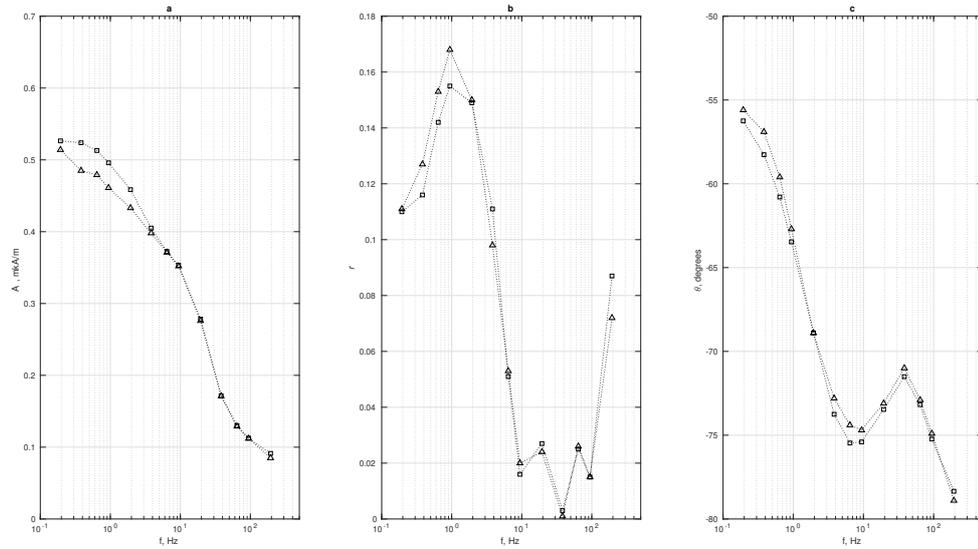


Рисунок 4.3 — Поляризационные характеристики измеренного магнитного поля: а – большая полуось эллипса поляризации; б – коэффициент эллиптичности; с – ориентация большой полуоси эллипса в горизонтальной плоскости в системе координат измерителя. Квадраты – данные 23.08.2014 г., треугольники – 29.08.2014 г.

Землю двухслойной с различной проводимостью слоев. Для решения такой задачи можно применить подход, ранее использованный для однородной Земли. Отличием от прежней схемы будет необходимость удовлетворения дополнительного граничного условия на плоскости, разделяющей две области в Земле.

Для поля на поверхности Земли справедливы формулы (2.5) и ключевыми являются коэффициенты  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\gamma_0$  и  $\nu_0$ , выражения для которых определяются параметрами выбранной модели. Опуская несложные, но громоздкие вычисления, приведем результат, полученный из граничных условий, для  $\alpha_0$  и  $\beta_0$

$$\alpha_0 = \frac{\lambda}{\nu_0} \frac{D_d}{D} [(\nu_0 + \nu_1) + (\nu_0 - \nu_1) \exp(-2\nu_0 h)], \quad (4.9)$$

$$\beta_0 = \frac{2\lambda}{D} (\nu_0 - \nu_1) [(\nu_{-1} + \nu_{-2}) + (\nu_{-1} - \nu_{-2}) \exp(-2\nu_{-1} d)] \exp(-2\nu_0 h). \quad (13)$$

Здесь введены обозначения:

$$D = (\nu_{-1} + \nu_{-2}) D_h(\nu_{-1}) + (\nu_{-1} - \nu_{-2}) D_h(-\nu_{-1}) \exp(-2\nu_{-1} d),$$

где

$$D_h(\nu_{-1}) = (\nu_0 + \nu_1)(\nu_0 + \nu_{-1}) - (\nu_0 - \nu_1)(\nu_0 - \nu_{-1}) \exp(-2\nu_0 h),$$

$$D_h(-\nu_{-1}) = D(\nu_{-1})|_{\nu_{-1} \rightarrow -\nu_{-1}},$$

$$D_d = (\nu_{-1} + \nu_{-2})(\nu_0 - \nu_{-1}) + (\nu_{-1} - \nu_{-2})(\nu_0 + \nu_{-1}) \exp(-2\nu_0 d),$$

$h$  – высота ионосферы,  $d$  – толщина верхнего слоя Земли.

Учитывая, что для КНЧ и СНЧ диапазонов применимо квазистационарное приближение, т.е. возможность предельного перехода  $k_0 \rightarrow 0$ , не будем приводить громоздких выражений для  $\gamma_0$  и  $\eta_0$ , а лишь отметим, что имеют место соотношения

$$\gamma_0|_{k_0 \rightarrow 0} = \beta_0|_{k_0 \rightarrow 0}, \quad (4.10)$$

$$\eta_0|_{k_0 \rightarrow 0} = -(1 + \alpha_0)|_{k_0 \rightarrow 0}. \quad (4.11)$$

Величина  $k_0$  является размерной и ее стремление к нулю, как показано в разделе 1.4, означает, что безразмерные параметры  $k_0 \rho \rightarrow 0$  и  $|k_0^2/k_{-1}^2| \ll 1$ , то из граничных условий можно получить следующее соотношение между  $\nu_0$ ,  $\gamma_0$  и  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$

$$\eta_0 = -\frac{\lambda}{\nu_0} \left( \frac{\lambda}{\nu_0} + \alpha_0 \right), \quad \gamma_0 = \frac{\lambda}{\nu_0} \beta_0. \quad (4.12)$$

В квазистационарном приближении при  $k_0 = 0$  эти выражения переходят в (4.10). Их использование оправданно, когда параметр  $k_0 \rho$  близок к единице, то есть в СНЧ диапазоне на расстояниях, сопоставимых или превышающих высоту ионосферного волновода.

Магнитное поле  $H^{(j)}$  связано с вектором потенциала следующим выражением

$$H^{(j)} = \text{rot } A^{(j)}. \quad (4.13)$$

Подставляя в (4.13) выражения (2.4)- (2.5), с учетом (4.9)- (4.12) можно получить следующие результаты

$$H_x^{(0)}|_{k_0 \rightarrow 0} = \frac{-J \Delta_x}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{y}{\rho^2} \frac{F_H}{\rho \kappa_{-1}}, \quad (4.14)$$

$$z = 0$$

где

$$F_H = (1 - i) D_{-1} I_1 \left( \frac{1 - i}{2} D_{-1} \right) K_1 \left( \frac{1 - i}{2} D_{-1} \right) + \int_0^\infty f(s) J_1(s) ds,$$

$I_1(z)$  и  $K_1(z)$  – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода соответственно,

$$D_j = \rho \frac{\kappa_j}{1 - i},$$

$$f(s) = 2\sqrt{1 - \frac{s^2}{2iD_{-1}^2}} s(s - \tau_{-1}) \times$$

$$\times \frac{(s - \tau_{-1})(\tau_{-1} + \tau_{-2}) \exp(-2sh/\rho) - (s + \tau_{-1})(\tau_{-1} - \tau_{-2}) \exp(-2\tau_{-1}d/\rho)}{(\tau_{-1} + \tau_{-2})U(\tau_{-1}) + (\tau_{-1} - \tau_{-2})U(-\tau_{-1}) \exp(-2\tau_{-1}d/\rho)},$$

$$\tau_j = \sqrt{s^2 - 2iD_j^2},$$

$$U(\tau_{-1}) = (s + \tau_{-1})(s + \tau_{-1}) - (s - \tau_{-1})(s - \tau_{-1}) \exp\left(-2s\frac{h}{\rho}\right),$$

$$U(-\tau_{-1}) = U(\tau_{-1})|_{\tau_{-1} \rightarrow -\tau_{-1}}.$$

Для второй компоненты магнитного поля имеем:

$$H_y^{(0)}|_{k_0 \rightarrow 0} = \frac{J\Delta_x}{2\pi} \left[ \frac{1}{\rho^2} F_{H_y} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{x}{\rho^2} F_{H_x} \right]. \quad (4.15)$$

$$z = 0$$

Здесь

$$F_{H_x} = \frac{F_H}{(1-i)D_{-1}},$$

$$F_{H_y} = \frac{-i}{4} D_{-1}^2 \left[ I_0 \left( \frac{1-i}{2} D_{-1} \right) K_0 \left( \frac{1-i}{2} D_{-1} \right) - I_2 \left( \frac{1-i}{2} D_{-1} \right) K_2 \left( \frac{1-i}{2} D_{-1} \right) \right] -$$

$$- \frac{-1}{(1-i)D_{-1}} \int_0^\infty s f(s) J_0(s) ds.$$

Нетрудно заметить, что в формулах (4.14) и (4.15) легко выполняется предельный переход к более простым задачам: при отсутствии ионосферы как для однородной, так и двухслойной Земли, также для волновода с ионосферой и однородной Землей.

Для перехода к задаче возбуждения волновода линейной антенной нужно выполнить интегрирование (4.14) и (4.15) по длине антенны, что дает нам следующие итоговые формулы для расчета горизонтальных компонент поля:

$$H_x(\rho, 0) = \frac{Iy}{2\pi} \left[ \frac{F_H(\rho_\eta)}{(1-i)\rho_\eta^2 D_{-1}} \right]_{-L}^L \quad (4.16)$$

$$H_y(\rho, 0) = \frac{I}{2\pi} \left[ \int_{-L}^L \frac{1}{\rho_\eta^2} F_{H_y}(\rho_\eta) d\eta - \frac{x-\eta}{\rho_\eta^2} F_{H_x}(\rho_\eta) \Big|_{\eta=-L}^{\eta=L} \right]. \quad (4.17)$$

Полученные формулы позволяют выполнять расчеты комплексных амплитуд горизонтальных компонент поля линейной антенны в волноводе, ограниченном однородной ионосферой и двухслойной Землей. Исходя из них, несложно получить значения соответствующих поляризационных характеристик и выполнить сопоставление с экспериментальными данными.

Рассмотрим результаты расчетов поляризационных характеристик поля по вышеприведенным формулам и сравним их со значениями, полученными в ходе эксперимента в спокойных геомагнитных условиях (23.08.2014) и при магнитном возмущении (29.08.2014).

Начнем с наиболее простого случая рассматривая Землю и ионосферу как однородные среды. Проводимость Земли в расчетах была принята равной  $6.0 \cdot 10^{-5}$  См/м, а для ионосферы были рассмотрены два различных случая, моделирующих различные геомагнитные условия с отличающимися значениями проводимости. Высота ионосферы в обоих случаях задавалась равной 75 км.

Результаты приведены на рис. 4.4, где экспериментальные точки обозначены маркерами, а теоретические – кривыми (с проводимостью с ионосферы  $10^{-2}$  См/м – сплошные,  $10^{-4}$  См/м – пунктирные).

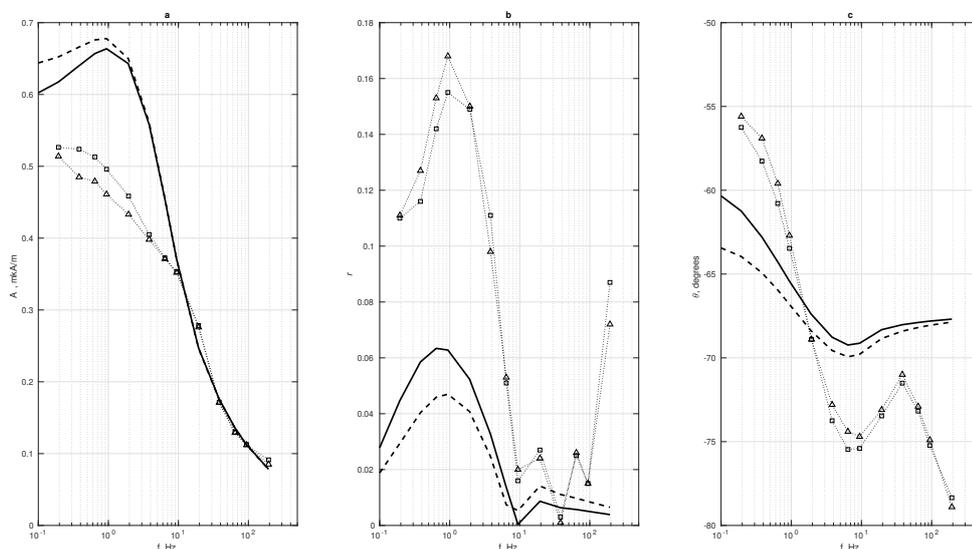


Рисунок 4.4 — Теоретические кривые поляризационных параметров, рассчитанные при однородной модели подстилающей среды (сплошные кривые – с проводимостью ионосферы  $10^{-2}$  S/m, пунктирные –  $10^{-4}$  S/m), в сопоставлении с экспериментальными данными (рис. 4.3).

Прежде всего, на этих рисунках особо отметим заметную реакцию расчетных поляризационных параметров на изменение проводимости ионосферы. При

этом вариации значений наблюдаются в основном на частотах ниже 5 Гц и имеют величину, сопоставимую с вариациями амплитуды в эксперименте.

Основные особенности уровня и формы кривой амплитуды поля определяются проводимостью подстилающей среды. Как можно видеть на рисунке, хорошее совпадение по амплитуде расчетного и измеренного поля при выбранной модели обеспечивается только на частотах выше 10 Гц. На более низких частотах расчеты дают завышенные до 50% значения и это свидетельствует о возрастании проводимости Земли на глубинах свыше 10-15 км по сравнению с приповерхностными слоями.

Эллиптичность поля достаточно мала и не превышает 0.16. Расчетный ход кривой дирекционного угла качественно сходен с экспериментальным, но близок к нему только при усреднении по рабочему диапазону частот. При этом разброс теоретических значений заметно меньше наблюдаемого в эксперименте.

Таким образом, существенные отличия расчетов от экспериментальных данных по амплитуде горизонтальной компоненты магнитного поля на частотах ниже 10 Гц показывают непригодность однородной модели подстилающей среды. Чтобы преодолеть этот недостаток, рассмотрим случай двухслойной Земли с более проводящей подложкой, точнее описывающей реальную глубинную структуру Земли на Кольском полуострове [74].

Проведенные вычисления показали, что примером подходящей для этого модели является двухслойная среда с верхним слоем с проводимостью  $\sigma_1 = 6 \cdot 10^{-5}$  См/м и толщиной  $d = 20$  км, лежащем на более проводящем основании с проводимостью  $\sigma_2 = 10^{-2}$  См/м. Результаты расчетов поляризационных характеристик с двухслойной моделью Земли для проводимости ионосферы  $10^{-2}$  См/м и  $10^{-4}$  См/м показаны на рис. 4.5.

Чувствительность поляризационных характеристик поля к проводимости ионосферы, отмеченная ранее в эксперименте и в расчетах с однородной Землей, в данном случае так же сохраняется, что можно видеть в основном на частотах ниже 2 Гц.

Таким образом, выбранная двухслойная модель обеспечивает лучшее соответствие эксперименту по параметру интенсивности поля (рис. 4.5а), достаточно хорошо описывая особенности его поведения в диапазоне 0.2–200 Гц. В сравнении со случаем однородной Земли вычисленная эллиптичность имеет меньшие значения (рис. 4.5б), т.е. поляризация становится еще ближе к линейной. Дирек-

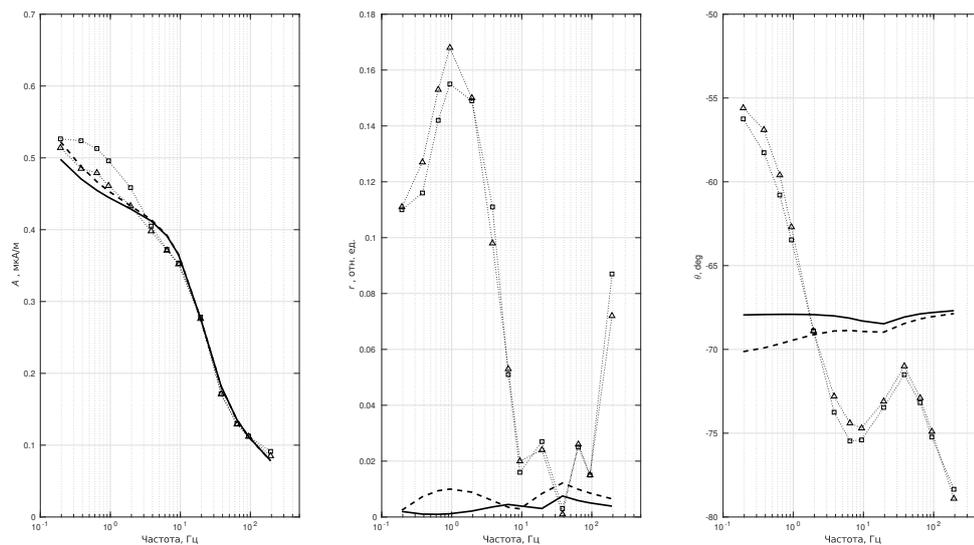


Рисунок 4.5 — Теоретические кривые поляризационных параметров, рассчитанные при двуслойной модели подстилающей среды, в сопоставлении с экспериментальными данными. Обозначения те же, что на рис. 4.4 .

ционный угол имеет меньший разброс значений в рассматриваемом диапазоне частот, при этом практически сохраняя то же самое среднее значение (рис. 4.5в).

Как видно из представленного выше, с одной стороны, введение в модель высокопроводящего слоя-подложки позволило точнее описать особенности возбуждения поля: в первую очередь, получить более медленный темп нарастания интенсивности поля при понижении частоты ниже 5 Гц, существенно не меняя остальных качественных особенностей – близкую к линейной поляризацию и среднее направление ориентации вектора напряженности. При этом наблюдается большее отличие на краях частотного диапазона для дирекционного угла, а также в области частот ниже 1 Гц – в эллиптичности.

С другой стороны, выполняя расчеты, можно убедиться, что дальнейшее уточнение структуры проводимости Земли на больших глубинах скин-слоев, соответствующих частотам ниже 0,5 Гц, опираясь на измеренную интенсивность поля, становится все более затруднительным, ввиду приближения к квазистатическим условиям, в которых поле зависит только от пространственной конфигурации возбуждающих токов и расположения источника относительно них.

На этом основании мы предполагаем, что расхождения расчетов и эксперимента по амплитуде и ориентации поля в начальной части диапазона частот на рис. 4.5 вызваны более сложным характером локальной неоднородности прово-

димости на глубинах нескольких десятков километров под источником, чем это предполагается в плоскостистой модели.

#### 4.1.2.1 Заключение

Использованные формулы для расчета полей применимы на малых расстояниях от источника, где можно пренебрегать кривизной волновода Земля-ионосфера, а также вкладом кругосветных волн в сравнении с прямым полем. Задача о возбуждении поля решена для двухслойной модели подстилающей среды и плоской однородной изотропной ионосферы при строгих граничных условиях. Полученные результаты актуальны для исследования возбуждения КНЧ-СНЧ полей контролируемых источников именно на малых расстояниях, где в экспериментах, как правило, достигается хорошее соотношение сигнал-шум и тем самым обеспечивается высокое качество измерений и зондирования природных сред.

Хорошее качественное совпадение расчетных характеристик интенсивности, эллиптичности и ориентации поля, наблюдаемым в эксперименте практически во всем рабочем диапазоне частот, обеспечивает двухслойная модель с высокопроводящей подложкой, расположенной на глубине более 15 км от поверхности Земли. Эта модель дает также и достаточно близкие абсолютные значения интенсивности поля для частот 2–200 Гц.

Расхождения на более низких частотах и наблюдаемые отличия ориентации поля от ожидаемых значений свидетельствует о наличии горизонтальных неоднородностей подстилающей среды на больших глубинах, не вписывающихся в рамки идеализированной плоскостистой модели. Так, например, при понижении частоты от 2 Гц до 0.2 Гц вектор напряженности поля монотонно отклоняется от расчетного направления на величину до  $20^\circ$ , что отражается на пространственном распределении напряженности, в особенности на значительных расстояниях.

Проведенные расчеты показывают наличие сопоставимой с наблюдаемой в эксперименте реакции поляризационных характеристик магнитного поля на изменения проводимости ионосферы. Теоретические оценки показали, что на малых расстояниях от источника, не превышающих удвоенной высоты эффективного волновода, это становится возможным при условии достаточно низкой прово-

димости Земли и при низкой частоте зондирующего сигнала – когда величина скин-слоя становится достаточно большой.

Этот эффект отмечается в расчетах всех поляризационных характеристик поля, однако в эксперименте он наиболее ярко выразился в изменениях интенсивности поля на частотах ниже 10 Гц при существенных изменениях глобальных геомагнитных условий. Кроме того, несовпадение угла ориентации большой оси эллипса поляризации на частотах ниже 2 Гц указывает на сложную структуру Земли на глубинах, превышающих десятки километров.

В связи с этим, корректная интерпретация экспериментальных данных важна как для мониторинга состояния ионосферы, так и для глубинного зондирования Земли с применением наземных КНЧ источников.

#### **4.1.3 Влияние неоднородностей литосферы на поляризационные характеристики КНЧ-СНЧ магнитного поля, возбуждаемого линейным вибратором**

Для выяснения особенностей влияния крупномасштабных неоднородностей проводимости литосферы на генерацию низкочастотного электромагнитного поля в рамках проекта FENICS-2014 был проведен эксперимент по приему магнитного поля от двух антенн, расположенных на Кольском полуострове в областях с разной проводимостью.

Рассмотрим результаты измерений горизонтальных составляющих магнитного поля в обсерватории ПГИ в п. Ловозеро (рис. 4.6) в период с 23 августа по 07 сентября 2014 года. При этом с 23 по 29 августа работала субширотная антенна L-1, а с 01 по 07 сентября субмеридианальная L-2. Излучение проводилось с 01:00 по 05:00 по местному времени на четырнадцати частотах продолжительностью 10-15 минут в диапазоне частот  $10^{-2}$  – 200 Гц. Расстояние от точки приема до концов антенн L-1 составляло 125 км и 100 км, а до концов второй антенны L-2 125 км и 90 км. Из рис. 4.6 видно, что схема эксперимента обладает некоторой геометрической симметрией: угол между антеннами почти равен  $90^\circ$ , а точка приема находится на перпендикулярных линиях, проведенных из концов антенн. В случае горизонтально однородной среды х-составляющая поля при приеме с одной антенны геометрически будет соответствовать у-составляющей другой. Поэтому

на рис. 2-3 приведем результат измерения амплитуд магнитного поля от разных антенн, приведенных к току в 1 А в антенне, совместив x-составляющую одной из антенн с y-составляющей от другой (рис. 4.7) и наоборот (рис. 4.8).

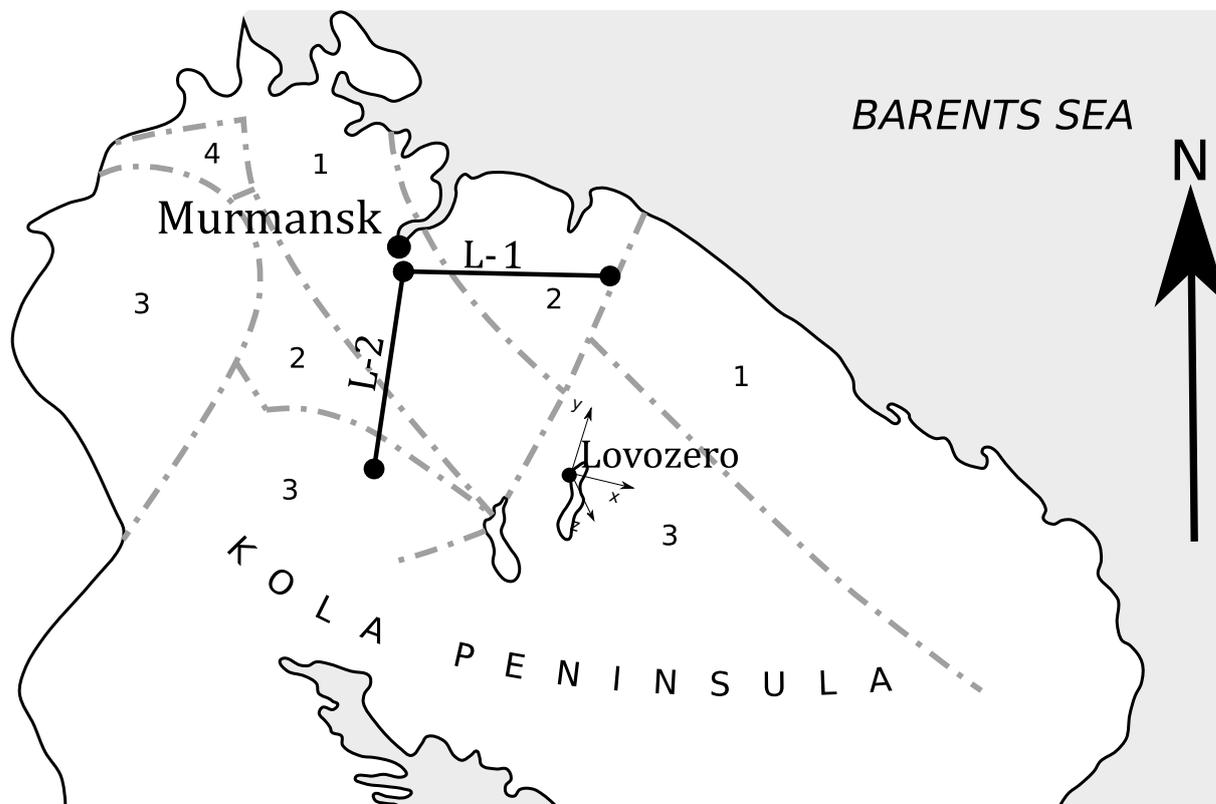


Рисунок 4.6 — Схема эксперимента. Ориентировочная проводимость Земной коры по оценкам из [74]. 1 –  $10^{-4}$  См/м, 2 –  $6 \cdot 10^{-5}$  См/м, 3 –  $10^{-3}$  См/м, 4 –  $10^{-2}$  См/м.

Отметим, что геофизическая обстановка во время измерений изменялась от спокойной 23-27 августа к возмущенной, начиная с 28 августа до окончания измерений. В спокойный период получают повторяющиеся результаты (рис. 4.7, 4.8), и кривые, относящиеся к этим датам, практически совпадают во всем интервале частот. С появлением возмущений возникает разброс результатов в области низких частот. При этом разброс значений значительно меньше разницы между компонентами x и y для разных антенн, что говорит о преобладающем влиянии неоднородной структуры проводимости литосферы.

Более полная информация о поле содержится в поляризационных характеристиках. Поэтому определим поляризационные характеристики полей по результатам измерения комплексных полей, излучаемых антеннами L-1 и L-2, и сравним их с теоретическими расчетами, опирающимися на плоскоструйную модель волновода.

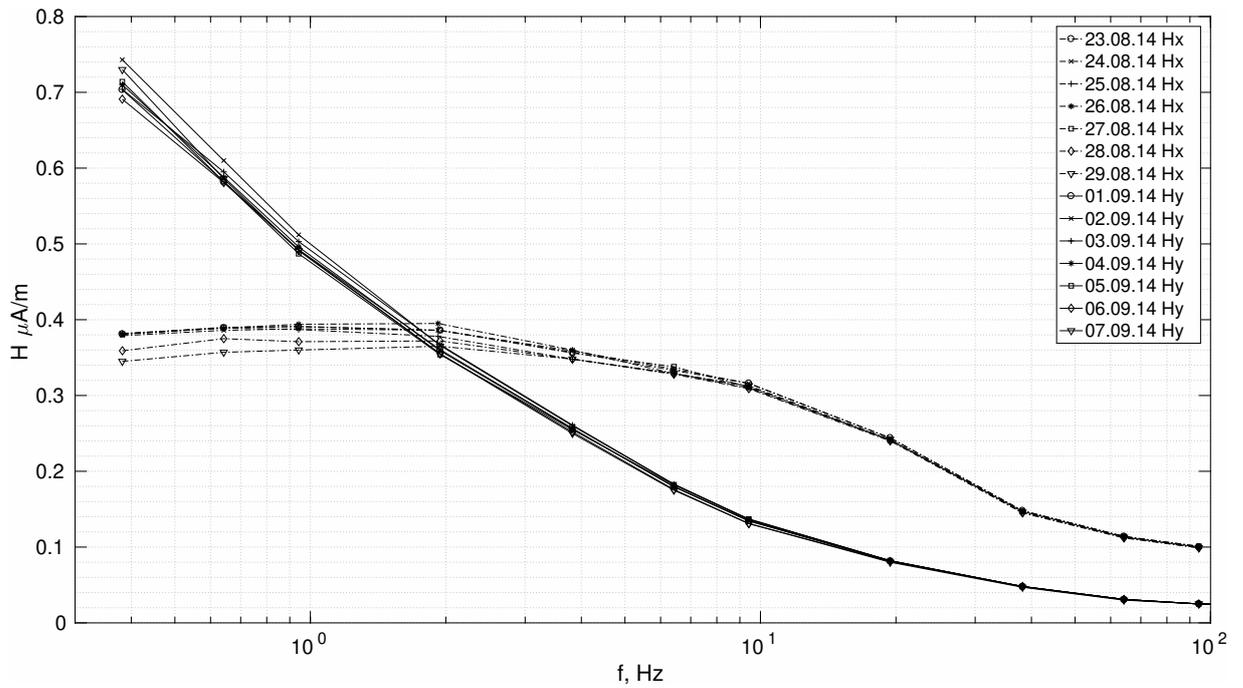


Рисунок 4.7 — Продольные относительно излучающей антенны компоненты магнитного поля.

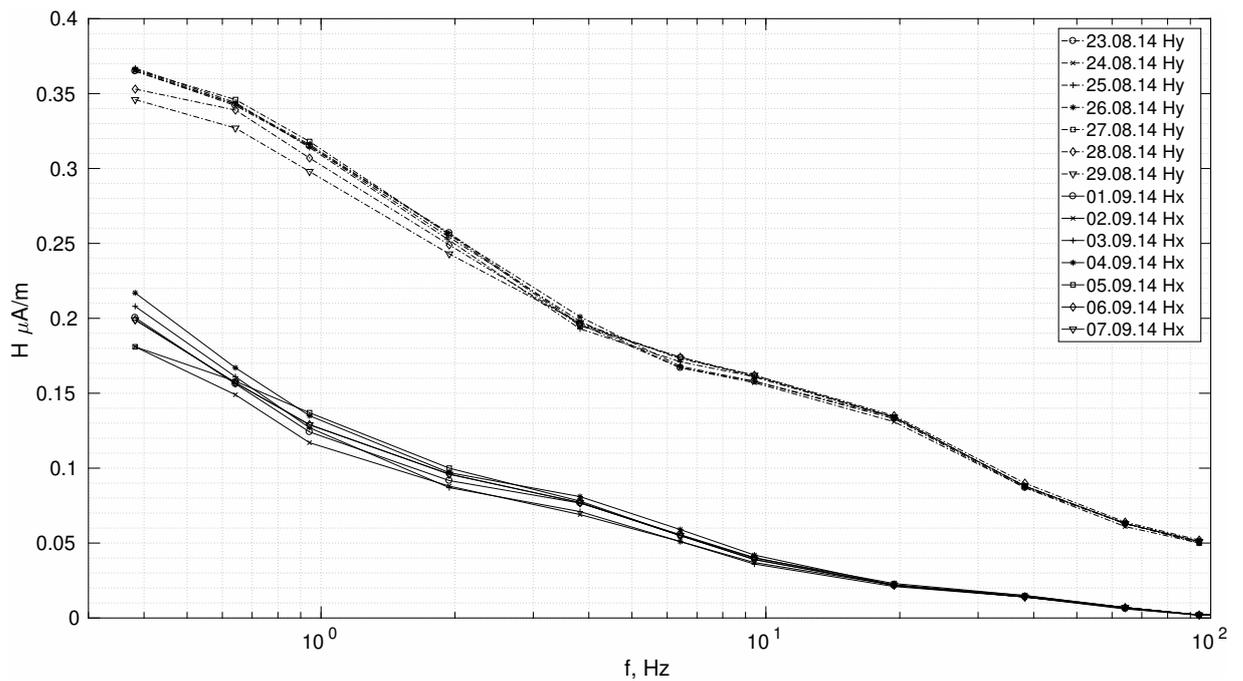


Рисунок 4.8 — Поперечные относительно излучающей антенны компоненты магнитного поля.

Примем во внимание, что вертикальная составляющая магнитного поля, по сравнению с поперечной составляющей, значительно быстрее убывает с расстоянием от источника, поэтому уделим внимание тангенциальным составляющим магнитного поля. Используя параметры Стокса из раздела 4.1.2, по известным комплексным компонентам можно рассчитать поляризационные характеристики

– большую и малую оси поляризации, угол главной оси эллипса, а также коэффициент эллиптичности.

Комплексные амплитуды и для модельных представлений определяются из теоретических расчетов, а в эксперименте – в результате обработки зарегистрированных сигналов, из которых получают оценки амплитуд и разности фаз между двумя ортогональными каналами.

Рассмотрим результаты, относящиеся к эксперименту с активным источником для антенны, ориентированной вдоль географической параллели, L-1. Как показали ранее [75], а также при анализе рис. 4.7 и 4.8, эффект от изменения проводимости ионосферы значительно меньше, чем от проводимости Земли. Поэтому, чтобы не загромождать графический материал, для демонстрации выберем результат, относящийся к одному из дней эксперимента.

На рис. 4.9 представлен результат вычисления по измеренным 29 августа 2014 года комплексным полям  $H_x$  и  $H_y$  поляризационных характеристик горизонтальных составляющих магнитного поля, приведенных к току в 1 А в антенне. Здесь  $A$  – большая полуось,  $r$  – коэффициент эллиптичности и  $\theta$  – угол между главной осью эллипса и осью абсцисс. Также на этом рисунке представлены результаты расчета поляризационных характеристик магнитного поля для плоской двухслойной модели подстилающей среды с проводимостью верхнего слоя  $\sigma_1 = 6 \cdot 10^{-5}$  См/м и толщиной в 20 км, лежащего на полупространстве с проводимостью  $\sigma_2 = 10^{-2}$  См/м.

Ионосфера считалась бесконечным полупространством с проводимостью  $\sigma_{-1} = 10^{-4}$  См/м, расположенном на высоте 75 км от поверхности Земли.

Анализ рис. 4.9 показывает хорошее совпадение в рамках выбранной модели теоретических расчетов и результатов измерений большой полуоси эллипса поляризации. В то же время на частотах менее 10 Гц имеются значительные отличия между измеренным и вычисленным коэффициентом эллиптичности и направлением главной полуоси эллипса.

На рис. 4.10 представлены аналогичные вышеописанным результаты, относящиеся к меридиональной антенне L-2, для 01 сентября 2014 года. В этом случае совпадение измеренных и теоретически вычисленных значений большой полуоси эллипса было достигнуто при выборе модели двухслойной модели Земли с  $\sigma_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  См/м и толщиной верхнего слоя 3 км,  $\sigma_2 = 3 \cdot 10^{-4}$  См/м и ионосферой с  $\sigma_{-1} = 2 \cdot 10^{-2}$  См/м, расположенной на высоте 75 км от поверхности Земли.

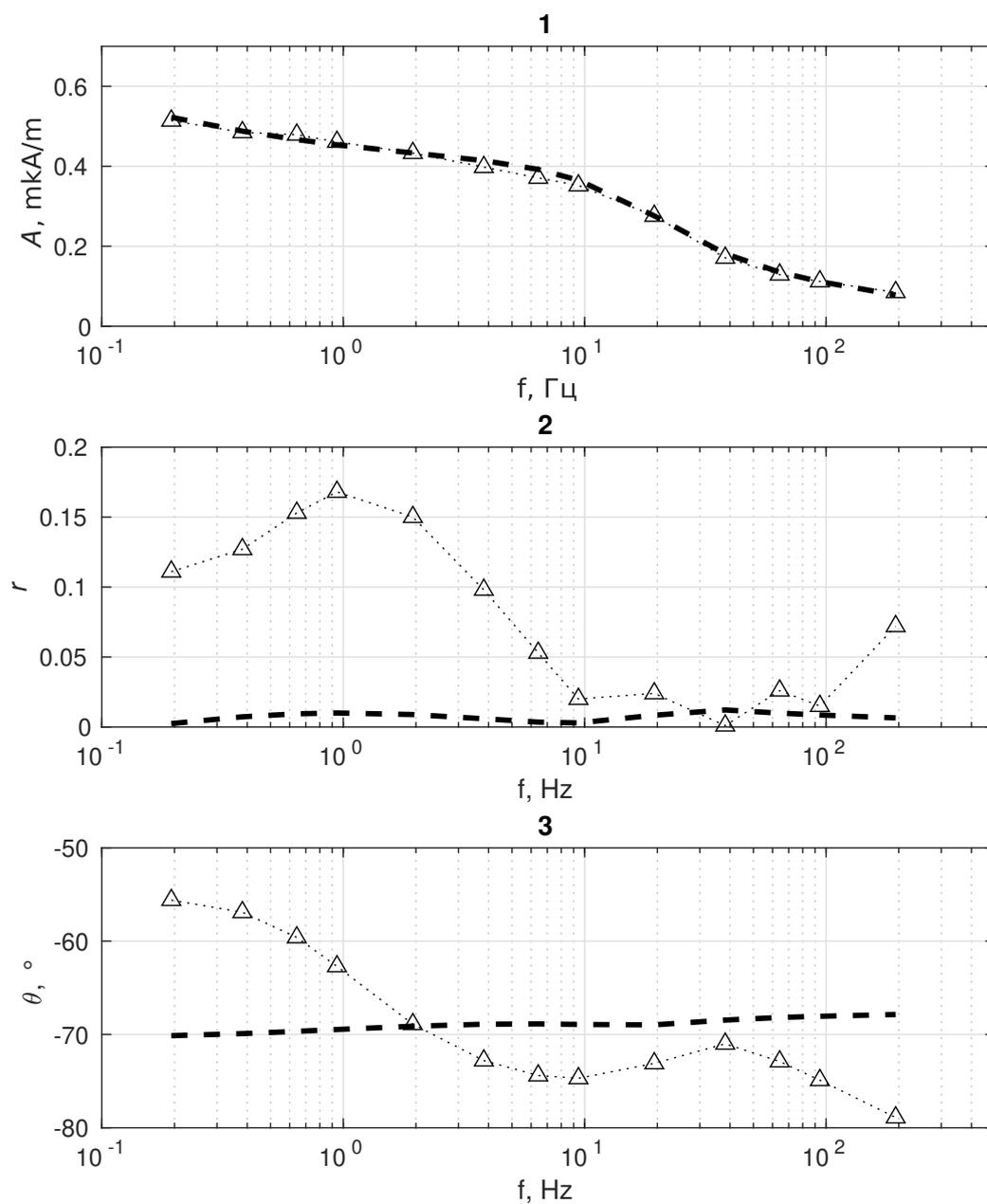


Рисунок 4.9 — Поляризационные характеристики горизонтальных составляющих магнитного поля антенны L-1, приведенных к току в 1 А в антенне. 1 – большая полуось эллипса поляризации, 2 – коэффициент эллиптичности, 3 – ориентация большой оси эллипса в горизонтальной плоскости в системе координат измерителя.

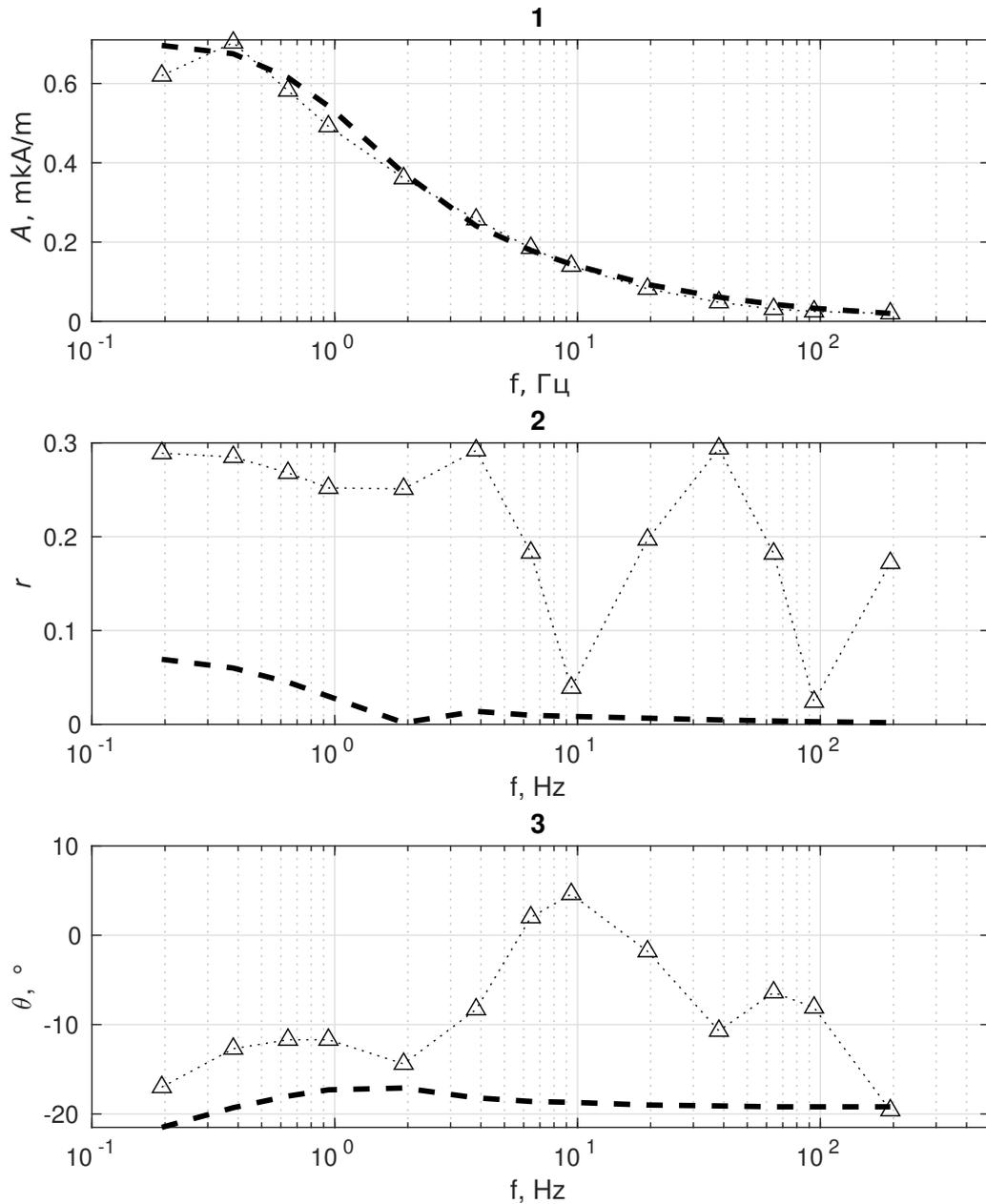


Рисунок 4.10 — Поляризационные характеристики горизонтальных составляющих магнитного поля антенны L-2, приведенных к току в 1 А в антенне. 1 – большая полуось эллипса поляризации, 2 – коэффициент эллиптичности, 3 – ориентация большой оси эллипса в горизонтальной плоскости в системе координат измерителя.

То есть, в отличие от предыдущего случая, здесь рассматриваем ситуацию, когда высокопроводящая среда лежит на менее проводящем основании.

Видим, что при хорошем согласии, как и на рис. 4.9, экспериментальных данных и теоретических расчетов по главной оси эллипса поляризации, здесь наблюдаются еще более значительные расхождения в описании коэффициента эллиптичности и угла наклона главной оси эллипса.

Рассмотрим, как полученные результаты соотносятся с используемыми в литературе представлениями о проводимости Кольского полуострова (рис. 4.6). Начнем с данных, полученных в ходе эксперимента с антенной L-1. Из рис. 4.6 следует, что эта антенна расположена на двух блоках с проводимостью  $\sigma = 6 \cdot 10^{-5}$  См/м и  $\sigma = 10^{-4}$  См/м. Учитывая, что суммарное поле линейной антенны формируется как сумма полей от элементарных антенн, то в первом приближении можно считать, что результирующее поле это сумма полей двух частей антенны. Так как затухание поля больше для большей проводимости, и при этом большая часть антенны расположена на блоке с меньшей проводимостью, то можно считать, что в основном поле формируется частью антенны на блоке с проводимостью  $\sigma = 6 \cdot 10^{-5}$  См/м, для которого величина скин-слоя .

$$d_s = \frac{500}{\sqrt{f\sigma}} \approx 6 \cdot \frac{10^{-4}}{\sqrt{f}}.$$

Следовательно, для частот меньших 10 Гц практически не будет проявляться влияние нижнего слоя (основания). Из рис. 4.7 следует хорошее совпадение экспериментальных данных как по большой оси, так и эллиптичности с соответствующими теоретическими для однородного слоя. Исключение составляет лишь поле на частоте 200 Гц, на которое возможно влияет верхний почвенный слой, не учитываемый в задаче. При переходе к более низким частотам (меньшим 10 Гц) наблюдается хорошее совпадение результатов по большой полуоси. Что касается отличий для угла наклона главной оси и коэффициента эллиптичности, то в силу малости информации о структуре литосферы на глубинах в несколько десятков километров, сложно высказать определенные предположения о причинах таких различий. Это может быть и анизотропия проводимости глубинных проводящих слоев, а также их неоднородность в горизонтальном направлении. Наличие разломов в Земной коре, особенно содержащих проводящую среду, также может приводить к появлению дополнительных токов и к существенному отклонению поля от линейного, характерного для плоскостойких сред. Антенна L-2 расположена в районе со сложной геологической структурой и проходит через три

крупномасштабные области с разной проводимостью с резкими, по сравнению с L-1, изменениями проводимости. И хотя получилась хорошая аппроксимация для большой оси и непротиворечивость экспериментальных данных по проводимости верхнего слоя литосферы с представленными на рис. 4.6, имеются существенные различия по эллиптичности как на низких, так и на высоких частотах. Для последних это различие скорее всего обусловлено анизотропией проводимости верхнего слоя, содержащего графиты и сульфиды, которые практически отсутствуют в Мурманском блоке, на котором в основном расположена антенна L-1.

Отличие теоретического описания в рамках плоскостной модели литосферы и реально измеренных направления главной оси эллипса и эллиптичности усложняют задачу определения местонахождения источника излучения. Однако, если не ставится геологическая задача, связанная с исследованием литосферы, то полученные в работе [75] результаты могут быть использованы для построения модели возбуждения КНЧ-СНЧ полей. В частности, для формального обобщения на анизотропную среду [32] можно ввести поправки, основанные на введении в амплитуду поля для однородной среды коэффициентов, отличающихся в ортогональных направлениях.

#### 4.1.3.1 Выводы

Применение плоскостной модели с однородными слоями имеет не только методическое значение, но и, как показало сопоставление теоретических расчетов и реальных измерений, имеет практический результат. Полученные с ее использованием данные по проводимости не противоречат существующим представлениям о структуре проводимости литосферы на Кольском полуострове [65], наблюдаемые различия в направлении эллипса поляризации и эллиптичности скорее всего являются следствием разломов в Земной коре, а также анизотропией образующих ее пород. Численное решение уравнений Максвелла для неоднородной анизотропной среды со скачками проводимости на сегодняшний день очень сложная математическая задача, и плоскостная модель может быть использована для оценки получающихся численных результатов.

## 4.2 Влияние ионосферы на поле контролируемого источника на расстояниях, превышающих высоту волновода

### 4.2.1 Введение

Проблема исследования закономерностей распространения радиоволн сверхнизкочастотного (СНЧ, 30–300 Гц) и крайненизкочастотного диапазона (КНЧ, 3–30 Гц) в анизотропном трехмерном волноводе Земля-ионосфера представляет интерес как с теоретической точки зрения, так и с практической в приложении к радиофизическим и геофизическим задачам.

В предыдущих разделах рассматривали влияние ионосферы на низкочастотное поле вблизи источника, то есть на расстояниях меньших или сравнимых с высотой волновода. Было установлено, что главным фактором, определяющим структуру поля в этой области, является проводимость литосферы. Изменения, вносимые ионосферой в поле, значительно меньше влияния распределения проводимости в литосфере. Расчеты показали, что модель ионосферы в виде слоя с постоянной проводимостью, расположенного на некоторой высоте над Землей, оказалась достаточной для объяснения закономерностей в поведении экспериментальных результатов, в частности, зависимости поля на частотах меньше 10 Гц от состояния ионосферы в областях с низкой проводимостью литосферы.

Начиная с сверхдлинноволнового диапазона [141] и ниже по частоте, изменяется механизм отражения поля от ионосферы и играет основную роль градиентный механизм, обусловленный изменением в пространстве тензора диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы. В связи с чем важной проблемой является определение в ионосфере областей, существенных для отражения. Такая задача рассматривается в работах [34; 142; 143].

Проведенные исследования положения области ионосферы, существенной при отражении, показали, что ее размер немонотонно меняется с частотой и значительно увеличивается в СНЧ-диапазоне, особенно при переходе к КНЧ и более низкому частотному диапазону. Верхняя граница для СНЧ-волн приходится на высоту 100–120 км и с уменьшением частоты до 0.1 Гц достигает высоты 2000 км. При этом нижняя граница области опускается с уменьшением частоты, достигая высот 30–40 км в КНЧ-диапазоне. Следовательно, во внеш-

ней (выше  $max F_2$ ) ионосфере при определенных геофизических условиях может возникнуть отраженное поле, которое совместно с отраженным от нижней части ионосферы сформирует интерференционную картину на Земле. Как показывают расчеты [36], отражения исчезают при частотах более 8 Гц. Считается [144], что две области отражения в нижней и верхней ионосфере формируют так называемый ионосферный альвеновский резонатор ИАР.

Область отражения во внешней ионосфере, обусловленная экспоненциальным убыванием проводимости плазмы, называют верхней границей альвеновского резонатора, а проводящий гиротропный E-слой (высоты 90–130 км) - нижней. Существование ИАР при определенных геофизических условиях можно обнаружить в регистрациях низкочастотных электромагнитных шумов в частотном диапазоне 0.5-6 Гц [145; 146].

Существует обширная литература, посвященная морфологии альвеновских резонансов, в которой отмечается, что резонансные структуры наблюдаются на разных широтах преимущественно в ночное время в спокойных геофизических условиях. Хотя обычно считают основным источником возбуждения ИАР глобальную грозовую активность, в работе [144] утверждается, что этот механизм не эффективен для средних, а особенно для высоких широт, так как основные центры грозовой активности расположены на значительных расстояниях в экваториальных областях. При этом предполагается, что более эффективными источниками для этих широт могут быть ближние грозы, а также возбуждение ионосферных токов, приводящее к запитке резонатора на высотах E-слоя ионосферы.

Неопределенность в характере и расположении источников электромагнитного поля, приводящих к появлению в регистрациях электромагнитного шума альвеновских резонансов, затрудняет или делает их не очень надежным инструментом для определения состояния внешней ионосферы; так как проблематично разделить два эффекта: чем обусловлено отсутствие альвеновских волн – отключением источника, возбуждающего резонатор, или изменениями проводящей внешней ионосферы, разрушающими область отражения во внешней ионосфере.

Устранить неопределенность с источником возможно при использовании контролируемого источника низкочастотного излучения.

Ниже рассмотрим такой подход по выявлению отражений от внешней ионосферы. В отличие от ранних исследований [75; 77] будем анализировать результат измерений, выполненных на расстоянии между приемником и передатчиком, су-

щественно превышающем 100 км, то есть на расстоянии, при котором проявляется волноводный механизм распространения волн и более ярко выражено влияние ионосферы. В силу быстрого затухания низкочастотных волн эта дистанция не должна быть слишком большой, чтобы в условиях реального эксперимента обеспечивалось хорошее отношение сигнала к шуму, и точность измерений позволяла зафиксировать искомый ионосферный эффект.

#### **4.2.2 Амплитудно-частотная зависимость магнитного поля наземного КНЧ-источника в дневное время**

Основные теоретические и экспериментальные сведения о распространении электромагнитных волн в диапазоне частот 3–300 Гц в полости Земля-ионосфера отражены в монографиях [107; 147; 148] и многочисленных статьях, вышедших в течение последних десятилетий, в числе которых можно привести работы [35; 68; 149–151].

Для исследования распространения радиоволн в данном диапазоне очевидные преимущества имеет использование контролируемых источников поля. При этом в настоящее время экспериментальных работ с использованием таких источников в приложении к ионосфере было проведено мало, они носили эпизодический характер и имели невысокую точность, что позволило лишь качественно оценить основные теоретические особенности поведения КНЧ-поля в волноводе Земля-ионосфера. Для получения статистически значимых экспериментальных данных в КНЧ-диапазоне в мае 2014 г. был проведен эксперимент по генерации и приему квазимонохроматических полей на 18 частотах от 3 до 33 Гц приемно-передающим комплексом, описанном в приложении А.

Формирование сигнала в диапазоне 3–30 Гц производилось мобильным генератором мощностью 200 кВт. Антенна в виде горизонтального заземленного электрического диполя имела длину 60 км и была ориентирована вдоль географической широты [127]. Амплитуда силы тока в антенне составляла 100–110 А.

Синхронность цифровых измерений тока в антенне и магнитного поля обеспечивалась привязкой данных ко времени UT по сигналам СНС ГЛОНАСС/GPS с погрешностью не более 1 мкс [21]. Аналоговые сигналы оцифровывались 22-битным АЦП с частотой дискретизации 512 Гц. В ходе эксперимента 22 мая

2014 г. было проведено два сеанса генерации сигналов на 18 частотах от 3 до 33 Гц – по 15 мин на каждой частоте: 8:30–13:00 UT и 13:20–17:50 UT. Измерения магнитного поля выполнялись в двух пунктах: в пригороде г. Петрозаводска (Республика Карелия) – на удалении 765 км от источника и в д. Сторожно (Ленинградская обл.) – на удалении 915 км. Прием сигнала осуществлялся с помощью идентичных 3-компонентных индукционных магнитометров. Два горизонтальных датчика ориентировались ортогонально по стрелке магнитной буссоли:  $H_{S-N}$  – в направлении на магнитный север,  $H_{W-E}$  на запад, третий датчик  $H_Z$  – устанавливался вертикально.

В полярной системе координат, связанной с излучающим диполем (рис. 4.11), угловые координаты обоих приемных пунктов оказались близки по модулю к  $\pi/2$ , поэтому поле в этих точках имеет фактически только радиальную составляющую, образующую угол приблизительно  $10^\circ$  с осью индукционного датчика  $H_{S-N}$ . В связи с этим измеряемое поле практически совпадает с единственной измеренной компонентой  $H_{S-N}$  ( $\cos 10^\circ \approx 0.98$ ). Из-за объективно низкого соотношения сигнал/шум не удалось надежно выделить составляющую поля  $H_{W-E}$ .

Амплитуда полезного монохроматического сигнала определялась на основе оценки средней спектральной плотности мощности (СПМ) в окрестности рабочей частоты. Поскольку полезный сигнал измеряется в присутствии естественного фонового шума, то при статистической независимости их мощности складываются. Оценка измеряемой СПМ выполнялась методом усредненных пересекающихся периодограмм Уэлча с окном Хэмминга, дополненного определением границ доверительных интервалов [128].

Продолжительность каждого временного промежутка  $T_0$ , содержащего полезный сигнал, составляла 900 с. В зависимости от частоты сигнала при обработке по методу Уэлча задавалась различная длительность временных окон (с перекрытием 50 %): от  $T_0/4$  – на низких частотах до  $T_0/16$  – на высоких. Таким образом, каждое отдельное временное окно содержало не менее нескольких сотен периодов полезного монохроматического сигнала.

В полученной СПМ симметрично относительно рабочей частоты выбирались две области шириной 0,5–2 Гц, внутри которых производилось усреднение СПМ фонового шума и определялись доверительные интервалы. Определив таким образом среднюю мощность аддитивной смеси полезного сигнала с шумом и интервальную оценку средней мощности шума вблизи рабочей частоты, мы

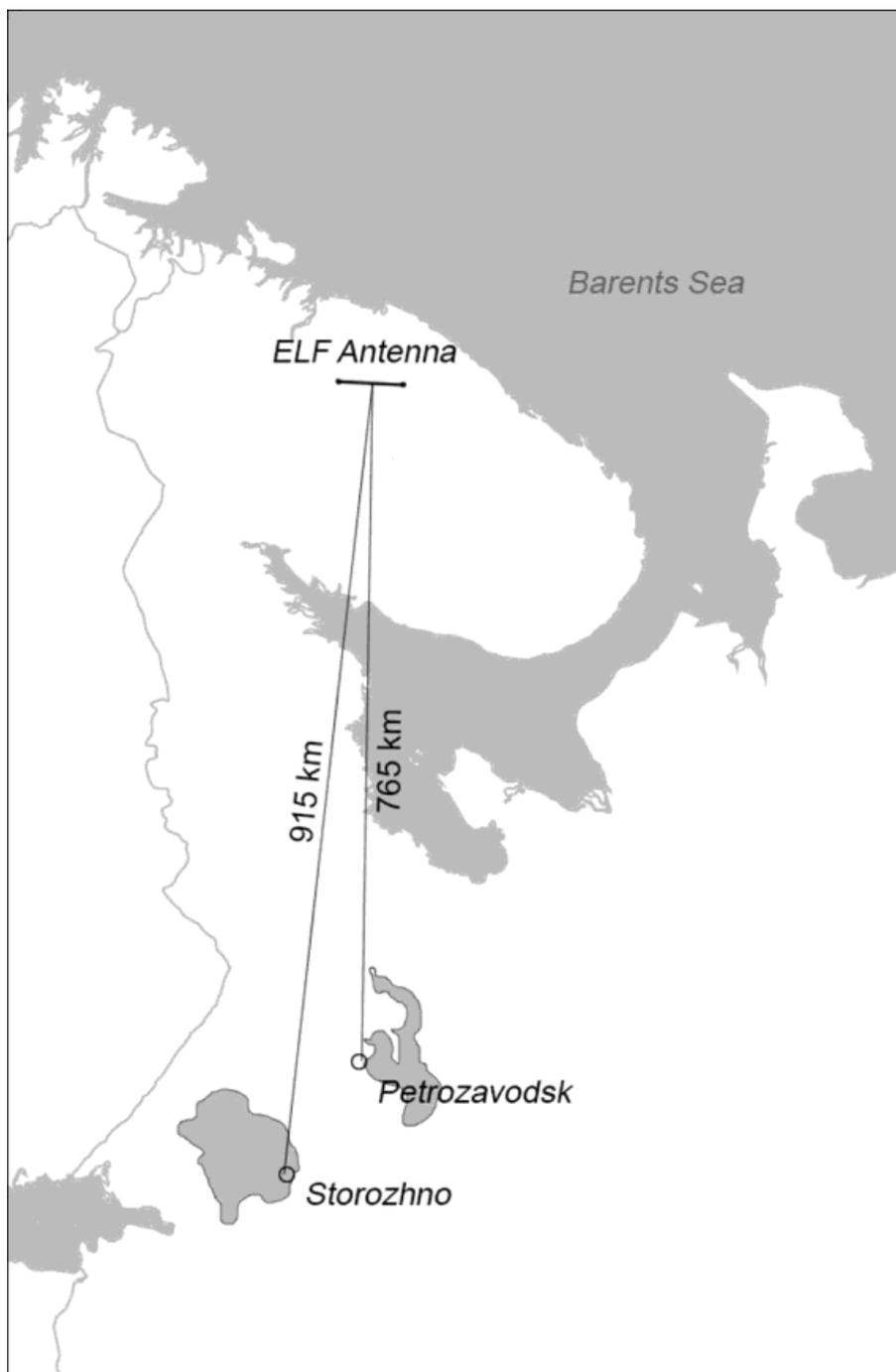


Рисунок 4.11 — Карта-схема области проведения эксперимента.

оценивали мощность полезного сигнала. Доверительная вероятность в статистических расчетах была принята равной 0,8. На заключительном этапе обработки полученные оценки мощности полезного сигнала пересчитывались в соответствующие значения амплитуды с учетом коэффициентов, определенных при калибровке.

Полученные после обработки результаты измерений нормировались на ток в антенне. Результаты измерений горизонтальной компоненты  $H_{S-N}$  в приемных пунктах Петрозаводск и Сторожно, приведенные к силе тока 1 А, представлены на

рис. 4.12. Измерения в Сторожно во время второго сеанса (рис. 4.12d) на частотах ниже 5 Гц по техническим причинам провести не удалось.

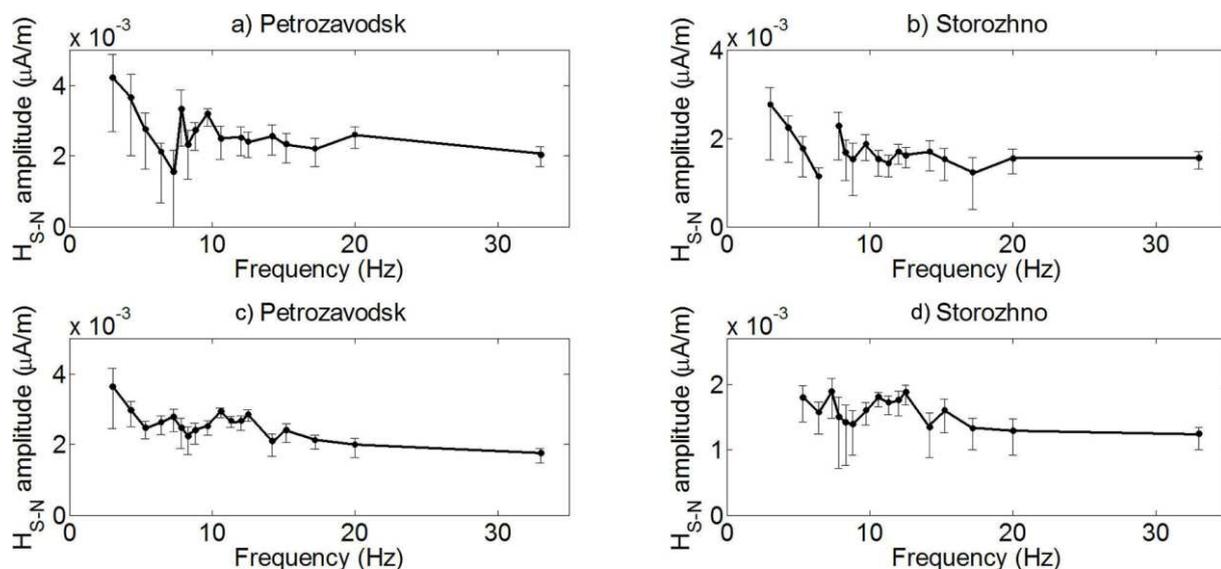


Рисунок 4.12 — Измеренные в эксперименте амплитуды компоненты  $H_{S-N}$  магнитного поля.

Как видно на приведенных графиках, в среднем поведение поля имеет убывающий тренд. Учитывая величины полученных доверительных интервалов (рис. 4.12 а и б), можно утверждать, что наблюдаемая в первом (дневном) сеансе немонотонная зависимость амплитуды поля от частоты в области 5–8 Гц является значимой на фоне общего хода кривой. Немонотонный характер зависимости полностью повторяется в измерениях в двух удаленных точках Сторожно и Петрозаводск, что повышает надежность обнаружения этой особенности. Второй (вечерний) сеанс измерений представлен на рис. 4.12с и 4.12d. Видно, что в вечерние часы доверительные интервалы измеряемых амплитуд уменьшились, при этом в обоих пунктах наблюдаются сходные значимые осцилляции амплитуды принятого сигнала. По величине и структуре эти вариации подобны тем, что наблюдались в дневном сеансе.

Во время проведения эксперимента геомагнитная обстановка оставалась достаточно спокойной: планетарный индекс  $K_p$  не превышал 3 единиц. В таких условиях появление нерегулярных ионосферных неоднородностей маловероятно. Учитывая также, что удаление точек измерений от источника до приемника не превышает 1000 км, наблюдаемая существенная вариация амплитуды не может быть вызвана интерференцией прямой и обратной волн по типу шумановского резонанса, а так же неоднородностью волновода день-ночь [152].

В рамках существующих представлений вероятный механизм возникновения вариаций амплитуды в вечернее время может быть связан с влиянием внешней ионосферы. Наличие двух областей отражения КНЧ волн в ионосфере приводит к тому, что поле распространяется (возбуждается) в двух волноводах: один, образованный Землей и нижней ионосферой, другой нижней ионосферой и внешней. При этом нижняя граница ионосферного волновода является частично прозрачной и наличие вариаций в регистрируемом поле (рис. 4.12) косвенным образом подтверждает вклад ионосферного волноводного распространения.

На возможность существования в высоких широтах отражения от внешней ионосферы в вечернее время в условиях, близких к описываемому выше эксперименту, показывает результат проявления Альвеновского резонатора в естественном шуме на сонограмме за 14.09.2019 г, полученная в процессе эксперимента FENICS-2019 на Кольском полуострове (рис. 4.13).

В работе [153] приведены модельные расчеты частотной зависимости ортогонального направлению антенны амплитуды компоненты  $B_x(x)$  для различных расстояний от передающей антенны. Параметры IRI-2016 выбирались соответствующими ночным условиям в 23h UT 2019/09/20 на широте в  $69^\circ$ . Проводимость по трассе принималась равной  $10^{-4}$  См/м. Графики (рис. 4.14) показывают, на фоне небольших флуктуаций  $\sim 10\%$ , слабую зависимость от частоты на больших расстояниях и существенное убывание при повышении частоты на малых расстояниях

С интерпретацией дневных наблюдений ситуация несколько сложнее. В средних широтах дневная нижняя ионосфера на высотах 40–100 км, как показывает модель IRI-2007, непрозрачна для КНЧ-волн. Вследствие этого получается монотонная зависимость ионосферного импеданса и амплитуды поля в волноводе от частоты.

Однако в высоких широтах, где располагался источник излучения и частично проходила трасса распространения волн, даже в дневное время, согласно данным спутниковой томографии [154], наблюдаются крупномасштабные изменения концентрации электронов. Это создает условия для просачивания волн во внешнюю ионосферу, участвующую в формировании импеданса, и приводит к немонотонной зависимости амплитуды тангенциального поля от частоты.

Таким образом, в представленном эксперименте впервые было обнаружено отличное от теоретических представлений поведение КНЧ-поля искусственного контролируемого источника в дневных условиях. Установлено, что в дневное

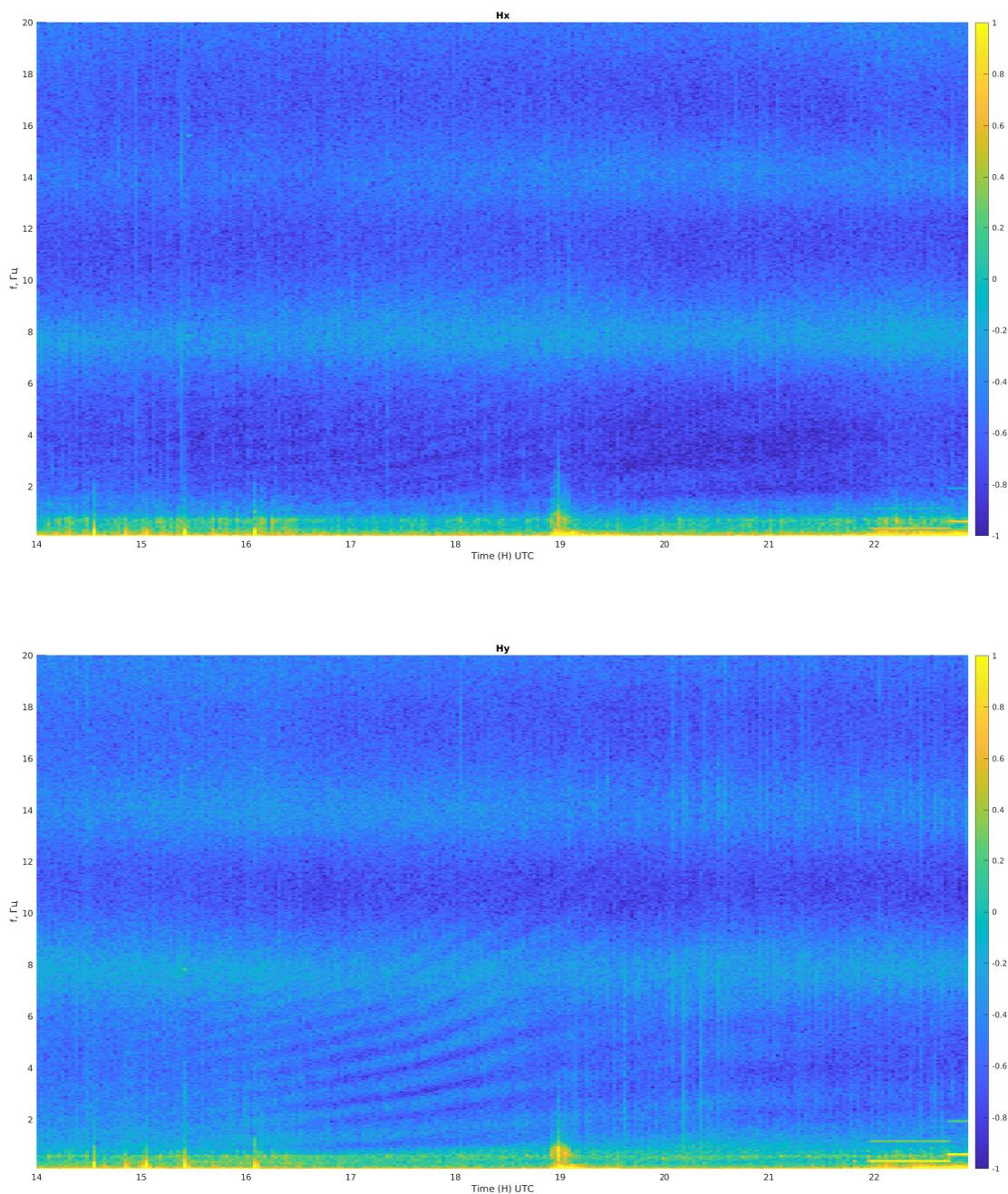


Рисунок 4.13 — Сонограмма  $H_x$  и  $H_y$ .

время возможен немонотонный характер зависимости амплитуды от частоты. В ночное время аналогичные осцилляции объясняются специфической структурой профиля электронной концентрации во внешней ионосфере. Просачивание КНЧ-волн во внешнюю ионосферу днем возможно в высоких широтах благодаря наличию крупномасштабных ионосферных неоднородностей, которые не описывается имеющимися эмпирическими моделями субавроральной ионосферы. Поэтому при высокоширотном расположении источника или трассы распространения осцилляции импеданса ионосферы и амплитуды поля с частотой могут

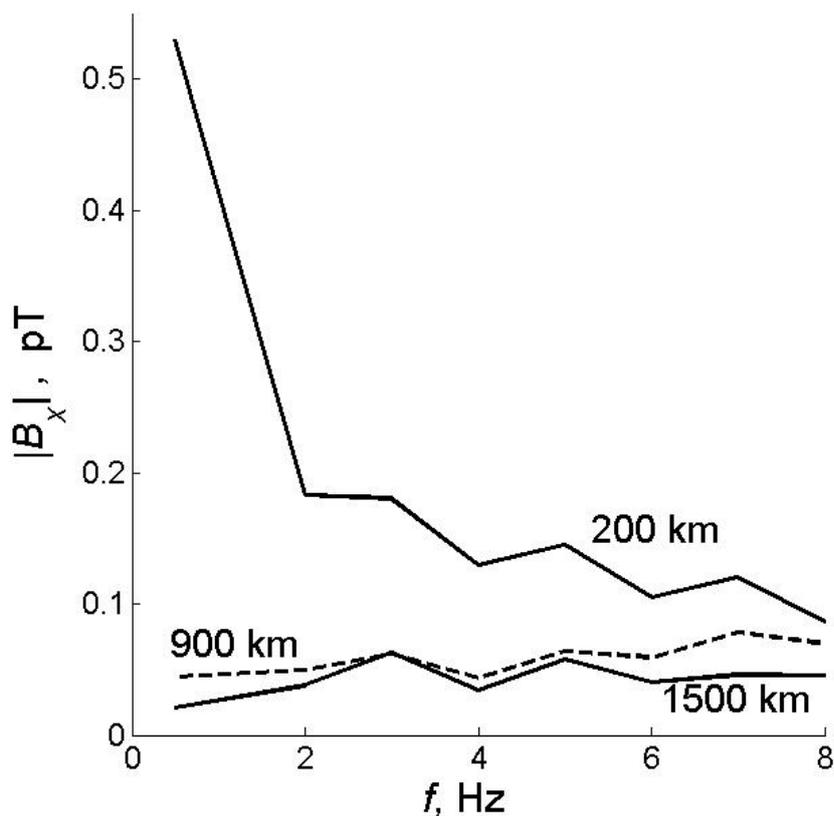


Рисунок 4.14 — Зависимость от частоты  $|B_x(f)|$  в нескольких пунктах наблюдения на  $x=200$  км, 900 км и 1500 км.

возникать и в дневное время. Более высокая чувствительность КНЧ-волн (по сравнению с СНЧ) к изменениям во внешней ионосфере открывает хорошие возможности использования этого диапазона в исследованиях околоземного пространства.

Теоретические расчеты наталкиваются на практически непреодолимые трудности при необходимости учитывать горизонтальную неоднородность волноводного канала. Кроме того, IRI - усредненная модель и может не отражать конкретную ситуацию с распределением электронной плотности в ионосфере, особенно связанной с крупномасштабными неоднородностями.

### 4.2.3 Влияние состояния ионосферы на амплитуду магнитного КНЧ поля в ночное время

Эксперимент по влиянию ионосферы на распространение волн СНЧ, КНЧ и более низкочастотного диапазона на Кольском полуострове в сентябре 2019 г [155]. В качестве передающей антенны использовалась высоковольтная линия длиной около 200 км в виде большой буквы "L" (рис. 4.15).

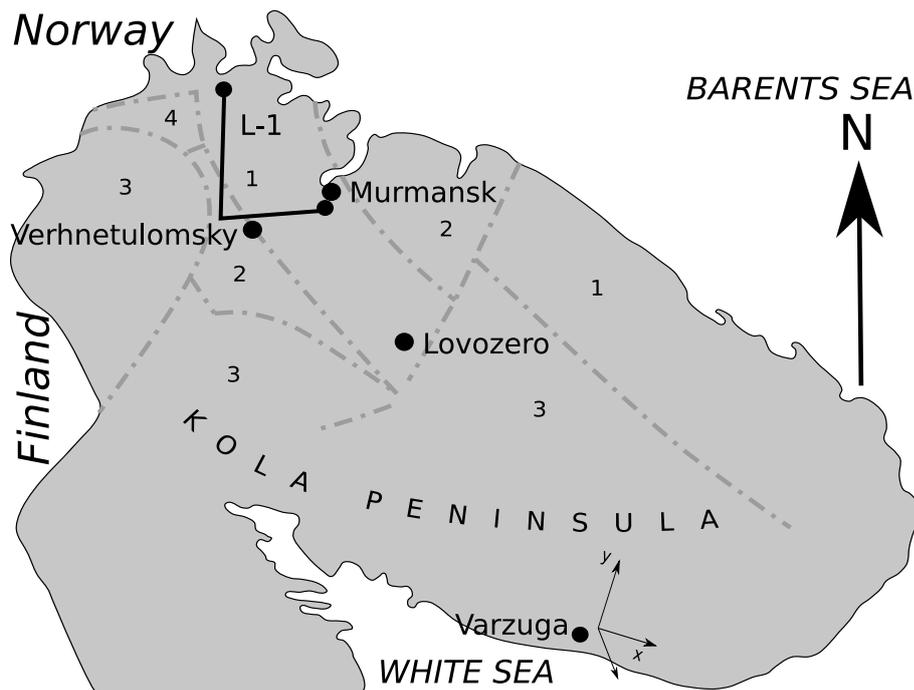


Рисунок 4.15 — Схема эксперимента FENICS-2019. Ориентировочная проводимость Земной коры [74]

1 –  $10^{-4}$  См/м, 2 –  $6 \cdot 10^{-5}$  См/м, 3 –  $10^{-3}$  См/м, 4 –  $10^{-2}$  См/м.

Формирование сигнала в диапазоне 0.382–194.2 Гц производилось с помощью мобильного генератора мощностью 200 кВт. Амплитуда силы тока в антенне на самой низкой частоте составляла около 200 А и понижалась в силу конструктивных особенностей передающей системы до 20 А на самой высокой частоте. Регистрация магнитного поля производилась калиброванными индукционными датчиками вблизи поселка Варзуга на удалении 309 км и 414 км от концов излучающей антенны. Два горизонтальных датчика ориентировались ортогонально в двух направлениях –  $H_{S-N}$  в направлении на магнитный север,  $H_{W-E}$  - на запад. Третий датчик  $H_z$  устанавливался вертикально. Также измерялось и электрическое поле ортогональными линиями длиной около 80 м с заземлением в центре и

на концах. В ходе эксперимента с 11 по 16 сентября было проведено 4 сеанса генерации поля на 11 частотах: 0.382 Гц, 0.642 Гц, 0.942 Гц, 1.942 Гц, 3.822 Гц, 6.422 Гц, 9.422 Гц, 19.42 Гц, 38.22 Гц, 64.22 Гц и 94.22 Гц в период с 22:21 UT по 02:h59 UT (МСК= UT+3). Время генерации на фиксированной частоте в нижней части частотного диапазона составляла приблизительно 15 минут, исключение составила крайняя верхняя частота, где в силу малости тока в антенне было увеличено время генерации до получаса.

Амплитуда монохроматического сигнала определялась с помощью оценки средней спектральной плотности мощности в окрестности рабочей измеряемой частоты и выполнялась методов усредненных пересекающихся периодограмм Уэлча с окном Хэмминга [128].

На рис. 4.17а–d приведены результаты измерений для четырех дней амплитуды горизонтальных компонент магнитного поля  $|H_{S-N}|$  и  $|H_{W-E}|$ , приведенных к току в 1А в антенне. Доверительная вероятность в 80% показана вертикальными отрезками.

Особенностью этих измерений является немонотонные изменения амплитуды в диапазоне менее 10 Гц. Особенно ярко это проявляется в данных за 11 и 12 сентября в компоненте  $|H_{S-N}|$ . Поведение поля в области больше 10 Гц подобно для разных дней, не сильно отличаясь друг от друга. Фактически поле определяется структурой литосферы, слабо завися от состояния ионосферы [75].

#### 4.2.3.1 Обсуждение результатов

На поле, регистрируемое в экспериментах, оказывает влияние состояние литосферы, а также различные гелиогеофизические факторы. Так как измерения выполнялись в близкие дни и в одно и тоже время суток для каждой частоты, то можно исключить из рассмотрения эффекты, обусловленные различным освещением ионосферы Солнцем. Оценку состояния литосферы можно произвести, анализируя импеданс поля на поверхности Земли. Совместная регистрация электрического и магнитного полей позволяет определить поверхностный импеданс  $|Z| = |E_{E-W}/H_{N-S}|$ .

На рис. 4.18 (кривые 1–4) приведен результат вычисления по экспериментальным данным приведенного поверхностного импеданса  $\delta = |Z/Z_0|$ , где  $Z_0 =$

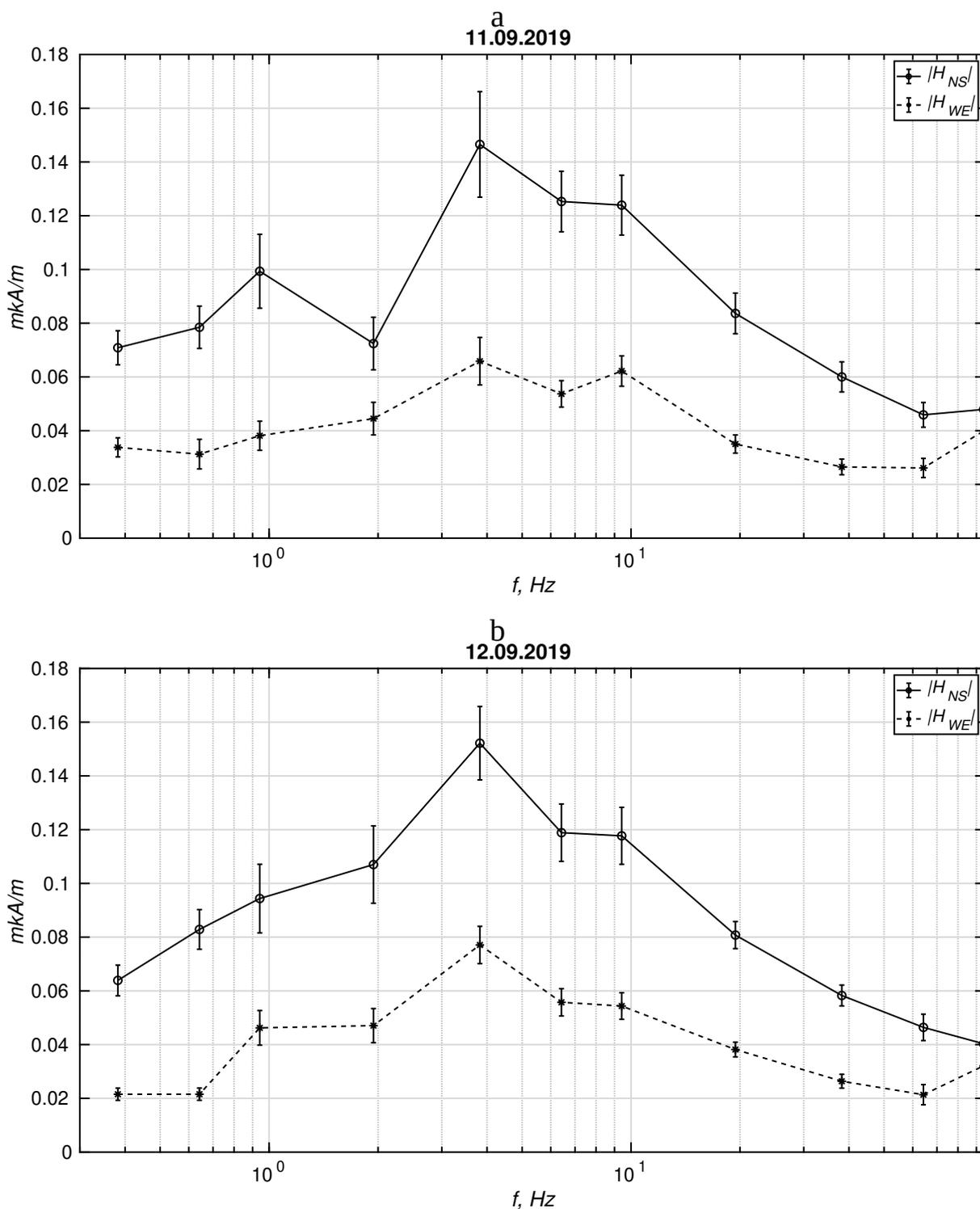


Рисунок 4.16 — Амплитуды горизонтальных компонент магнитного поля 11.09.19 и 12.09.19.

120 $\pi$  Ом – импеданс вакуума. Из рисунка следует, что импеданс, а, соответственно, проводимость не изменялись в процессе эксперимента и вариации в поле в разные дни обусловлены состоянием ионосферы [156].

Отметим, что для плоской монохроматической волны, падающей на двух-слойную структуру с различной проводимостью  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , имеет место следующее

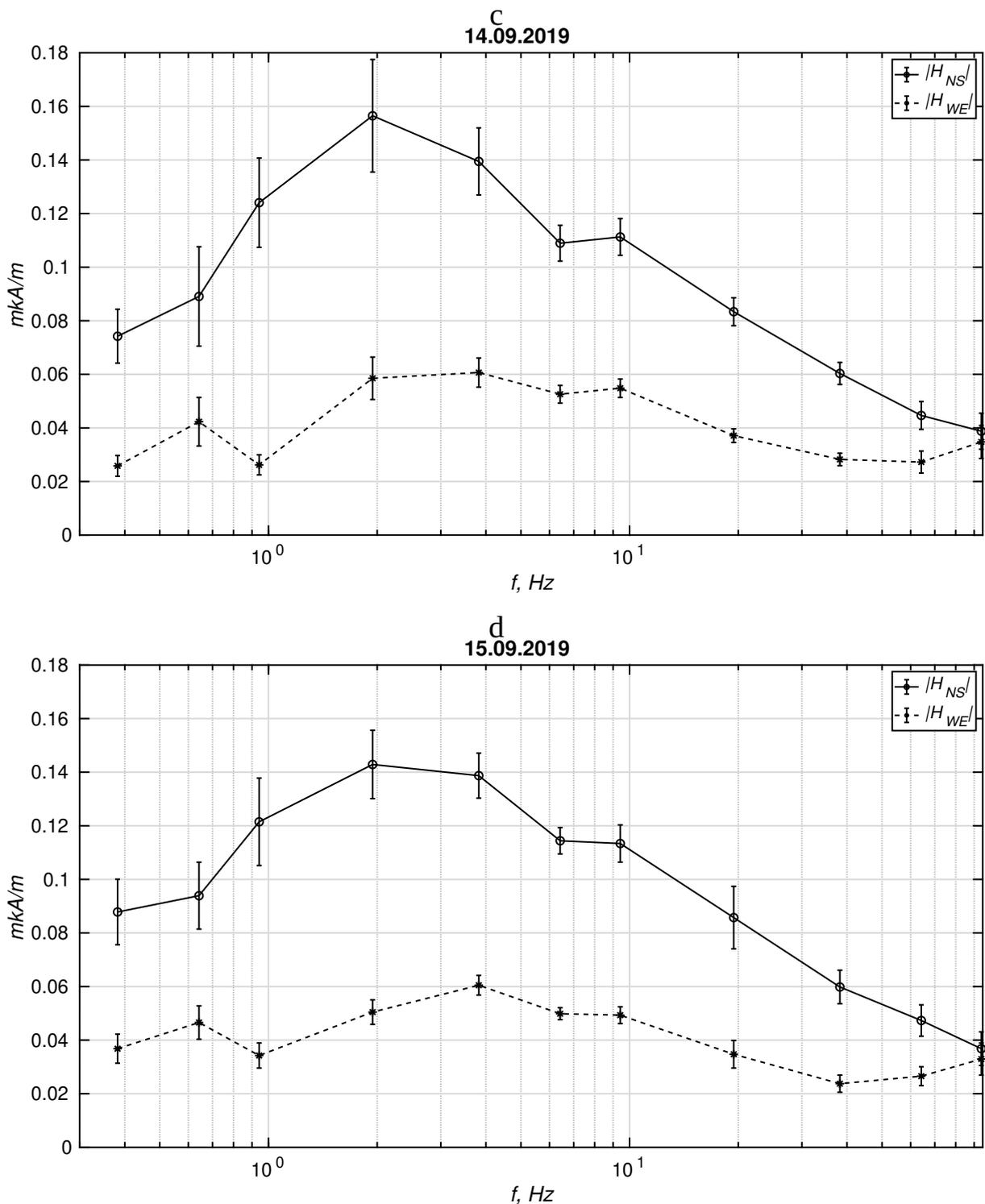


Рисунок 4.17 — Амплитуды горизонтальных компонент магнитного поля 14.09.19 и 15.09.19.

выражение [69]

$$|Z| = \left| \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_1} \frac{1 + R \exp(-2\kappa_1 d)}{1 - R \exp(-2\kappa_1 d)}} \right|,$$

в котором  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума,  $\omega$  — циклическая частота,  $d$  — толщина верхнего слоя,  $\kappa_1 = (1 - i)\sqrt{\omega\mu_0\sigma_1/2}$ ,  $R = (\sqrt{\sigma_2} - \sqrt{\sigma_1})/(\sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_1})$ .

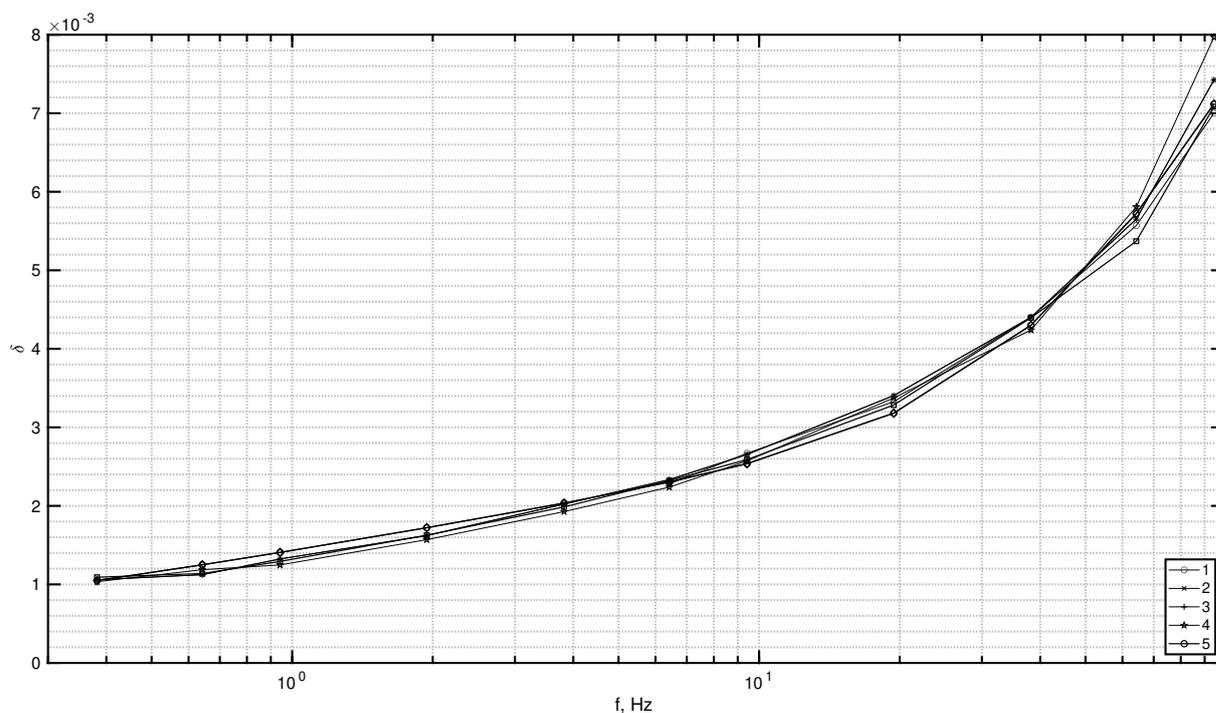


Рисунок 4.18 — Приведенные поверхностные импедансы. 1 – 4 экспериментально полученные, 5 – модельный расчет  $\delta$ .

Как следует из рис. 4.18 (кривая 5), хорошей аппроксимацией проводимости литосферы является двухслойная структура с верхним слоем толщиной 10 км с проводимостью  $\sigma_1 = 10^{-4}$  См/м, расположенном на полупространстве с проводимостью  $\sigma_2 = 10^{-5}$  См/м. Таким образом, проводимость литосферы в точке наблюдения постоянна и не вызывает вариаций в электромагнитном поле во время эксперимента.

Теперь рассмотрим магнитную активность в качестве параметра, характеризующего геофизическое состояние среды в период проведения эксперимента. Геомагнитная ситуация в период проведения экспериментов 11–16 сентября 2019 г. отличалась в начале и в конце измерений. Первые дни 11–13 сентября это очень спокойные условия (рис. 4.19), а в период с 14 по 16 сентября наблюдались возмущения в магнитном поле. При этом измерения активного сигнала начались 14 сентября прямо во время магнитосферной суббури (отмечена цифрой 1 на рис. 4.19b), а заключительный эксперимент начался 15 сентября после сильной суббури и продолжился во время слабой.

Эти наблюдения подтверждаются спутниковыми наблюдениями в рамках проекта ECLAT (The European Cluster Assimilation Technology). Из рис. 4.20а следует, что в ночь 11–12 сентября усиление западного электроджета имело место над северным побережьем Скандинавии (нижняя панель, справа). Вертикальная

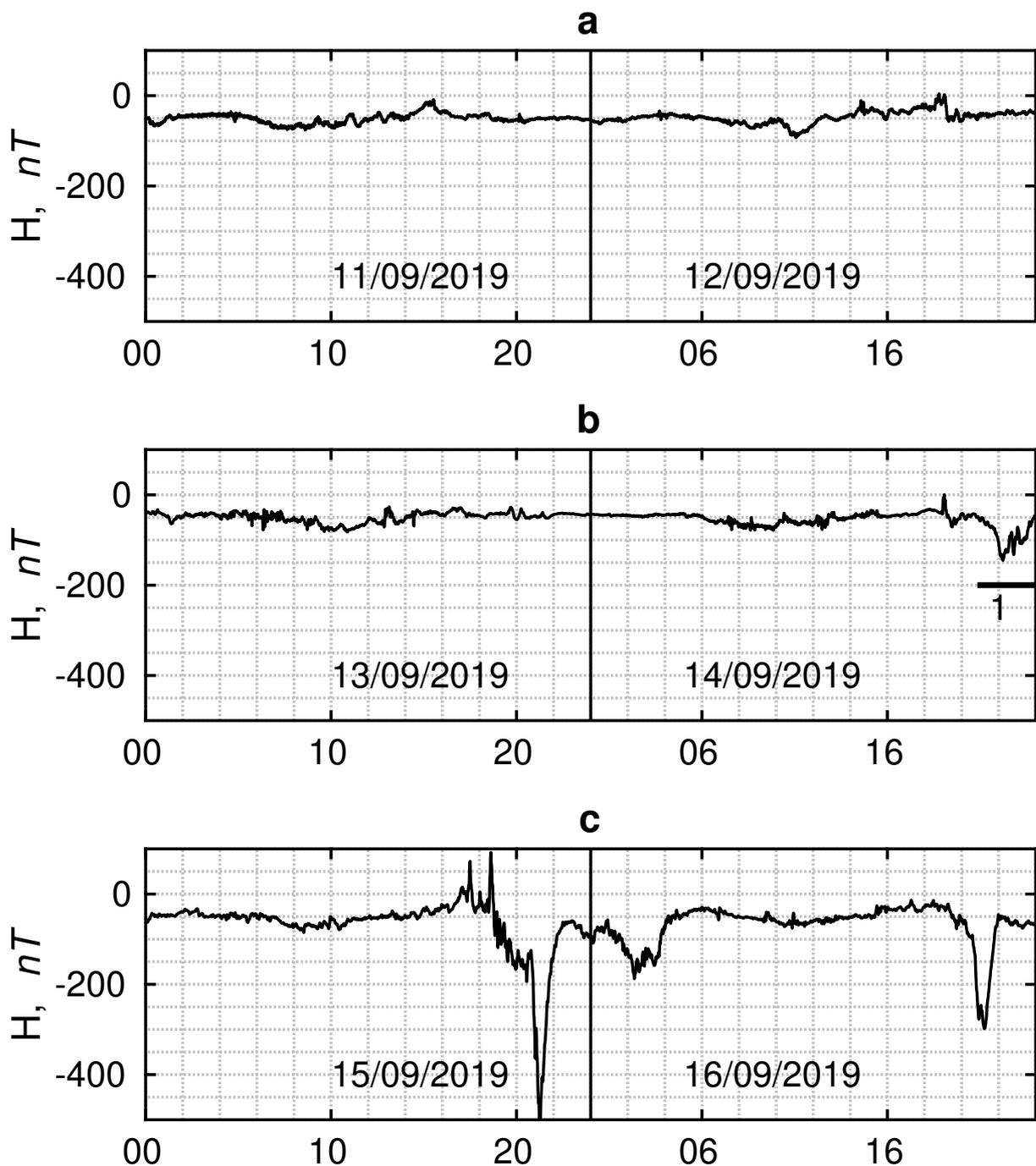


Рисунок 4.19 — Отклонение от спокойного уровня составляющей магнитного поля  $H$  (юг-север) по данным обсерватории ПГИ Ловозеро 11–12 (а), 13–14 (b) и 14–15 (b) сентября 2019 [140]. Цифрой ”1” на рисунке b отмечена суббурия во время наблюдений 14.09.2019.

линия на диаграмме слева указывает время, для которого посчитано 2D распределение ионосферного тока. С большой долей вероятности ионосфера над областью проведения эксперимента оставалась невозмущенной или испытывала незначительные возмущения высыпающимися частицами. На следующую ночь несмотря на то, что электроджет был сильнее (рис. 4.20b), его максимум так же

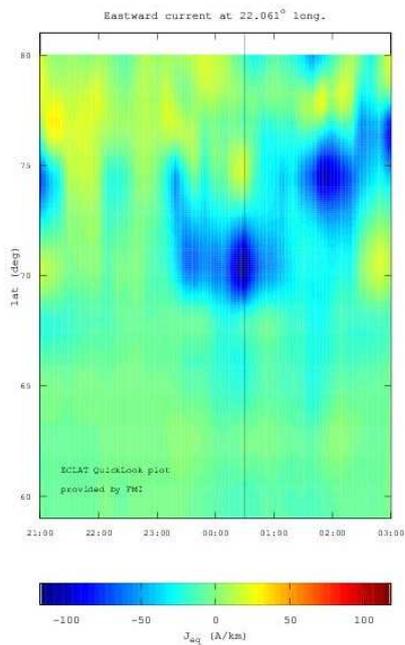
был над побережьем Скандинавии. То есть ионосфера над местом проведения эксперимента не должна была сильно измениться. Перед началом измерений 14–15 сентября наблюдалось усиление электроджета (рис. 4.21a) в опасной близости от области проведения эксперимента, а в течении эксперимента его ослабление с отходом на север (рис. 4.21b), что должно было вызвать возмущения в ионосфере, отмеченные и в обсерватории Ловозеро. Вечером 15 сентября электроджет занимает практически всю ионосферу над областью наблюдения (рис. 4.22a). Поэтому ионосфера должна сильно отличаться от ионосферы во время первых двух дней экспериментов, хотя сам эксперимент происходит на фоне слабых магнитных возмущений, а электроджет смещается в область над севером Скандинавии (рис. 4.22b).

Далее рассмотрим сонограммы составляющей магнитного поля  $|H_{SN}|$  в точке приема в дни проведения эксперимента (рис. 4.23–4.24). На них кроме обычных первых и второго шумановских резонанса присутствуют альвеновские резонансы, наиболее интенсивные относящиеся к раннему утру 14 сентября, а также к периоду с полудня до окончания эксперимента с излучением активного сигнала в ночь с 14–15 сентября. Высокочастотная часть альвеновских резонансов была замечена в период до позднего вечера 15 сентября, то есть до начала активного излучения, в то время как низкочастотные составляющие имели место как до работы передатчика, так и потом. Появление излучения передающей антенны проявляется на сонограммах в виде узких горизонтальных полос длительностью порядка 15 минут.

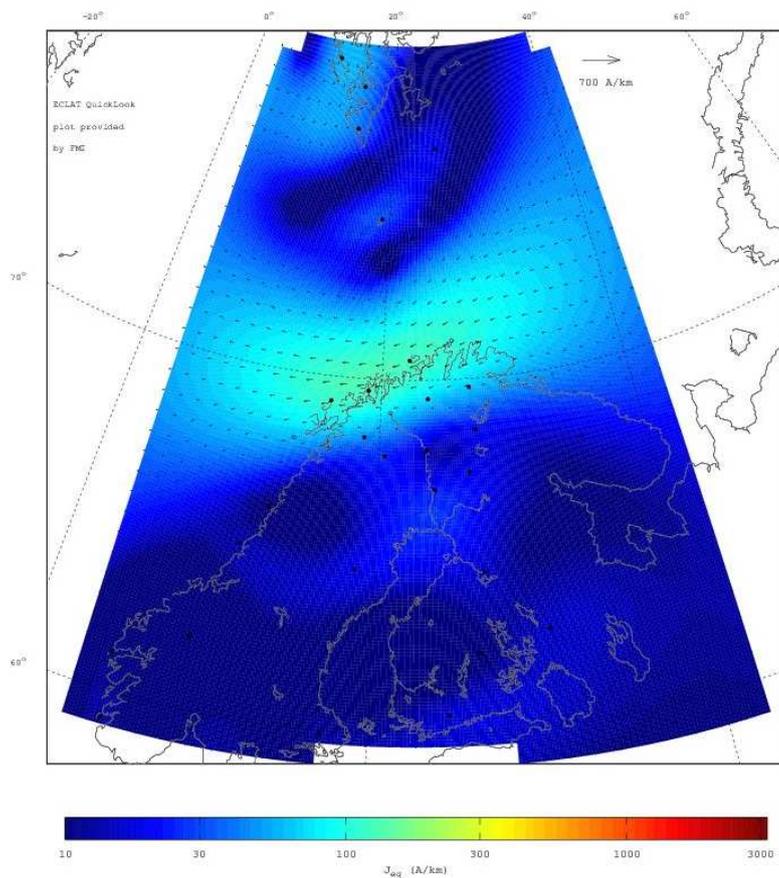
Меняющаяся геомагнитная обстановка и характер изменения активного сигнала позволяют сделать некоторые предположения об альвеновских резонансах. Дни 11–13 сентября практически не отличаются по геомагнитным условиям. При этом, как уже упоминалось выше, в активном сигнале заметно отражение от внешней ионосферы, указывающее на существование альвеновского резонатора. Однако, в данных по электромагнитному шуму не заметно его проявления во время работы излучателя. Первые уверенные регистрации дискретных спектральных полос отмечаются лишь 13 сентября, начиная приблизительно с 13 часов (рис. 4.24a). Далее, вплоть до начала магнитосферной суббури 14 сентября, также регистрировались альвеновские резонансы. При этом перед бурей гармоники сдвинулись в область высоких частот и превысили частоту первого шумановского резонанса. С началом суббури высокочастотные альвеновские спектральные полосы исчезают, при этом низкочастотные составляющие теря-



Date/time: 12-09-2019; 00:30:00 UT



a



b



Date/time: 13-09-2019; 01:30:00 UT

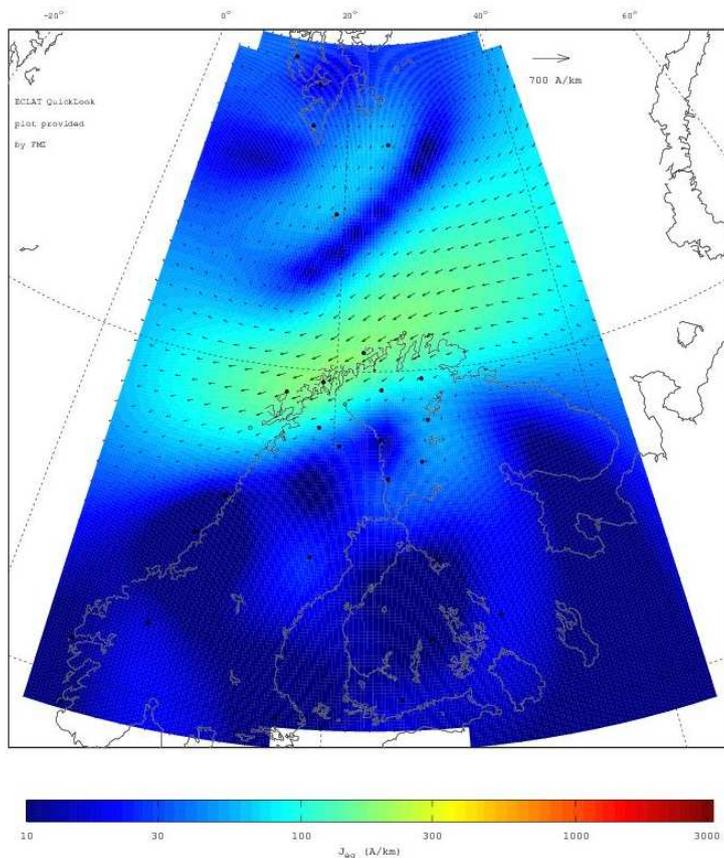
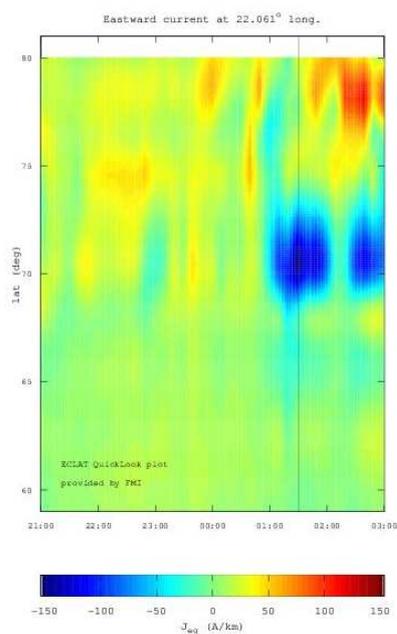
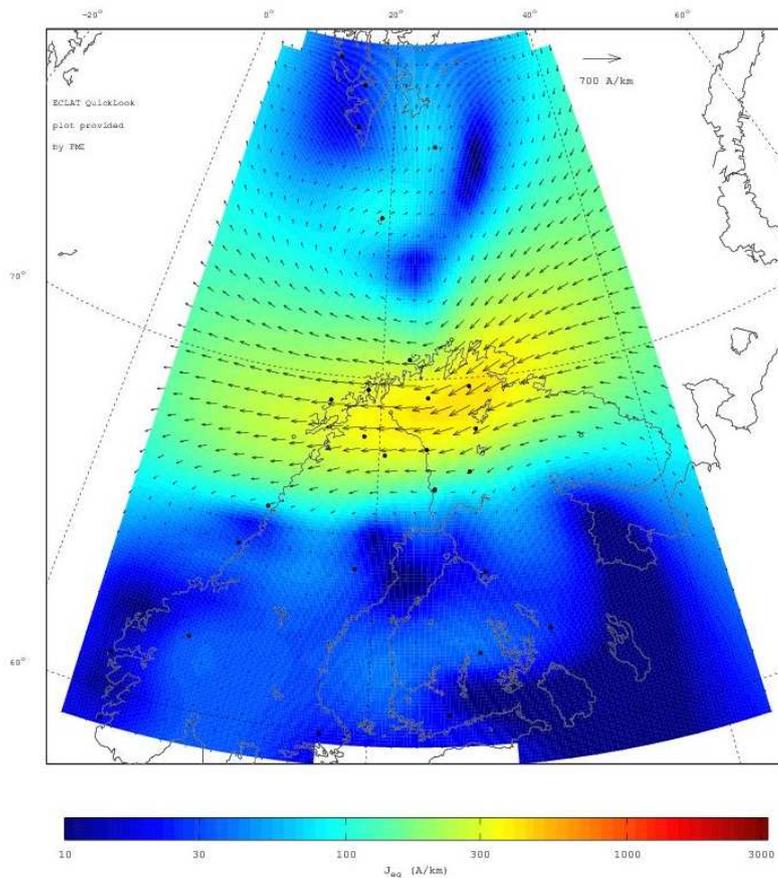
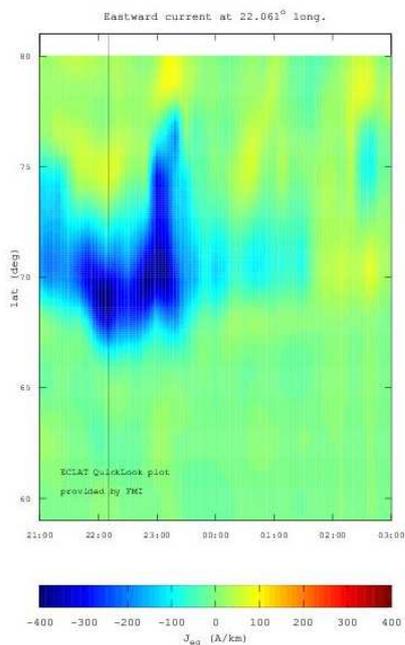


Рисунок 4.20 — Распределение токов в ионосфере в области эксперимента, а – 12.09.19 00:30 UT, б – 13.09.19 01:30 UT

a



Date/time: 14-09-2019; 22:10:00 UT



b



Date/time: 15-09-2019; 00:00:00 UT

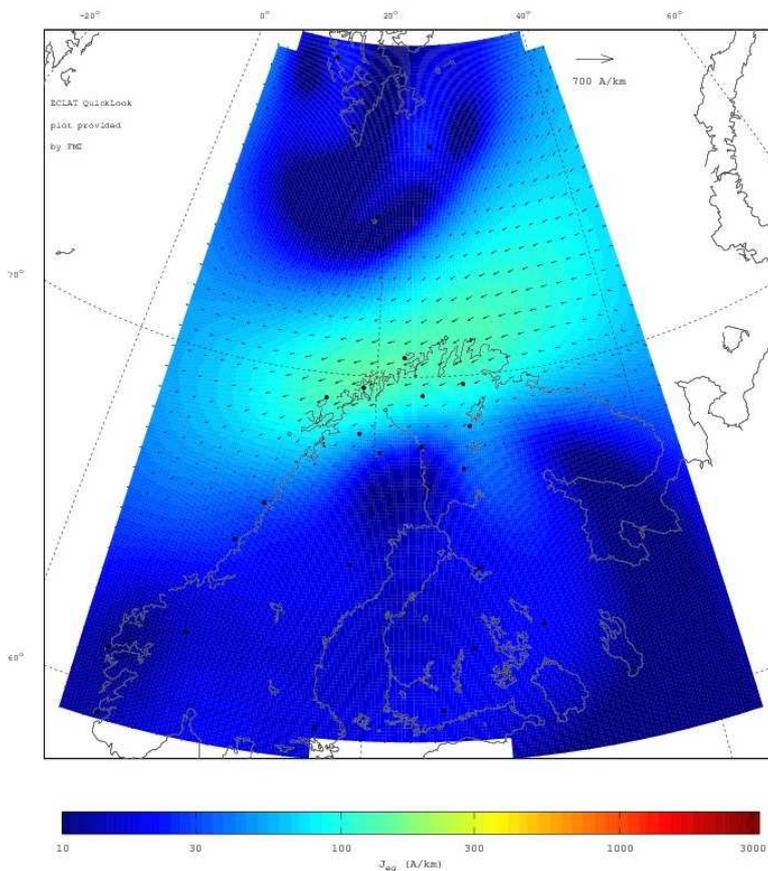
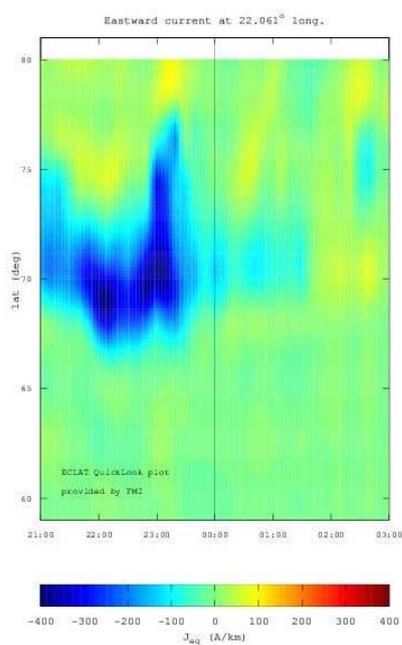
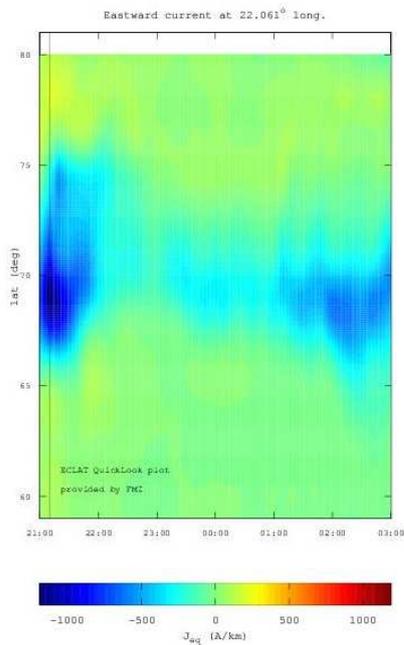


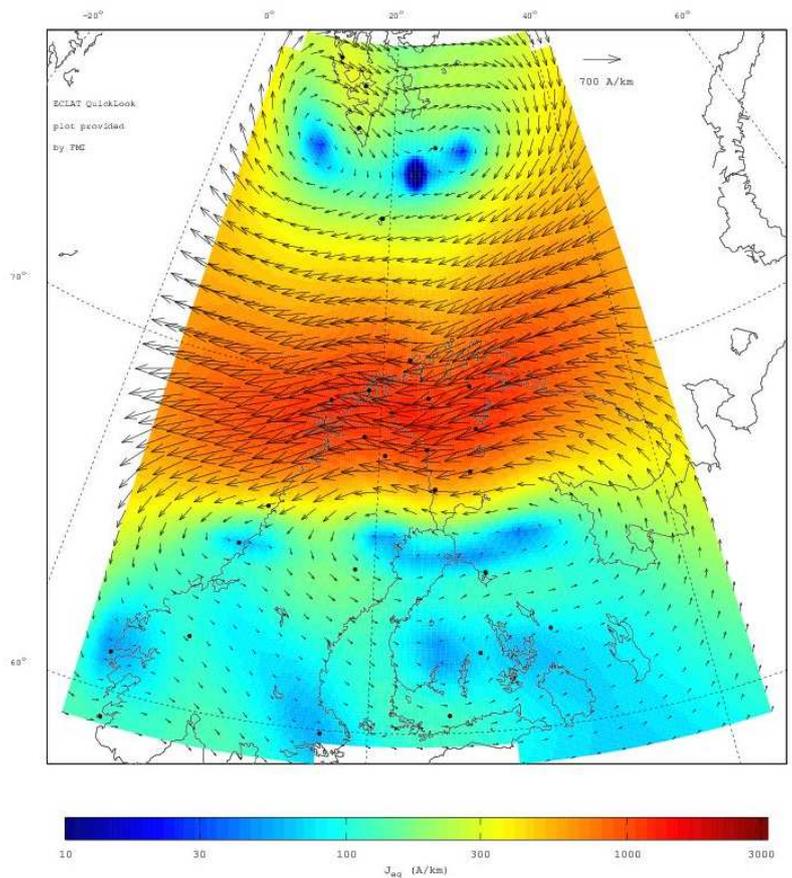
Рисунок 4.21 — Распределение токов в ионосфере в области эксперимента, а — 14.09.19 22:10 UT, б — 15.09.19 00:00 UT.



Date/time: 15-09-2019; 21:10:00 UT



a



b



Date/time: 16-09-2019; 02:10:00 UT

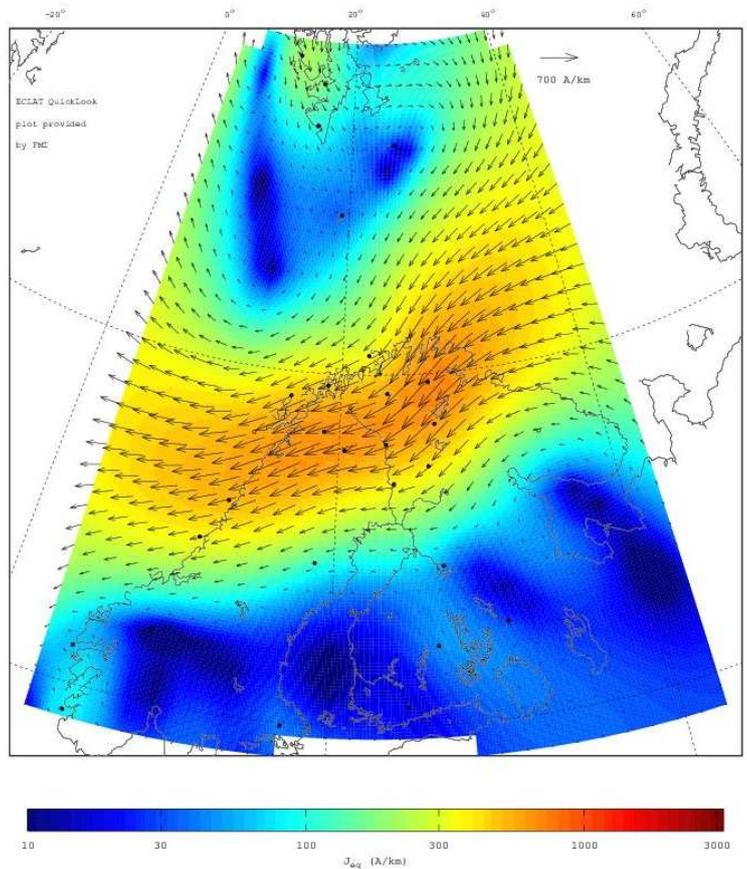
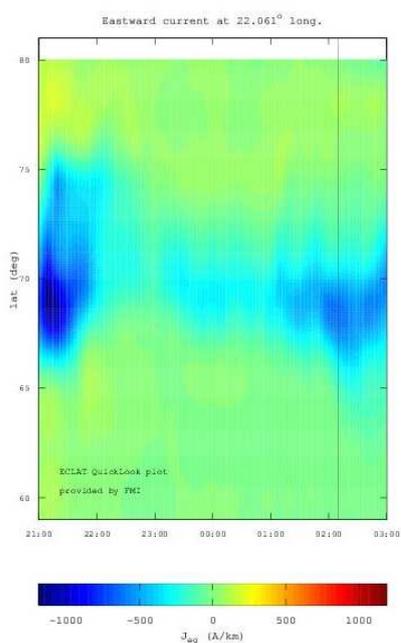


Рисунок 4.22 — Распределение токов в ионосфере в области эксперимента, а – 15.09.19 21:10 UT, б – 16.09.19 02:10 UT.

ют интенсивность, и их частота перестает увеличиваться. По окончании суббури амплитуда низкочастотных составляющих увеличивается, а частота падает со временем до прекращения регистрации на фоне низкочастотного шума.

Об исчезновении альвеновских резонансов в начале суббури сообщалось и в работе [157]. Таким образом, наблюдаемые ионосферные возмущения, связанные с магнитосферными явлениями, влияют на режим работы ионосферного резонатора. Наличие же самого резонатора следует из поведения низкочастотной составляющей активного сигнала. Исчезновение ионосферных альвеновских резонансных структур в связи с суббурей, связанной с процессами в магнитосфере, является косвенным подтверждением, что определяющим фактором в появлении дискретных спектральных полос в нашем случае будут явления во внешней ионосфере и магнитосфере. Заметим, что интенсивность шумановских резонансов практически не изменялась в рассматриваемые дни, то есть грозная экваториальная активность скорее всего не являлась регулирующей появление дискретных спектральных полос в низкочастотном магнитном шуме.

На рис. 4.25 видно, что и результаты измерения тангенциальной составляющей  $|H_{\tau}| = \sqrt{|H_{SN}|^2 + |H_{WE}|^2}$  магнитного поля активного сигнала разделяются на две различающиеся между собой в низкочастотной области группы: одна, относящаяся к 11–13 сентября, другая – к 14–16 сентября, то есть к спокойным и возмущенным геомагнитным условиям. Отличие в группах, наблюдаемое в низкочастотной области, можно связать с изменениями, происходящими во внешней ионосфере [36], то есть с различным характером взаимодействия поля с внешней ионосферой. При этом во всех регистрациях присутствовало отражение от внешней ионосферы.

Таким образом, анализ результатов, представленных на рис. 4.19 и рис. 4.25, показывает, что наблюдается связь с изменением поведения поля в области частот менее 10 Гц и геомагнитной активностью, с ростом которой уменьшается величина вариаций на амплитудной зависимости от частоты. Учитывая, что высокочастотная часть изменения поля с частотой зависит от проводимости ионосферы ниже F-слоя, то близкое совпадение результатов за все дни наблюдений в этом частотном диапазоне свидетельствует о преобладающем влиянии внешней ионосферы.

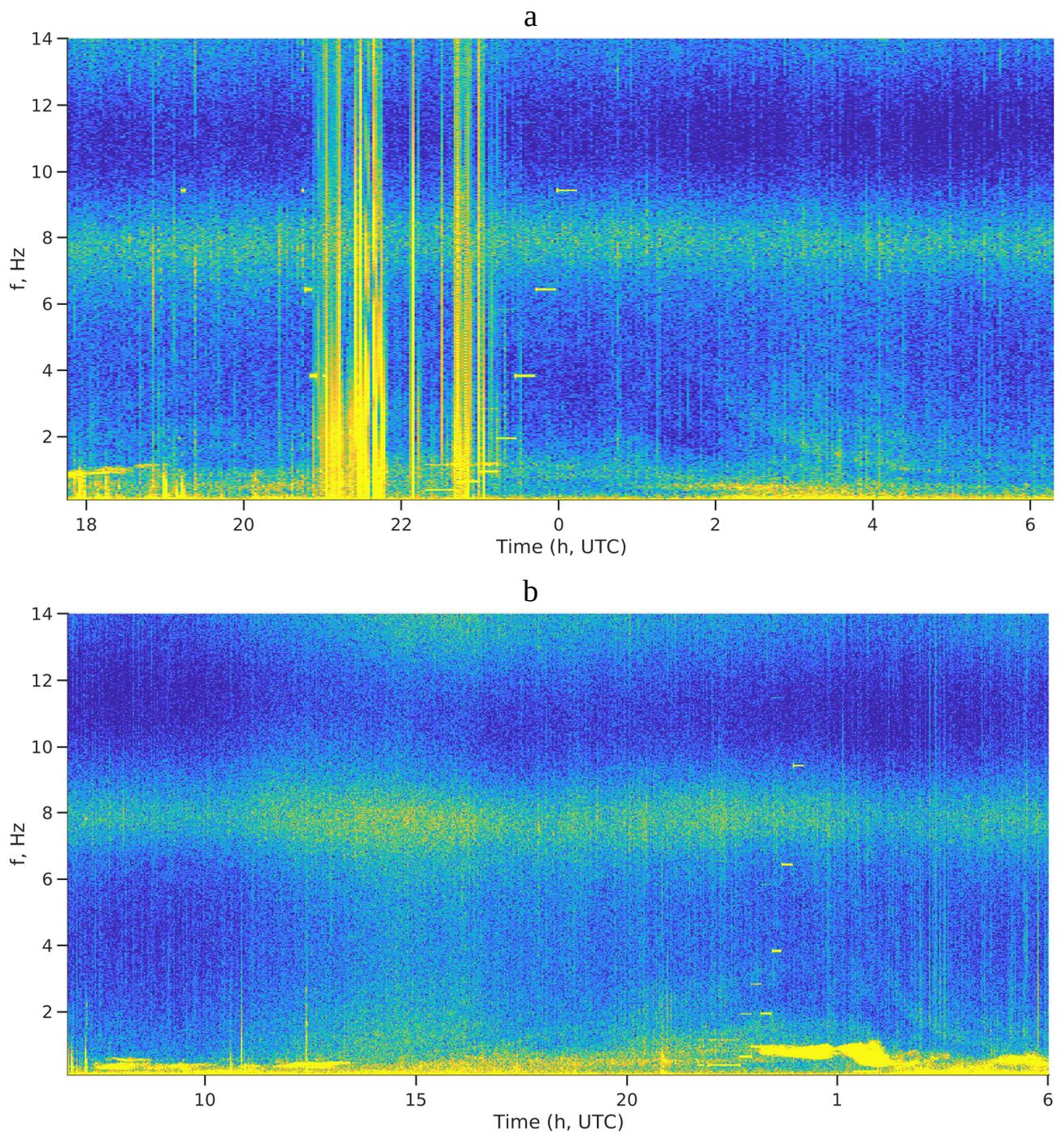


Рисунок 4.23 — Сонограмма составляющей магнитного поля  $|H_{SN}|$  в условных единицах, 11–12 сентября 2019 – а, 12–13 сентября 2019 – б.

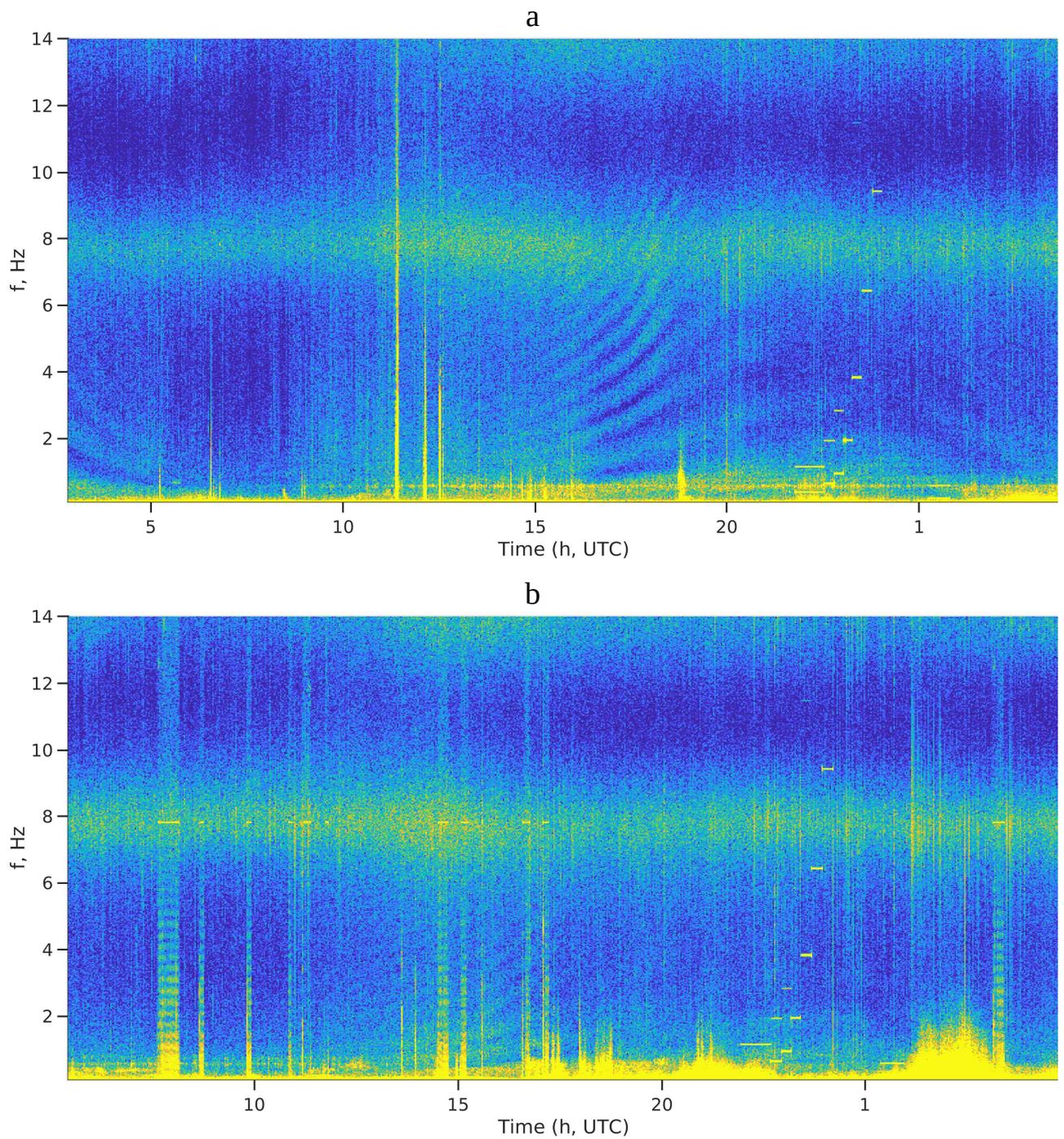


Рисунок 4.24 — Сонограмма составляющей магнитного поля  $|H_{SN}|$  в условных единицах, 14–15 сентября 2019 – а, 15–16 сентября 2019 – б.

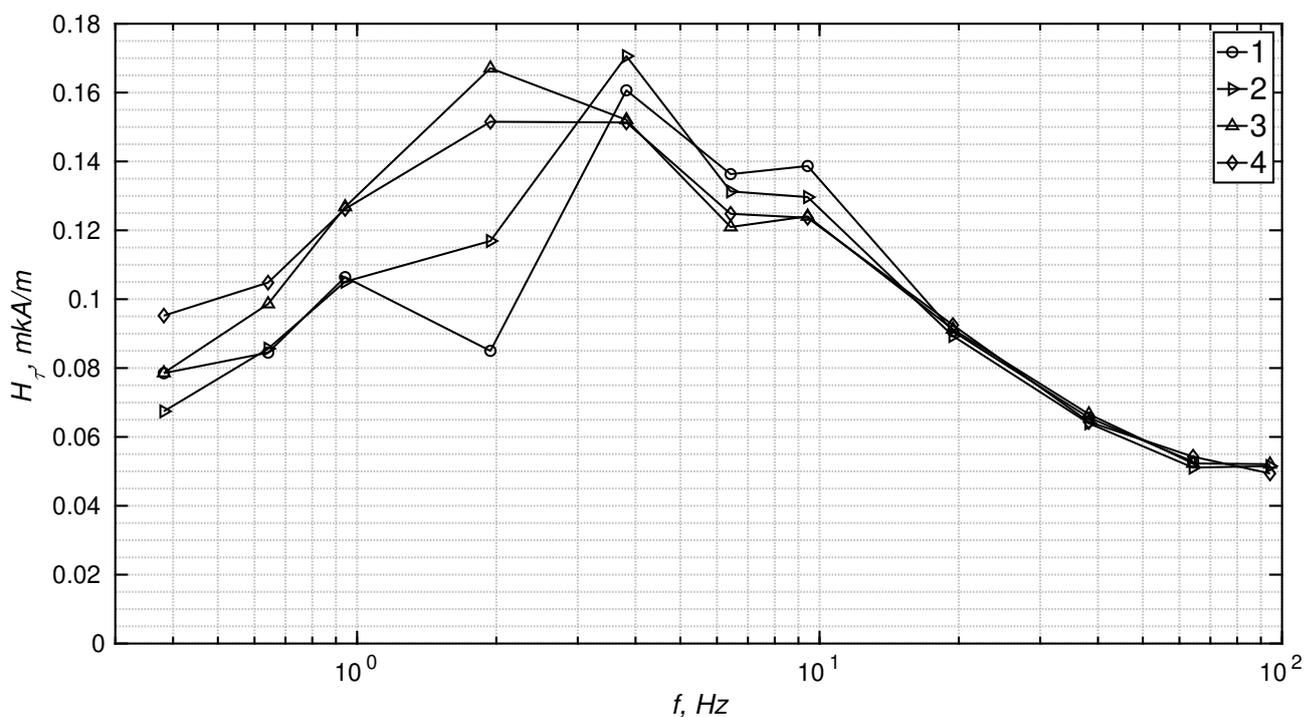


Рисунок 4.25 — Тангенциальная составляющие магнитного поля  $|H_\tau|$ , 1 — 11.09.2019, 2 — 12.09.2019, 3 — 14.09.2019, 4 — 15.09.2019.

#### 4.2.3.2 Соответствие экспериментальных результатов теоретической модели

Воспользуемся имеющимися в литературе аналитическими наработками, относящимися к возбуждению и распространению волн сверхнизкочастотного и крайненизкочастотного диапазона в волноводе Земля-ионосфера. В последние годы широко стала использоваться техника искусственных линий и связанных с ними телеграфных уравнений. Впервые формальная аналогия между распространением крайненизкочастотного поля в волноводе и распространением волн в линиях передач была высказана в [158]. Впоследствии это было развито в технику двумерного телеграфного уравнения [36] и [34]. Необходимым условием телеграфного уравнения для расчета поля в волноводе Земля-ионосфера является предположение о поперечности электромагнитного поля, то есть о возможности пренебрежения вертикальной составляющей магнитного поля по сравнению с горизонтальной. Сравнение результатов измерения тангенциальной составляющей поля (рис. 4.25) с вертикальной (рис. 4.26), показывают выполнение такого условия.

Рассмотрим решение двумерного телеграфного уравнения для плоского однородного изотропного волновода с источником в виде горизонтального

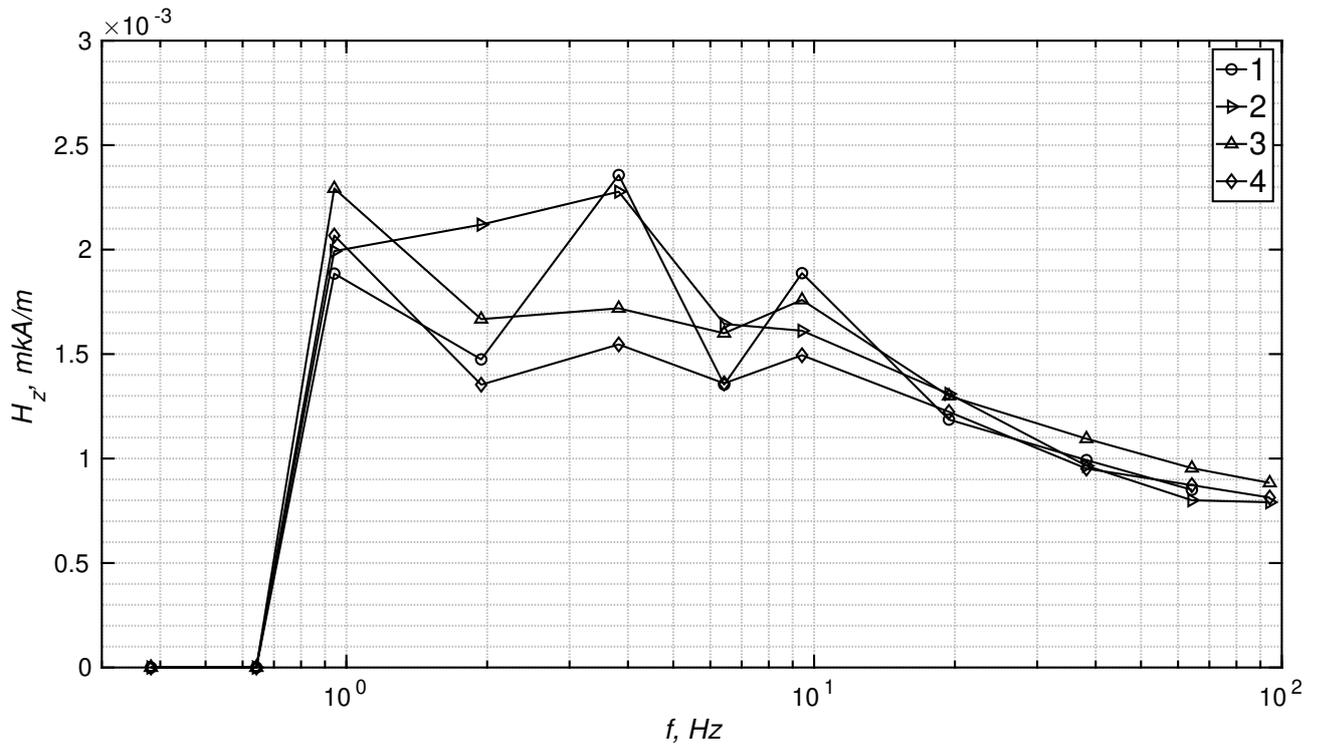


Рисунок 4.26 — Вертикальная составляющие магнитного поля  $|H_z|$ , 1 – 11.09.2019, 2 – 12.09.2019, 3 – 14.09.2019, 4 – 15.09.2019.

электрического диполя с токовым моментом  $J\Delta x$ , направленным вдоль оси  $x$ . Считаем, что волновод образован поверхностью Земли с импедансными граничными условиями и ионосферой, простирающейся от поверхности Земли до бесконечности. Влияние ионосферы выражается с помощью следующих параметров двухмерного телеграфного уравнения: емкостной высоты  $h_c$  и индуктивной высоты  $h_L$  [36]. В цилиндрической системе координат (рис. 4.27) решение телеграфного уравнения для временной зависимости  $\exp(-i\omega t)$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 H_\varphi(\rho, \varphi) &= -J\Delta x \frac{k_0 \delta_g}{4h_c} \left[ H_0^{(1)}(k_0 S \rho) - \frac{1}{k_0 S \rho} H_1^{(1)}(k_0 S \rho) \right] \cos \varphi, \\
 H_\rho(\rho, \varphi) &= -J\Delta x \frac{\delta_g}{4\rho S h_c} H_1^{(1)}(k_0 S \rho) \sin \varphi,
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

где  $H_0^{(1)}(k_0 S \rho)$  и  $H_1^{(1)}(k_0 S \rho)$  - функции Ханкеля первого рода нулевого и первого знака соответственно,  $\rho$  - расстояние между точкой наблюдения и излучения,  $\varphi$  - угол в направлении на приемник относительно излучателя, отсчитываемый против часовой стрелки,  $k_0$  - волновое число в вакууме,  $\delta_g = 1/\sqrt{\tilde{\epsilon}'_g}$  - приведенный поверхностный импеданс Земли,  $\tilde{\epsilon}'_g = \tilde{\epsilon}_g + (i\sigma_g)/(\omega\epsilon_0)$  - относительная

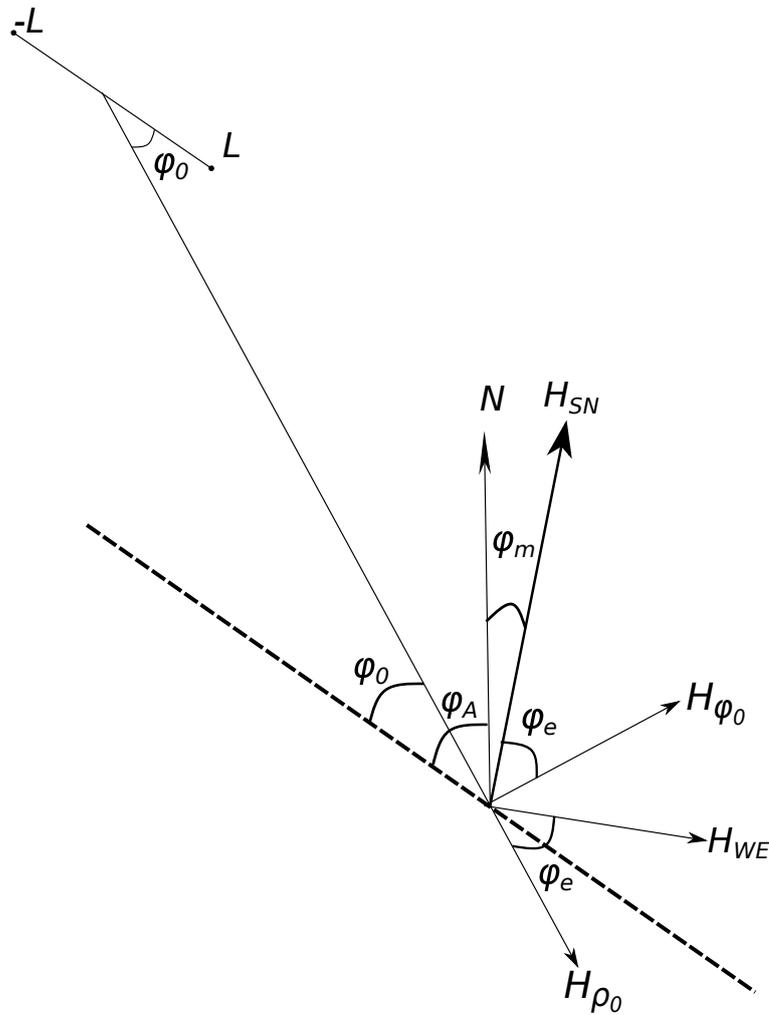


Рисунок 4.27 — Стрелка с указателем  $N$  – направление на север, штриховая кривая параллельная антенне  $[-L, L]$  для удобства расчета углов,  $\varphi_A$  – угол между направлением на север и ориентацией антенны, отсчитывающийся против часовой стрелки и направления на север,  $\varphi_e$  – угол, определяющий соотношение между составляющими поля  $H_{\varphi_0}$  и  $H_{\rho_0}$  в цилиндрической системе координат с измеряемыми полями  $H_{SN}$  и  $H_{WE}$ ,  $\varphi_m$  – магнитное склонение в точке приема (в Кандалакшинском заливе  $\varphi_m = 14.98^\circ$ ).

комплексная диэлектрическая проницаемость Земли,  $\tilde{\epsilon}_g$  – относительная диэлектрическая проницаемость Земли,  $S^2 = h_L/h_c$  – отношение индуктивной высоты к емкостной,  $\text{Im } S > 0$ . Параметр  $S$  характеризует особенности распространения волн в волноводе.

В волновой зоне при выполнении условия  $|k_0 S \rho| \gg 1$  функции Ханкеля, входящие в выражения (4.18), можно заменить их асимптотическими представ-

лениями

$$H_{\nu}^{(1)}(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \exp\left(i\left(z - \frac{\pi}{2}\nu - i\frac{\pi}{4}\right)\right) \left[ \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k \Gamma(\nu + k + 1/2)}{(2iz)^k k! \Gamma(\nu - k + 1/2)} + \dots \right]$$

и получить для компонент поля следующий результат

$$\begin{aligned} H_{\varphi}(\rho, \varphi) &= -J\Delta x \frac{\delta_g}{4Sh_c} \sqrt{\frac{2k_0 S}{\pi\rho}} \exp\left(ik_0 S\rho - i\frac{\pi}{4}\right) \left[1 + \frac{7}{8k_0 S\rho}\right] \cos \varphi, \\ H_{\rho}(\rho, \varphi) &= J\Delta x \frac{\delta_g}{4S^2 k_0 \rho h_c} \sqrt{\frac{2k_0 S}{\pi\rho}} \exp\left(ik_0 S\rho + i\frac{\pi}{4}\right) \sin \varphi. \end{aligned} \quad (4.19)$$

В квазистатической области  $|k_0 S\rho| \ll 1$  и можно воспользоваться разложением функции Ханкеля в ряды

$$H_0^{(1)}(z) \simeq i\frac{2}{\pi} \ln \frac{z}{2}, \quad H_1^{(1)}(z) \simeq -i\frac{2}{\pi z}.$$

При малых  $z$  пренебрегая  $\ln(z/2)$  по сравнению с  $1/z$ , получаем из (4.18)

$$\begin{aligned} H_{\varphi}(\rho, \varphi) &= -J\Delta x \frac{i\delta_g}{2\pi k_0 h_L \rho^2} \cos \varphi, \\ H_{\rho}(\rho, \varphi) &= J\Delta x \frac{i\delta_g}{2\pi k_0 h_L \rho^2} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Установим связь между компонентами магнитного поля  $H_{\varphi}$  и  $H_{\rho}$ , для которых выше получены аналитические представления, с измеряемыми в эксперименте  $H_{SN}$  и  $H_{WE}$ . Из рис.4.27 следует, что поле  $\vec{H} = H_{\rho}\vec{e}_{\rho} + H_{\varphi}\vec{e}_{\varphi}$ , где  $\vec{e}_{\rho}$  и  $\vec{e}_{\varphi}$  орты цилиндрической системы координат, в декартовой системе координат  $(x, y)$ , связанной с антенной, можно представить в виде

$$\vec{H} = [H_{\rho} \cos \varphi - H_{\varphi} \sin \varphi] \vec{e}_x + [H_{\rho} \sin \varphi + H_{\varphi} \cos \varphi] \vec{e}_y. \quad (4.21)$$

В свою очередь орты  $\vec{e}_x$  и  $\vec{e}_y$  выражаются через орты  $\vec{e}_{WE}$  и  $\vec{e}_{SN}$ , определяющие направление экспериментально измеренных компонент магнитного поля, следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{e}_x &= \sin(\varphi_A + \varphi_m) \vec{e}_{WE} - \cos(\varphi_A + \varphi_m) \vec{e}_{SN}, \\ \vec{e}_y &= \cos(\varphi_A + \varphi_m) \vec{e}_{WE} + \sin(\varphi_A + \varphi_m) \vec{e}_{SN}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Подстановка (4.22) в (4.21) дает искомое соотношение

$$\begin{aligned} \vec{H} &= [H_{\rho} \sin(\varphi_A + \varphi_m + \varphi) + H_{\varphi} \cos(\varphi_A + \varphi_m + \varphi)] \vec{e}_{WE} + \\ &+ [-H_{\rho} \cos(\varphi_A + \varphi_m + \varphi) + H_{\varphi} \sin(\varphi_A + \varphi_m + \varphi)] \vec{e}_{SN}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

В частности, подстановка (4.20) в (4.23) приводит для квазистатической области к следующему результату

$$\vec{H} = -J\Delta x \frac{i\delta_g}{2\pi k_0 h_L \rho^2} [\cos(\varphi_A + \varphi_m + 2\varphi)\vec{e}_{WE} + \sin(\varphi_A + \varphi_m + 2\varphi)\vec{e}_{SN}]. \quad (4.24)$$

Подставим значение  $\varphi = 2\pi - \varphi_0$ , получаем значения для амплитуд поля:

$$\begin{aligned} |H_{WE}| &= J\Delta x \frac{|\delta_g|}{2\pi k_0 |h_L| \rho^2} |\cos(\varphi_A + \varphi_m - 2\varphi_0)|, \\ |H_{SN}| &= J\Delta x \frac{|\delta_g|}{2\pi k_0 |h_L| \rho^2} |\sin(\varphi_A + \varphi_m - 2\varphi_0)|. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Из формул следует, что для однородной среды в квазистатической зоне отношение амплитуд зависит только от геометрических параметров и определяется ориентацией излучающей антенны относительно направления датчиков приемной системы.

Рассмотрим амплитуду горизонтальной составляющей поля

$$|\vec{H}_\tau| = \sqrt{|H_{WE}|^2 + |H_{SN}|^2}. \quad (4.26)$$

Подстановка результата (4.25) приводит к выражению

$$|\vec{H}_\tau| = J\Delta x \frac{|\delta_g|}{2\pi k_0 |h_L| \rho^2}. \quad (4.27)$$

Таким образом, амплитуда горизонтальной составляющей магнитного поля не зависит от углов. Это дает некоторое удобство при интерпретации результатов измерений, так как ошибки в определении ориентации антенны, неточности, возникающие при установке на местности измерительных датчиков, не влияют на конечный результат.

Установим связь между амплитудой поля  $\vec{H}$ , излучаемого антенной длиной  $2L$ , и измеряемыми системой ортогональных датчиков  $\mathcal{H}_{SN}$  и  $\mathcal{H}_{WE}$ . Введем вместо  $H$  новое обозначение  $\mathcal{H}$ , подчеркивающее отличие поля диполя от поля антенны конечной длины.

Суммирование по антенне полей элементарных диполей (4.27) с  $\Delta x \rightarrow 0$  дает

$$|\vec{\mathcal{H}}| = J \frac{|\delta_g|}{2\pi k_0 |h_L|} \int_{-L}^L \frac{d\eta}{\rho_\eta^2}, \quad (4.28)$$

где  $\eta$  - точка на антенне, а  $\rho_\eta^2 = \rho_0^2 + \eta^2 - 2\rho_0\eta \cos \varphi_0$ .

Выполняя интегрирование по  $\eta$  в (4.28), получаем при  $\rho > L$

$$|\vec{\mathcal{H}}| = J \frac{|\delta_g|}{2\pi k_0 |h_L|} \frac{1}{\rho_0 \sin \varphi_0} \arctan \frac{2L\rho_0 \sin \varphi_0}{\rho_0^2 - L^2}.$$

Представим амплитуду поля  $\vec{\mathcal{H}}$  в виде произведения амплитуды поля диполя с токовым моментом  $J \cdot 2L$  и геометрического коэффициента  $\alpha_{ef}$ , зависящего от длины антенны, ее ориентации и расстояния от ее центра до точки приема

$$|\vec{\mathcal{H}}| = J \cdot 2L \frac{|\delta_g|}{2\pi k_0 |h_L| \rho_0^2} \alpha_{ef},$$

где

$$\alpha_{ef} = \frac{\rho_0}{2L \sin \varphi_0} \arctan \frac{2L\rho_0 \sin \varphi_0}{\rho_0^2 - L^2}, \quad \rho_0 > L. \quad (4.29)$$

В том случае, когда  $\rho_0 \gg L$ , можно воспользоваться разложением арктангенса в ряд:  $\arctan x \approx x$  и получить  $\alpha_{ef} \approx \rho_0^2 / (\rho_0^2 - L^2) \approx 1$ . В результате формула для  $|\vec{\mathcal{H}}|$  перейдет в (4.27) – формулу для диполя с заменой  $\Delta x$  на длину антенны  $2L$ .

Учитывая, что геометрия описываемого эксперимента и использование частоты позволяют считать, что выполняется условие квазистатического приближения, можно при интерпретации экспериментальных данных применить формулу (4.29).

Из величин, входящих в формулу (4.29), только индуктивная высота  $h_L$  является зависящей от параметров ионосферы. Учитывая, что алгоритм ее вычисления для непрерывной ионосферы рассматривался в ряде работ [36; 37], приведем необходимые для дальнейшего анализа формулы, не останавливаясь на деталях, приведем формулы, необходимые для дальнейшего анализа  $h_L = h_m + i\delta_g/k_0$ , где  $h_m$  – комплексная магнитная высота, зависящая от частоты следующим образом

$$h_m = h_m^* - \xi_m^* \ln \frac{f}{f_m^*} - i \frac{\pi}{2} \xi_M(f), \quad \xi_M(f) = \xi_m^* + b_m \left( \frac{1}{f} - \frac{1}{f_m^*} \right). \quad (4.30)$$

Здесь  $f_m^*$  – магнитная частота привязки,  $\xi_m^*$  – шкала высот в области привязки,  $h_m^*$  – магнитная высота привязки, удовлетворяющая уравнению  $4\mu_0 \cdot 2\pi f_m^* \sigma(h_m^*) (\xi_m^*)^2 = 1$ .

Параметры, входящие в формулу (4.30), рассчитывались в ряде работ, в частности в [37], для интерпретации шумановских резонансов в естественном электромагнитном шуме. Для модели проводимости, представленной в [159], воспользуемся результатами из ранее выполненных работ.

В них для частоты привязки  $f_m^* = 8$  Гц были получены следующие значения:  $h_m^* = 96,5$  км,  $\xi_m^* = 4$  км,  $b_m = 20$ . На рис. 4.28 приведен результат расчета горизонтальной составляющей магнитного поля и измеренного в эксперименте 14–15 сентября с вышеуказанными параметрами (кривая 2). Они показывают значительное различие в теоретическом и экспериментальном результате (кривые 3 и 4). Более близкий результат получится при использовании  $h_m^*$  порядка 70 км и проводимости в точке приема  $\sigma = 10^{-5}$  (кривая 1)

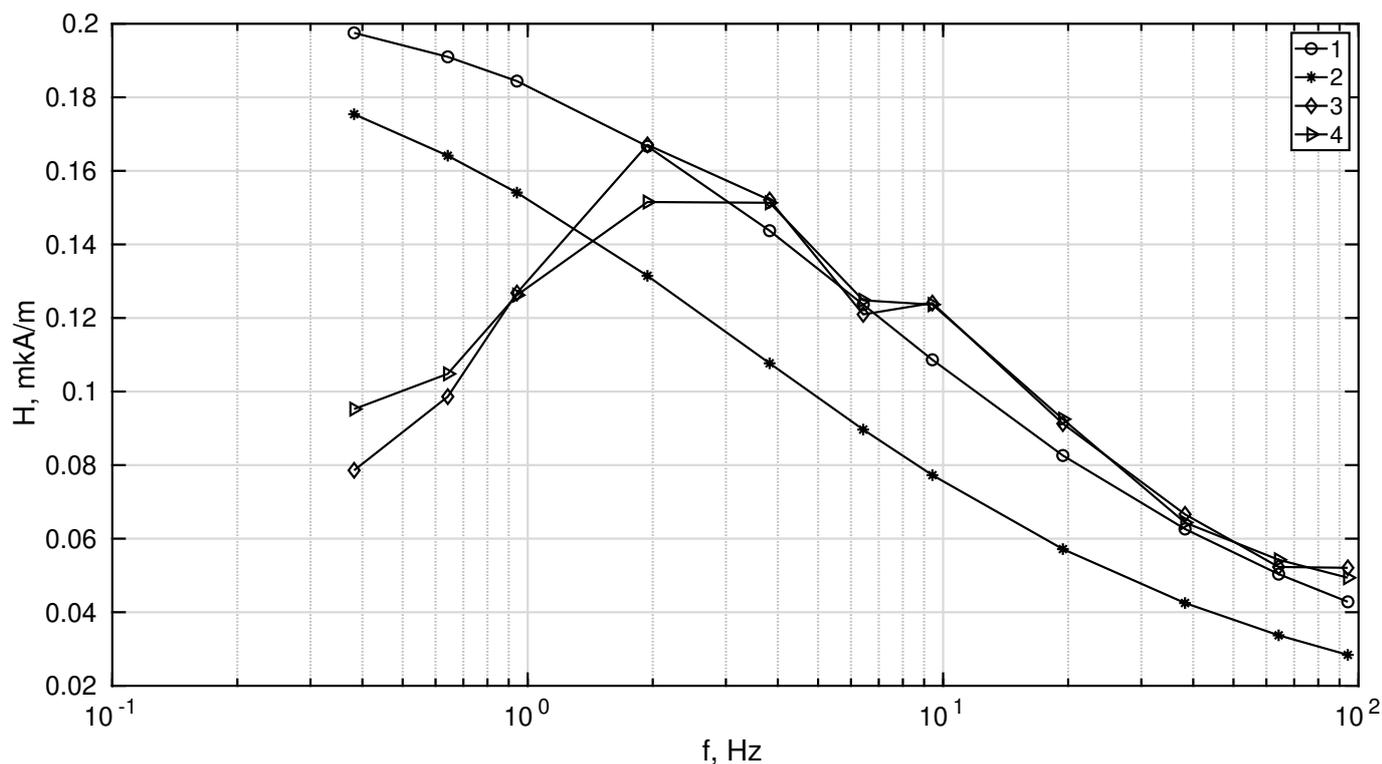


Рисунок 4.28 — Тангенциальная составляющая магнитного поля. Теоретически рассчитанная при  $h_m^* = 70$  км – 1, рассчитанная при  $h_m^* = 96,5$  км – 2, по данным измерений 14 сентября 2019 – 3, по данным измерений 14 сентября 2019 – 4.

Так как при вычислении индукционной высоты использовалась модель проводимости больше относящаяся к нижней ионосфере и плохо подходящая для корректного описания ионосферы выше максимума F-слоя, то соответственно в области частот меньше 10 Гц отсутствует в теоретическом расчете немонотонный ход изменения магнитного поля с уменьшением частоты.

Несоответствие экспериментально измеренной и теоретически ожидаемой амплитуды поля для заданного тока и соответствующих размеров антенны в СНЧ диапазоне было отмечено в [160]. Там в качестве причины расхождения рассматривались особенности местоположения антенны на Канадском щите,

геологическом регионе, характеризуемом высоким сопротивлением приповерхностных коренных пород. Выбор этой области был обусловлен тем, что в ней эффективность антенны в 10 раз выше, чем в местности с обычной проводимостью. Возможно, что сопротивление Земли в таких местах неоднородно и, фактически, из-за присутствия разломов анизотропно. Это изменяет диаграмму направленности антенны, поляризационные характеристики поля [21]. Те же проблемы ответственны и за рассматриваемый результат, полученный на Балтийском щите. Кроме того отметим, что с 1974 г. по 1990 г. в ходе экспериментов по электромагнитному зондированию земной коры были обнаружены протяженные высокопроводящие каналы, по которым ток распространялся в горизонтальном направлении [109; 111].

Для соответствия формул Баннистера (Bannister's), полученных для однородной проводимости Земли, реальным измерениям в [160] предположили ряд преобразований. Применительно к формулам (4.18) – это эквивалентно замене  $-\delta_g \Delta x \cos \varphi$  в выражении для компоненты  $H_\varphi$  на  $[T_e \sin \varphi_n - T_n \cos \varphi_n]$  и  $-\delta_g \Delta x \sin \varphi$  на  $[T_e \cos \varphi_n + T_n \sin \varphi_n]$  в  $H_\rho$ . При этом  $\varphi_n$  - угол между направлением на север и направлением от источника к приемнику, отсчитываемый по часовой стрелке,  $T_n$  и  $T_e$  определяют диаграмму направленности антенны в направлении на север и восток соответственно. Коэффициенты  $T_n$  и  $T_e$  в [160] предлагается определять экспериментальным путем. С учетом таких преобразований формула (4.27) для амплитуды поперечной составляющей магнитного поля примет вид

$$|\vec{H}_\tau| = \sqrt{T_e^2 + T_n^2} \frac{J}{2\pi k_0 |h_L| \rho^2}.$$

#### 4.2.3.3 Выводы

В результате проведенных экспериментальных исследований по генерации и приему низкочастотного излучения в диапазоне 0.4–95 Гц получены статистически надежные данные, показывающие существенное влияние ночной ионосферы на магнитное поле в волноводе Земля-ионосфера. Так как измерение импеданса поля на поверхности Земли в точке приема показали отсутствие заметных вариаций и монотонный ход с частотой, то можно считать, что основные колебания в амплитуде поля связаны с изменениями в ионосфере. Анализ изменений вида

частотной зависимости поля для различной геомагнитной активности показывал, что основной вклад в этот процесс вносит внешняя ионосфера [161]. Как показывают теоретические модели [36], наблюдаемые изменения в поле трудно объяснить только влиянием нижней ионосферы, требуется также учет отражений от внешней ионосферы. Отмечено, что в измеряемой частотной зависимости амплитуды поля кроме ионосферы, существенную роль играет литосфера на трассе распространения, в особенности ее неоднородная структура в области возбуждения поля.

## Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Аналитически решена задача распространения радиоволн, излучаемых элементарным заземленным (заводненным) источником, находящемся на границе двух сред, с обобщением на случай слоистой подстилающей среды. С помощью цифрового моделирования исследовано влияние ионосферы на возбуждение низкочастотного электромагнитного поля горизонтальным заземленным электрическим диполем. Проведено сравнение экспериментальных данных с теоретически ожидаемыми для объяснения изменения фазы сверхнизкочастотного магнитного поля на разломной тектонике, влияния ионосферы и структуры литосферы на амплитуду низкочастотного магнитного поля, а также на поляризационные характеристики низкочастотного магнитного поля при блочной горизонтально неоднородной литосфере.
2. В рамках обобщения квазистационарного приближения впервые получено аналитическое решение для потенциалов и полей ниже границы раздела сред для произвольного, не равного нулю, волнового числа. Для плоскостройной среды определены границы применимости квазистационарного приближения, а также импедансного подхода для описания литосферы.
3. Впервые теоретически и экспериментально оценено влияние ионосферы на КНЧ поле на расстояниях, не превышающих или сопоставимых с высотой эквивалентного ионосферного волновода. Эти результаты показали влияние ионосферы на поле в КНЧ-диапазоне в областях с низкой проводимостью литосферы.
4. Проведены экспериментальные и теоретические исследования влияния разломной тектоники на усиление вертикальной составляющей естественного источника магнитного поля и на фазу контролируемого источника. Оценена эффективность использования активных источников низкочастотных сигналов для исследования сложных, включающих разломы, геологических структур (на примере района Кольского залива). Исследовано поведение КНЧ–СНЧ поля в волновой зоне и влияние на его структуру параметров волновода Земля-ионосфера.

5. Впервые с активным крайненизкочастотным сигналом проведены поляризационные измерения, эффективно демонстрирующие влияние крупномасштабных неоднородных образований в литосфере на поляризационные характеристики горизонтальной компоненты магнитного поля.
6. Был выполнен ряд оригинальных экспериментальных исследований по влиянию ионосферы и литосферы на электромагнитное поле СНЧ-КНЧ диапазона как в ближней, так и в волновой зонах, включая
  - влияние низкопроводящих областей литосферы на затухание СНЧ поля в волноводе Земля-ионосфера;
  - проявление солнечного затмения в амплитуде СНЧ поля в волновой зоне и, соответственно, изменений в проводимости ионосферы;
  - экспериментально обнаруженный в волновой зоне в дневных и ночных условиях немонотонный характер изменения с частотой КНЧ-поля;
  - статистически достоверные результаты измерений в волновой зоне СНЧ-КНЧ поля в различных геофизических условиях и отражающие влияние на поле внешней ионосферы;
  - одновременные наблюдения структуры естественных электромагнитных шумов (Альвеновских резонансов) и вариаций поля активного источника;
  - обоснование проявления влияния внешней ионосферы на КНЧ поле путем сопоставления экспериментальных данных и расчетов с использованием телеграфного уравнения.

Таким образом, выполненные в работе исследования показали существенную чувствительность волн диапазонов КНЧ-СНЧ к структуре ионосферы и литосферы. Это приводит к определенным трудностям при расчете полей в этом диапазоне в реальных условиях. В то же время создает перспективы их применения для исследования окружающего пространства. Они применимы для исследования нижней и внешней ионосферы, глубинной структуры литосферы, в том числе для выявления источников низкочастотного электромагнитного поля в околоземном окружающем пространстве и в подземных областях. Кроме этого, результаты работы полезны при моделировании задач связи и управления подводными или заглубленными объектами.

**Список сокращений и условных обозначений**

- СНЧ** Сверхнизкие частоты  
**КНЧ** Крайне низкие частоты  
**ВМС** Военно морские силы  
**ВМФ** Военно морской флот  
**ЛЭП** Линия электропередачи  
**ТСН п/с** Трансформатор собственных нужд подстанции  
**ПП** Повышающий преобразователь  
**ВВ** Высоковольтный выпрямитель  
**ВИ** Высоковольтный инвертор  
**СУ** согласующее устройство  
**БФСУ** Блок формирования сигналов управления  
**ПУиИ** Пульт управления и индикации  
**ШИМ** Широтно-импульсная модуляция  
**НИИ** Научно исследовательский институт  
**ФГУ МПП** Федеральное государственное учреждение малое производственное предприятие  
**ПГИ** Полярный геофизический институт  
**АЧХ** Амплитудно-частотная характеристика  
**СДВ** Сверхдлинные волны  
**СМП** Спектральная плотность мощности  
**ИАР** Ионосферный альвеновский резонатор  
**СНС** Спутниковые навигационные системы  
**GPS** Global Positioning System  
**ГЛОНАСС** Глобальная навигационная спутниковая система  
**ДПФ** Дискретное преобразование Фурье  
**АЦП** Аналого-цифровой преобразователь  
**МГД** Магнито-гидродинамический

## Список литературы

1. Регламент радиосвязи [Электронный ресурс]. — 2020. — <http://handle.itu.int/11.1002/pub/814b0c44-en>.
2. *Klessig L., Strite V. L.* The ELF Odyssey: National Security Versus Environmental Protection [Text]. — Boulder, Colorado : Westview Press, 1980. — 310 p.
3. *Kruger B.* Project Sanguine, FBM Command and Control Communications [Text]. — Chicago, Illinois : Department of the Navy, Electronic Systems Command, 1972. — 64 p.
4. *Evaluate the U.S. Navy's Extremely Low Frequency Communications System Ecological Monitoring Program* ” ”. R. C. ( C. to. An Evaluation of the U.S. Navy's Extremely Low Frequency Communications System Ecological Monitoring Program [Text]. — Washington (DC) : National Academies Press (US), 1997. — 176 p.
5. *Кононов Ю. М., Жамалетдинов А. А.* Системы СНЧ-радиосвязи и мониторинга среды: перспективное направление конверсионной политики России [Текст] // ИНФОРМОСТ - Радиотехника и Телекоммуникации. — 2002. — № 3. — С. 4—6.
6. *Мольков А. В.* 25 лет работы объекта «Зевс» [Текст] // Взаимодействие электромагнитных полей контролируемых источников СНЧ диапазона с ионосферой и земной корой: Материалы Всероссийского (с международным участием) научно-практического семинара. В 2 т. Т. 1. — Апатиты : Рос. акад. наук, Отд. наук о Земле, Кольский научный центр, Геологический институт, 2014. — С. 177.
7. Опыт частотного электромагнитного зондирования земной коры с применением мощной антенны СНЧ-диапазона [Текст] / Е. Велихов [и др.] // Докл. РАН. — 1994. — Т. 338, № 1. — С. 106—109.
8. Deep resistivity measurements in the Pacific Northwest [Текст] / T. Cantwell [и др.] // Journal of Geophysical Research (1896-1977). — 1965. — Т. 70, № 8. — С. 1931—1937.

9. *Cantwell T., Orange A.* Further deep resistivity measurements in the Pacific Northwest [Текст] // *Journal of Geophysical Research (1896-1977)*. — 1965. — Т. 70, № 16. — С. 4068—4072.
10. *Samson J. C.* Deep resistivity measurements in the Fraser Valley, British Columbia [Текст] // *Canadian Journal of Earth Sciences*. — 1969. — Окт. — Т. 6, № 5. — С. 1129—1136.
11. *Van Zijl J.* A deep Schlumberger sounding to investigate the electrical structure of the crust and upper mantle in South Africa [Текст] // *Geophysics*. — 1969. — Т. 34, № 3. — С. 450—462.
12. *Жамалетдинов А. А.* Модель электропроводности литосферы по результатам исследований с контролируемыми источниками поля:(Балтийский щит, Русская платформа) [Текст]. — Наука. Ленингр. отд-ние, 1990.
13. *Lienert B. R.* Crustal electrical conductivities along the eastern flank of the Sierra Nevadas [Текст] // *GEOPHYSICS*. — 1979. — Т. 44, № 11. — С. 1830—1845.
14. Geoelectrical deep soundings in southern Africa using the Cabora Bassa power line [Текст] / *E. Blohm, P. Worzyk, H. Scriba [и др.]* // *Journal of Geophysics*. — 1977. — Т. 43, № 1. — С. 665—679.
15. *Велихов Е. П., Жамалетдинов А. А., Жданов М. С.* Эксперимент”Хибины [Текст] // *Земля и Вселенная*. — 1984. — № 5. — С. 12—18.
16. *Сараев А. К., Пертель М. И., М. М. З.* Проявление деформаций земной коры, вызванных приливами, в изменениях импеданса электромагнитного поля СНЧ- радиостановки [Текст] // *Вопросы геофизики*. — 1998. — № 35. — С. 136—147.
17. *Жамалетдинов А. А.* Новое о строении континентальной земной коры по результатам электромагнитных зондирований с мощными контролируемыми источниками поля [Текст] // *Доклады Академии наук*. — 2011. — Т. 438, № 4. — С. 532—537.
18. О возможности квазивертикального радиозондирования ионосферы в крайне низкочастотном диапазоне [Текст] / *Е. Д. Терещенко [и др.]* // *Письма в ЖЭТФ*. — 2007. — Т. 85, № 8. — С. 471—473.
19. Влияние ионосферы на электромагнитные волны от наземного излучателя в диапазоне частот 1–10 Гц [Текст] / *Е. Д. Терещенко [и др.]* // *Геомагнетизм и аэрономия*. — 2007. — Т. 47, № 6. — С. 855—856.

20. Влияние разломной тектоники на структуру естественного электромагнитного поля в Кольском заливе [Текст] / Е. Д. Терещенко [и др.] // Вестник Кольского Научного Центра РАН: Кольский научный центр РАН (Апатиты). — 2013. — 3 (14). — С. 34—39.
21. *Терещенко Е. Д., Терещенко П. Е., Сидоренко А. Е.* Поляризаационные характеристики КНЧ–СНЧ магнитного поля, возбуждаемого линейным вибратором [Текст] // Наука и технологические разработки. — 2020. — 2 (99). — С. 5—17.
22. Preliminary Results of Marine Electromagnetic Sounding with a Powerful, Remote Source in Kola Bay off the Barents Sea [Text] / V. Grigoryev [et al.] // International Journal of Geophysics. — 2013. — Vol. Article ID 160915. — P. 1—16.
23. Effect of the total solar eclipse of 20 march 2015 on the elf propagation over high-latitude paths [Text] / E. D. Tereshchenko [et al.] // Geophysical Research Letters. — 2015. — Vol. 42, no. 17. — P. 6899—6905.
24. *Жамалетдинов А. А.* Краткие воспоминания участника работ с СНЧ-источником Зевс по двойному назначению в 1990-2013 гг. [Текст] // Взаимодействие электромагнитных полей контролируемых источников СНЧ диапазона с ионосферой и земной корой. Т. 1. — Апатиты : Российская академия наук, Отделение наук о Земле, Кольский научный центр, Геологический институт, 2014. — С. 190—195.
25. Глубинные электромагнитные зондирования литосферы восточной части Балтийского (Фенно-скандинавского) щита в поле мощных контролируемых источников и промышленных ЛЭП (эксперимент FENICS) [Текст] / А. А. Жамалетдинов [и др.] // Физика земли. — 2011. — Т. 47, № 1. — С. 4—26.
26. *Фок В. А.* Теория сопротивления горных пород по способу каротажа [Текст]. — Л. : ГТТП, 1933. — 64 с.
27. *Обухов Г.* О некоторых свойствах нестационарных электромагнитных полей в Земле и их использовании в электроразведке [Текст] // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1968. — № 9. — С. 62.
28. *Вешев А. В.* Электропрофилирование на постоянном и переменном токе [Текст]. — 2-е изд, перераб. и доп. — Л. : Недра, 1980. — 301 с.

29. Бердичевский М. Н., Ваньян Л. Л., Файнберг Э. Б. Частотное зондирование Земли по результатам сферического анализа электромагнитных вариаций [Текст] // Геомагнетизм и аэрономия. — 1969. — Т. 9, № 2. — С. 372.
30. Ваньян Л. Электромагнитные зондирования [Текст]. — 1997.
31. Жданов М. С. Теория обратных задач и регуляризации в геофизике [Текст]. — Науч. мир, 2007.
32. Casey J. P. Extremely Low Frequency (ELF) Propagation Formulas for Dipole Sources Radiating in a Spherical Earth-Ionosphere Waveguide. NUWC-NPT Technical Report 11, 369, Naval Undersea Warfare Center Newport Division [Text]. — RI, USA : Naval Undersea Warfare Center Newport Division, 2002. — 182 p.
33. Кириллов В. В. Параметры волновода Земля–ионосфера на СНЧ [Текст] // Проблемы дифракции и распространения радиоволн. — 1993. — № 25. — С. 35—52.
34. Кириллов В. В., Пронин А. Е. Положение существенной области для дальнего поля от СНЧ- до СВ-диапазона. [Текст] // Проблемы дифракции и распространения волн. — 1997. — № 27. — С. 95—101.
35. Кириллов В. В., Копейкин В. Н. Решение двухмерного телеграфного уравнения с анизотропными параметрами [Текст] // Изв. ВУЗов. Радиофизика. — 2002. — Т. 45, № 12. — С. 1011.
36. Кириллов В. В., Копейкин В. Н. Формирование резонансной структуры локальной индуктивности ионосферы в диапазоне 0,1-10 Гц [Текст] // Изв. ВУЗов. Радиофизика. — 2003. — Т. 46, № 1. — С. 1—12.
37. Mushtak V. C., Williams E. R. ELF propagation parameters for uniform models of the Earth–ionosphere waveguide [Text] // J. Atmos. Sol. Terr. Phys. — 2002. — Vol. 64, no. 64. — P. 1989—2001.
38. Поляков С. В. Граничное условие на терминаторе для нестационарного горизонтального ионосферного тока с учётом затекания части тока в верхнюю ионосферу и магнитосферу [Текст] // Известия вузов. Радиофизика. — 2015. — Т. 58, № 1.
39. Longman I. Note on a method for computing infinite integrals of oscillatory functions [Текст] // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. Т. 52. — Cambridge University Press. 1956. — С. 764—768.

40. *Welch P. D.* The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms [Текст] // *Audio Electroacoust.* — 1967. — Vol. AU—15. — P. 70—73.
41. Морской приемо-передающий комплекс электромагнитного зондирования [Текст] / Е. Д. Терещенко [и др.] // Тезисы докладов II Международной Нобелевской конференции «Инновационные электромагнитные методы геофизики». — 2010. — С. 113.
42. *Терещенко П. Е.* Оценка проводимости подводной литосферы по поверхностному импедансу [Текст] // *Материалы Всероссийской школы-семинара имени М.Н. Бердичевского и Л.Л. Ваньяна по электромагнитным зондированиям Земли. Книга 2.* — 2011. — С. 111.
43. *Терещенко П. Е.* Вертикальная составляющая электрического поля, возбуждаемая заземленным горизонтальным вибратором в экстремально низкочастотном диапазоне [Текст] // *Материалы Всероссийской школы-семинара имени М.Н. Бердичевского и Л.Л. Ваньяна по электромагнитным зондированиям Земли. Книга 2.* — 2011. — С. 113.
44. Использование фазовых скоростей УНЧ геомагнитных вариаций для исследования геоэлектрической структуры земной коры [Текст] / Ю. А. Копытенко [и др.] // 36-й Апатитский семинар "Физика авроральных явлений". — 2013. — С. 113.
45. Исследование динамики положения плазмопаузы во время сильной магнитной суббури по данным меридиональной цепочки станций [Текст] / Ю. А. Копытенко [и др.] // 36-й Апатитский семинар "Физика авроральных явлений". — 2013. — С. 33—36.
46. Распространение электромагнитного поля СНЧ-диапазона в субавроральной зоне [Текст] / А. Е. Сидоренко [и др.] // *Проблемы военно-прикладной геофизики и контроля состояния природной среды. Том 2.* — 2014. — С. 132.
47. Особенности распространения электромагнитных волн СНЧ-диапазона на субавроральной трассе [Текст] / А. Е. Сидоренко [и др.] // *Распространение радиоволн (РРВ-24). Труды конференции.* — 2014. — С. 259—262.

48. Терещенко П. Е., Сергушин П. А., Григорьев В. Ф. Особенности использования вариационных и индукционных магнитометров в экстремально низкочастотном диапазоне [Текст] // Сборник тезисов 2-го Всероссийского (с международным участием) научно-практического семинара «Квази-3D модель электропроводности, температуры и реологии литосферы восточной части Балтийского щита по результатам электромагнитных зондирований с естественными и мощными контролируруемыми источниками». — 2018. — С. 44—46.
49. Влияние ионосферы в ближней зоне на поляризационные характеристики магнитного поля в диапазоне частот 0.2–200 Гц [Текст] / Е. Д. Терещенко [и др.] // Материалы V Всероссийской научной конференции «Проблемы военно-прикладной геофизики и контроля состояния природной среды». — 2018. — С. 543—547.
50. Терещенко П. Е., Сидоренко А. Е. Влияние ионосферы на распространение низкочастотных радиоволн по результатам экспериментов с мощными контролируруемыми источниками в эксперименте «FENICS» [Текст] // Physics of auroral phenomena proceedings of the 42nd Annual Seminar Apatity. — 2019. — С. 89—91.
51. Терещенко Е. Д., Терещенко П. Е., Сидоренко А. Е. Связь вариаций в ближней зоне низкочастотного (0,1–10 Гц) электромагнитного поля контролируемого источника с состоянием ионосферы [Текст] // Распространение радиоволн. Труды XXVI Всероссийской открытой научной конференции. В 2-х томах. Том I. — 2019. — С. 341—344.
52. Tereshchenko E. D., Tereshchenko P. E., Sidorenko A. E. The Relationship Between the Variations in the Low-frequency (0.1–10 Hz) Near-zone Electromagnetic Field of a Controlled Source and the State of the Ionosphere [Text] // 2019 Russian Open Conference on Radio Wave Propagation (RWP). Vol. 1. — IEEE. 2019. — P. 71—74.
53. Терещенко П. Е., Юрик Р. Ю. Оценка эффективной проводимости подстилающей поверхности волновода Земля-ионосфера по результатам эксперимента FENICS-2019 [Текст] // Physics of auroral phenomena proceedings of the 43rd Annual Seminar Apatity. — 2020. — С. 47—51.

54. *Терещенко П. Е.* Импедансный подход оценки проводимости земли в юго-восточной области Кольского полуострова в рамках эксперимента FENICS-2019 [Текст] // *Материалы VI Всероссийской научной конференции «Проблемы военно-прикладной геофизики и контроля состояния природной среды».* — 2020. — С. 274—278.
55. *Терещенко П. Е.* Влияние ионосферы на поле контролируемого источника в диапазоне 0,4–95 Гц [Текст] // *Распространение радиоволн. Труды XXVII Всероссийской открытой научной конференции, 28 июня – 3 июля 2021, Калининград.* — 2021. — С. 534—540.
56. *Терещенко П. Е.* Структура магнитной составляющей крайне низкочастотного электромагнитного поля в волновой зоне [Текст] // *Антенны и распространение радиоволн: сб. докладов Всероссийской научно-технической конференции.* СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ». — 2021. — С. 52—53.
57. *Терещенко П. Е.* Особенности возбуждения электромагнитного поля в диапазоне менее 100 Гц заземленным или заводненным горизонтальным излучателем [Текст] // *Научно-практический семинар “Исследование магнитного поля Земли как фактор прогресса национальной безопасности России”*, Санкт-Петербург. — 2022. — С. 7—10.
58. *Терещенко П. Е.* Влияние ионосферы на вертикальную составляющую магнитного поля, возбуждаемого горизонтальным электрическим диполем [Текст] // *Радиофизика, фотоника и исследование свойств вещества. Тезисы докладов I Российской научной конференции.* — Омск : Омский научно-исследовательский институт приборостроения, 2020. — С. 52.
59. *Терещенко П. Е.* Влияние ионосферы на вертикальную составляющую магнитного поля, возбуждаемого горизонтальным электрическим диполем [Текст] // *Техника радиосвязи.* — 2020. — Т. 4 (47). — С. 68—76.
60. Влияние солнечного затмения 20 марта 2015 г. на распространение СНЧ-радиоволн на высокоширотных трассах [Текст] / А. Е. Сидоренко [и др.] // *Труды Кольского научного центра РАН.* — 2015. — № 32. — С. 68—72.
61. *Терещенко П. Е.* Вертикальная составляющая экстремально низкочастотного электрического поля, возбуждаемого заземленным горизонтальным вибратором [Текст] // *Журнал технической физики.* — 2010. — Т. 80, № 7. — С. 147—150.

62. Радиальная компонента сверхнизкочастотного магнитного поля горизонтального электрического диполя при низкой проводимости земли на трассе распространения [Текст] / Е. Д. Терещенко [и др.] // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. — 2016. — Т. 59, № 1. — С. 15—24.
63. *Терещенко Е. Д., Терещенко П. Е.* Электрическое поле горизонтальной линейной заводненной антенны [Текст] // Журнал технической физики. — 2017. — Т. 87, № 3. — С. 301—315.
64. *Терещенко Е. Д., Терещенко П. Е.* Электромагнитное поле горизонтальной антенны под поверхностью раздела двух сред [Текст] // Радиотехника и электроника. — 2018. — Т. 63, № 4. — С. 323—329.
65. *Терещенко Е. Д., Терещенко П. Е.* Поверхностный импеданс электромагнитного поля, возбуждаемого заземленной горизонтальной антенной в волноводе Земля-ионосфера [Текст] // Физика Земли. — 2019. — № 2. — С. 181—189.
66. *Sommerfeld A.* Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie [Текст] // Annalen der Physik. — 1909. — 333(4). — С. 665—736.
67. *Weil H.* Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über einem ebenen Leiter [Текст] // Ann. Phys. — 1919. — № 60. — С. 481—500.
68. *Wait J. R.* Electromagnetic waves in stratified media [Text]. — N.Y. : Pergamon press, 1962. — 372 p.
69. *Макаров Г. И., Новиков В. В., Рыбачек С. Т.* Распространение электромагнитных волн над земной поверхностью [Текст]. — М. : Наука, 1991. — 196 с.
70. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред [Текст]. — М. : Наука, 1982. — 620 с.
71. *Бурсиан В. Р.* Теория электромагнитных полей, применяемых в электроразведке [Текст]. — Л. : Издательство Недр, 1972. — 367 с.
72. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений [Текст]. — М. : Физматгиз, 1962. — 1100 с.
73. *Кукаркин А. Б., Новикова Е. И.* О вычислении интегралов от быстроосциллирующих функций методом Лонгмана [Текст] // Ж. Вычислительная математика и математическая физика. — 1981. — Т. 21, № 5. — С. 16—25.

74. *Ковтун А. А.* Строение коры и верхней мантии на северо-западе Восточно-Европейской платформы по данным магнитотеллурического зондирования [Текст]. — Л. : Из-во ЛГУ, 1989. — 284 с.
75. *Терещенко Е. Д., Сидоренко А. Е., Терещенко П. Е.* Влияние ионосферы и неоднородной структуры Земли на поляризационные характеристики магнитного поля в диапазоне частот 0.2–200 Hz в ближней зоне горизонтальной заземленной антенны [Текст] // Журнал технической физики. — 2019. — Т. 89, № 7. — С. 1092—1092.
76. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах [Текст]. — М. : Издательство АН СССР, 1957. — 502 с.
77. Влияние ионосферы на возбуждение электромагнитного поля диапазона КНЧ и более низких частот в ближней зоне [Текст] / Е. Д. Терещенко [и др.] // Журнал технической физики. — 2018. — № 6. — С. 907—913.
78. *Bannister P. R.* Simplified Formula for ELF Propagation of Shorter Distances [Text] // Radio Scie. — 1986. — Vol. 21, no. 3. — P. 529—537.
79. *Bannister P. R.* The Determination of Representative Ionospheric Conductivity Parametrs for ELF Propagation in the Earth-Ionosphere Waveguide [Text] // Radio Scie. — 1985. — Vol. 20, no. 4. — P. 977—984.
80. *Башкуев Ю. Б., Хантанов В. Б., Ханхараев А. В.* Анализ условий распространения СНЧ радиоволн на трассе "Зевс"—Забайкалье [Текст] // Изв. вузов. Радиофизика. — 2003. — Т. 46, № 12. — С. 1017—1026.
81. *Патент РФ RU 2093863 C1.* Способ электромагнитного зондирования земной коры с использованием нормированных источников поля [Текст] / Е. П. Велихов [и др.]. — № 96108492/25 ; заявл. 20.10.1997 ; опубл. 20.10.1997, Бюл. № 12.
82. Long-Range Communitations of Extremely Low Frequencies [Text] / S. L. Bernstein [et al.] // Proc. of IEEE. — 1974. — No. 3. — P. 292—312.
83. *Akasofu S., Chapman S.* Solar-terrestrial Physics: By Syun-ichi Akasofu and Sydney Chapman [Text]. — UK : Oxford: Clarendon Press, 1972. — 901 p. — (International series of monographs on physics).
84. *Nicolet M., Aikin A.* The formation of the D region of the ionosphere [Текст] // Journal of Geophysical Research. — 1960. — Т. 65, № 5. — С. 1469—1483.

85. *Crary J. H., Schneible D. E.* Effect of the Eclipse of 20 July 1963 on VLF Signals Propagating Over Short Paths [Text] // *Radio Sci.* — 1965. — Vol. 69D, no. 7. — P. 947—957.
86. Total solar eclipse effects on VLF signals: observations and modeling [Text] / M. A. Clilverd [et al.] // *Radio Sci.* — 2001. — No. 36. — P. 773—788.
87. Effects of a solar eclipse on the propagation of VLF-LF signals: Observations and results [Text] / B. K. De [et al.] // *Terr. Atmos. Ocean. Sci.* — 2011. — Vol. 22. — P. 435—442.
88. D-region ionosphere response to the total solar eclipse of 22 July 2009 deduced from ELF-VLF tweek observations in the Indian sector [Text] / R. Singh [et al.] // *J. Geophys. Res.* — 2011. — No. 116. — A10301.
89. Spectral character of VLF sferics propagating inside the Earth-ionosphere waveguide during two recent solar eclipses [Text] / A. Guha [et al.] // *J. Geophys. Res. (Space Phys.)* — 2012. — Vol. 117. — A04305.
90. *Han F., Cummer S. A.* Midlatitude daytime D region ionosphere variations measured from radio atmospheric [Text] // *J. Geophys. Res.* — 2010. — Vol. 115. — A10314.
91. *Mendes Da Costa A., Paes Leme N. M., Rizzo Piazza L.* Lower ionosphere effect observed during the 30 June 1992 total solar eclipse [Text] // *J. Atmos. Terr. Phys.* — 1995. — No. 57. — P. 13—17.
92. *Kaufmann P., Schaal R. E.* The effect of a total solar eclipse on long path VLF transmission [Text] // *J. Atmos. Terr. Phys.* — 1968. — Vol. 30. — P. 469—471.
93. The effects of solar eclipse of August 1, 2008 on Earth's atmospheric parameters [Text] / S. S. De [et al.] // *Pure Appl. Geophys.* — — Vol. 167. — P. 1273—1279.
94. *De B. K., Sarkar S. K.* Anomalous behaviour of 22.3 kHz NWC signal during total solar eclipse of October 24, 1995 [Text] // *Kodaikanal Observ. Bull.* — 1997. — Vol. 13. — P. 205—208.
95. The 22 July 2009 total solar eclipse: modeling D region ionosphere using narrowband VLF observations [Text] / K. Venkatesham [et al.] // *Geophys. Res. (Space Phys.)* — 2019. — Vol. 124, no. 1. — P. 616—627.

96. *Pal S., Maji S., Chakrabarti S.* First ever VLF monitoring of the lunar occultation of a solar flare during the 2010 annular solar eclipse and its effects on the D-region electron density profile [Text] // Planet.Space Sci. — 2012. — Vol. 73, no. 1. — P. 310—317.
97. *Greifinger P., Mushtak V., Williams E.* The lower characteristic ELF altitude of the Earth-ionosphere waveguide: Schumann resonance observations and aeronomical estimates [Текст] // IEEE 6th International Symposium on Electromagnetic Compatibility and Electromagnetic Ecology, 2005. — 2005. — C. 250—254.
98. Influence of solar terminator passages on Schumann resonance parameters [Текст] / A. Melnikov [и др.] // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. — 2004. — Т. 66, № 13. — С. 1187—1194. — SPECIAL - Space Processes and Electrical Changes in Atmospheric L layers.
99. *Field E., Joiner R.* Effects of lateral ionospheric gradients on ELF propagation [Текст] // Radio Sci. — 1982. — Т. 17, № 3.
100. *Nickolaenko A.* Diurnal Pattern of ELF Radio Signal Detected at the 'Bellinshausen' Antarctic Station [Текст] // Т. 2. — 07.2007. — С. 760—762.
101. Wavelet characterization of ionospheric acoustic and gravity waves occurring during the solar eclipse of August 11, 1999 [Text] / P. Šauli [et al.] // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. — 2006. — Vol. 68, no. 3—5.
102. *Knížová P. K., Mořna Z.* Acoustic–Gravity Waves in the Ionosphere During Solar Eclipse Events [Текст] // Acoustic Waves / под ред. M. G. Beghi. — Rijeka : IntechOpen, 2011. — Гл. 14.
103. K. Niranjana [Text] / A. K. Maurya [et al.] // J. Geophys. Res. Space Physics. — 2014. — No. 119. — P. 8512—8523.
104. *Брюнелли Б. Е., Намгаладзе А. А.* Физика ионосферы [Текст]. — М.: Наука, 1988. — 528 с.
105. *Hargreaves J. K.* The Upper Atmosphere and Solar-Terrestrial Relations: An Introduction to the Aerospace Environment [Text]. — New York : Van Nostrand Reinhold, 1979. — 298 p.
106. *Williams E. R., Satori G.* Solar radiation-induced changes in ionospheric height and the Schumann resonance waveguide on different timescales [Text] // Radio Sci. — 2007. — Vol. 42. — RS2S11.

107. *Galejs J.* Terrestrial propagation of long electromagnetic waves [Text]. — Oxford, U. K. : Pergamon Press, 1972. — 376 p.
108. *Reeve C. D., Rycroft M. J.* The eclipsed lower ionosphere as investigated by natural very low frequency radio signals [Text] // *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.* — 1972. — No. 34. — P. 667—672.
109. Геоэлектрические исследования с мощным источником тока на Балтийском щите. [Текст] / Е. П. Велихов [и др.]. — М.:Наука, 1989. — 272 с.
110. *Велихов Е. П., Жамалетдинов А. А.* К 30-летию МГД-эксперимента “Хибины” (обзор глубинных геоэлектрических исследований с мощными контролируруемыми источниками) [Текст] // Теория и методика глубинных электромагнитных зондирований на кристаллических щитах. Материалы международного совещания, Апатиты, 4–8 апреля 2005 г. Т. 1. — Апатиты : Издательство Кольского научного центра РАН, 04.2006. — С. 11—29.
111. Электромагнитное зондирование Кольского полуострова мощным крайне низкочастотным источником [Текст] / Е. П. Велихов [и др.] // Докл. РАН. — 2011. — Т. 438, № 2. — С. 390—395.
112. *Рубинраут Г. С.* Морфотектоника Кольского полуострова [Текст]. — Апатиты, 1987. — С. 74.
113. *Федоренко Ю. В., Пильгаев С. В. and Филатов М. В., Ахметов О. И.* Прецизионный четырехканальный 22-разрядный аналого-цифровой преобразователь на основе AD7716 [Текст] // ПТЭ. — 2009. — № 4. — С. 179—180.
114. Универсальное устройство синхронизации данных от GPS приемни [Текст] / С. В. Пильгаев [и др.] // ПТЭ. — 2008. — № 3. — С. 175—176.
115. *Горбунов Г. И., Г. З. В.* Геологическая карта-схема Кольского п-ова [Текст]. — Геологический институт Кольского филиала АН СССР, 1980.
116. Изменения фазы магнитного поля в СНЧ-диапазоне на разломной тектонике [Текст] / Е. Д. Терещенко [и др.] // Физика Земли. — 2012. — № 9. — С. 759—765.
117. *K. K.* Marine electromagnetic studies of seafloor resources and tectonics [Text] // *Surveys in Geophysics.* — 2011. — Vol. 33. — P. 135—167.

118. *Weitemeyer K. A., Constable S., Trehu A. M.* A marine electromagnetic survey to detect gas hydrate at Hydrate Ridge, Oregon [Text] // *Geophysical Journal International*. — 2011. — Vol. 187. — P. 45—62.
119. An active source electromagnetic sounding system for marine use [Text] / M. C. Sinha [et al.] // *Marine Geophysical Researches*. — 1990. — Vol. 12, no. 1/2. — P. 59—68.
120. On the electrical nature of the axial melt zone at 13° N on the East Pacific Rise [Text] / R. L. Evans [et al.] // *Journal of Geophysical Research, Solid Earth*. — 1994. — Vol. 99 (B1). — P. 577—588.
121. *Constable S., Cox C.* arine controlled-source electromagnetic sounding – II: The PEGASUS experiment [Text] // *Journal of Geophysical Research*. — 1996. — Vol. 101 (B3). — P. 5519—5530.
122. *MacGregor L. M., Sinha M. C.* Use of marine controlled source electromagnetic sounding for subbasalt exploration [Text] // *Geophysical Prospecting*. — 2000. — Vol. 48, no. 1. — P. 1091—1106.
123. *MacGregor L. M., Sinha M. C., S. C.* Electrical resistivity structure of the Valu Fa ridge, Lau basin, from marine controlled-source electromagnetic sounding [Text] // *Geophysical Journal International*. — 2001. — Vol. 146, no. 1. — P. 217—236.
124. *Ellingsrud S., Eidesmo T., S. J.* Remote sensing of hydrocarbon layers by seabed logging SBL: Results from a cruise offshore Angola [Text] // *The Leading Edge*. — 2002. — Vol. 21. — P. 972—982.
125. Берега [Текст] / П. А. Каплин [и др.]. — М.:Мысль, 1991. — С. 480.
126. Морской приемно-передающий комплекс электро-магнитного зондирования [Текст] / Е. Д. Терещенко [и др.] // *Инновационные электромагнитные методы геофизики. Сборник статей под редакцией академика Е. П. Велихова*. — М. : Науч. мир, 2012. — С. 34—39.
127. Использование мощных стационарных источников экстремально низкочастотного электромагнитного поля в задаче дистанционного зондирования [Текст] / Е. Д. Терещенко [и др.] // *Инновационные электромагнитные методы геофизики. Сборник статей под редакцией академика Е. П. Велихова*. — М. : Науч. мир, 2012. — С. 51—73.

128. *Blanchet G., Charbit M.* Digital Signal and Image Processing using MATLAB®: Second Edition [Text]. — ISTE Ltd / London John Wiley & Sons. Inc. Hoboken, 2015. — P. 327.
129. Магнитотеллурические исследования структуры земной коры и мантии в восточной части Балтийского щита [Текст] / А. А. Ковтун [и др.]. — 1994.
130. *Жамалетдинов А. А.* Графиты в земной коре и аномалии электропроводности [Текст] // Физика Земли. — 1996. — № 4. — С. 20—27.
131. *Ваньян Л. Л., Павленкова Н. И.* Слой низкой скорости и высокой электропроводности в подошве нижней коры Балтийского щита [Текст] // Физика Земли. — 2002. — № 1. — С. 37—45.
132. *Спиридонов Е. В.* Палеосейсмодислокации на побережье Баренцева моря [Текст] : дис. ... канд. геол.-мин. наук / Спиридонов Е. В. — М. МГУ, 2007.
133. *Ковальчук Е. А., Спиридонов Е. В.* Первые данные о структуре и литологии разреза осадков Кольского залива [Текст] // Труды международной конференции посвященной 100-летию Д.Г. Панова. — Ростов-на-Дону, 2009. — С. 157—160.
134. Результаты морского электромагнитного зондирования мощным удаленным источником в Кольском заливе Баренцева моря [Текст] / В. Ф. Григорьев [и др.] // Физика Земли. — 2013. — № 3. — С. 75—86.
135. *Орехова Д. А.* Исследование структур литосферы в высоких широтах по данным естественных и мощных искусственных источников электромагнитного поля [Текст] : дис. ... канд. ф.-м. наук / Орехова Д. А. — Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Института физики Земли имени О.Ю. Шмидта РАН, 2016.
136. *Щукин Ю. К., Бабак В. И., Краснопевцева Г. В.* О связи структурно-геоморфологических и геолого-тектонических глубинных направлений земной коры. Связь поверхностных структур Земной коры с глубинными. [Текст] // Материалы четырнадцатой международной конференции. Т. 2. — Петрозаводск: Карельский научный центр РАН, 2008. — С. 369—373.
137. Study of interaction of elf–ulf range (0.1–200 hz) electromagnetic waves with the Earth’s crust and the ionosphere in the field of industrial power transmission lines (FENICS experiment) [Text] / A. A. Zhamaletdinov [et al.] // *Izvestiya. Atmospheric and Oceanic Physics.* — 2015. — Vol. 51, no. 8. — P. 826—857.

138. *Борн М.* Основы оптики [Текст]. — М.: Наука, 1973. — С. 720.
139. Исследование взаимодействия электромагнитных волн КНЧ-СНЧ диапазона (0.1-200 Гц) с Земной корой и ионосферой в поле промышленных линий электропередачи (эксперимент "FENICS") [Текст] / А. А. Жамалетдинов [и др.] // Геофизические процессы и биосфера. — 2015. — Т. 14, № 2. — С. 5—49.
140. *Бурнаева В., Голубцова Н.* PGI Geophysical Data July, August, September [Электронный ресурс]. — Мурманск, Апатиты, 2014. — [http://pgia.ru/content/site/pages/PGI-DATA/PGIdata\\_2014-3](http://pgia.ru/content/site/pages/PGI-DATA/PGIdata_2014-3).
141. *Орлов А. Б., Уваров А. Н.* О возможности послойного определения электронной концентрации в дневной нижней ионосфере по экспериментальным данным о СДВ-полях [Текст] // Проблемы дифракции и распространения волн. — 1975. — № 14. — С. 96—109.
142. *Wait J. R., Walter L. C.* Reflection of VLF radio waves from an inhomogeneous ionosphere II. Perturbed exponential model [Text] // Radio Scie. J.Res NBS. — 1963. — Vol. 670, no. 5. — P. 519—523.
143. *Галюк Ю. П., Георге А. В., Кириллов В. В.* Положение области, существенной при отражении от ионосферы электромагнитных волн СНЧ-диапзона [Текст] // Проблемы дифракции и распространения волн. — 1997. — № 27. — С. 95—101.
144. *Surkov V., Haykawa M.* Ultra and Extremely Low Frequency Electromagnetic Fields Springer Geophysics [Text]. — Japan : Springer, 2014. — 486 p.
145. Экспериментальные исследования резонансной структуры спектра ионосферного электромагнитного шумового фона в диапазоне короткопериодных геомагнитных пульсаций [Текст] / П. П. Беляев [и др.] // Изв. ВУЗов. Радиофизика. — 1989. — Т. 32, № 6. — С. 663—673.
146. Особенности резонансных структур в спектрах естественного электромагнитного шума в области главного ионосферного провала [Текст] / Н. В. Иванов [и др.] // Геомагнетизм и аэрономия. — 2017. — Т. 57, № 6. — С. 808—816.
147. *Nickolaenko A. and Hayakawa M.* esonances in the Earth-Ionosphere Cavity [Text]. — Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2002.

148. *Pan W. Y. L. K.* Propagation of SLF/ELF Electromagnetic Waves [Текст]. — Berlin : Zhejiang University Press, Hangzhou, Springer-Verlag, 2014.
149. *Собчаков Л. А., Поляков С. В., Астахова Н. Л.* Возбуждение электромагнитных волн в плоском волноводе с анизотропной верхней стенкой [Текст] // Изв. вузов. Радиофизика. — 2003. — Т. 46, № 12. — С. 1503—1510.
150. *Greifinger P., Mushtak V., Williams E.* On modeling the lower characteristic ELF altitude from aeronomical data [Текст] // Radio Sci. — 2007. — Т. 42, RS2S12.
151. Первые эксперименты по генерации и приему искусственных УНЧ-излучений (0.3–12) Гц на дистанции 1500 км [Текст] / П. Беляев [и др.] // Изв. ВУЗов. Радиофизика. — 2002. — Т. 45, № 2. — С. 151.
152. *Кириллов В. В.* Двумерное телеграфное уравнение и его применение к задачам радиофизики. дис. д-ра физ.-мат. наук [Текст]. — СПб : Springer, 2005. — 347 с.
153. Регистрация и моделирование УНЧ сигналов на станции Старая пустынь во время эксперимента FENICS-2019 [Текст] / А. В. Рябов [и др.] // Геомагнетизм и аэрномия. — 2021. — Т. в печати, № 3.
154. *Kunitsyn V. E., Tereshchenko E. D.* Ionospheric tomography [Текст]. — Springer Science & Business Media, 2003.
155. *Tereshchenko P. E.* Effect of the Ionosphere on the Controlled-Source Field in the Frequency Range Between 0.4 and 95 Hz [Текст] // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. — 2022. — Т. 21, № 1. — С. 208—211.
156. *Терещенко П. Е.* Оценка эффективной проводимости подстилающей поверхности волновода Земля-ионосфера по результатам приема электромагнитных полей в средней зоне активного источника [Текст] // Наука и технологические разработки. — 2019. — № 4. — С. 34—42.
157. *Parent A., Mann I. R., Rae I. J.* Effects of substorm dynamics on magnetic signatures of the ionospheric Alfvén resonator [Текст] // Journal of Geophysical Research: Space Physics. — 2010. — Т. 115, A2.
158. *Madden T., Thompson W.* Low-frequency electromagnetic oscillations of the Earth-ionosphere cavity [Text] // Reviews of Geophysics. — 1965. — Vol. 3, no. 2. — P. 211—254.

159. *Cole Jr R. K., Pierce E. T.* Electrification in the earth's atmosphere for altitudes between 0 and 100 kilometers [Text] // *Journal of Geophysical Research*. — 1965. — Vol. 70, no. 12. — P. 2735—2749.
160. *Wolkoff E., Kraimer W.* Pattern measurements of US Navy ELF antennas [Text] // In AGARD. — 1993. — P. 26-1—26-10.
161. *Терещенко П. Е.* Влияние внешней ионосферы на магнитное поле контролируемого источника в диапазоне частот 0.4–10 Гц [Текст] // *Наука и технологические разработки*. — 2022. — Т. 101, № 2. — С. 33—49.
162. Повышающий преобразователь и система энергопередачи генератора “Энергия-2” для электромагнитных зондирований и мониторинга очаговых зон землетрясений [Текст] / Е. Д. Терещенко [и др.] // *Сейсмические приборы*. — 2008. — Т. 44, № 4. — С. 43—66.
163. Немонотонная амплитудно-частотная зависимость магнитного поля контролируемого наземного КНЧ-источника в дневное время [Текст] / Е. Д. Терещенко [и др.] // *Вестник Кольского научного центра РАН*. — 2017. — Т. 9, № 3. — С. 104—110.
164. *Афанасьев Ю. В., Студенцов Н. В., П. Щ. А.* Магнитометрические преобразователи, приборы, установки [Текст]. — Л. : Энергия, 1972. — 272 с.
165. *Kopytenko Y. A., Ismagilov V. S., Nikitina L. V.* Study of local anomalies of ULF magnetic disturbances before strong earthquakes and magnetic field induced by tsunani. *Electromagnetic Phenomena Associated with Earthquakes* [Text]. — Kerala, India : Transworld Network, 2009. — 21-40.
166. *Лебедь О. М., Пильгаев С. В., Федоренко Ю. В.* Программно-аппаратный комплекс для фазовых измерений в крайне низких-сверхнизких диапазонах частот [Текст] // *Приборы и техника эксперимента*. — 2012. — № 3. — С. 56—62.
167. The Torsion Magnetic Variometer with Kevlar-Hanger-Based Sensor [Text] / *Y. Kopytenko [et al.]* // *Key Engineering Materials*. — 2010. — Vol. 437. — P. 621—624.
168. Методы оценки и представления передаточных функций геофизических датчиков [Текст] / А. В. Ларченко [и др.] // *Труды Кольского научного центра РАН*. — 2016. — Т. 38, № 4—2. — С. 73—83.

169. *Greifinger C., Greifinger P.* Approximate method for determining ELF eigenvalues in the Earth-ionosphere waveguide [Текст] // Radio Science. — 1978. — Т. 13, № 5. — С. 831—837.
170. *Greifinger C., Greifinger P.* On the ionospheric parameters which govern high-latitude ELF propagation in the Earth-ionosphere waveguide [Текст] // Radio Science. — 1979. — Т. 14, № 5. — С. 889—895.
171. *Галюк Ю., Николаенко А., Хайакава М.* Сравнение точного и приближенного решения задачи о шумановском резонансе для профиля проводимости с коленом [Текст] // Радиофизика и электроника. — 2015. — 6 (20), № 2. — С. 40—47.

## Список рисунков

1.1	Геометрия задачи. . . . .	24
1.2	Геометрия задачи. . . . .	38
1.3	Зависимость от безразмерного расстояния $ r_0 $ функции $ F_x  - 1$ , аппроксимации $ \tilde{F}_x  - 2$ и функции $ (1 + r_0) \exp(-r_0)  - 3$ для горизонтального диполя на границе двух однородных сред. $\sigma_1 \rho = 6$ . . .	51
1.4	Зависимость от безразмерного расстояния $ r_0 $ функции $\arg(F_x) - 1$ , аппроксимации $\arg(\tilde{F}_x) - 2$ и функции $\arg((1 + r_0) \exp(-r_0)) - 3$ для горизонтального диполя на границе двух однородных сред. . . . .	52
1.5	Модуль и аргумент $\Phi_y(\rho, 0)$ , рассчитанные по формуле (1.84) – 1, в квазистационарном приближении – 2 и $\tilde{\Phi}_y(\rho, 0) - 3$ . . . . .	56
1.6	Модуль и аргумент $F_x(\rho, 0)$ , полученные по формуле (1.73) – 1, функция $\tilde{F}_H(\rho, 0) - 2$ , квазистационарное приближении – 3 при $\sigma_1 \rho = 30$ . . . . .	58
1.7	Сравнение функций $ (\tilde{F}_x)_{ef}  - 1$ и $ (1 + r_0) \exp(-r_0)  - 2$ при двухслойной среде под диполем. . . . .	63
1.8	Сравнение функций $ (\tilde{F}_y)_{ef}  - 1$ и $ (1 + r_0) \exp(-r_0)  - 2$ при двухслойной среде под диполем. . . . .	64
1.9	Сравнение функций $ (\tilde{F}_z)_{ef}  - 1$ и $ (1 + r_0) \exp(-r_0)  - 2$ при двухслойной среде под диполем. . . . .	65
2.1	Геометрия задачи. . . . .	67
2.2	Расчетные значения $ F_x/r_g $ при высотах ионосферы $h = 70$ км (а) и 85 км (б) и проводимостях $\sigma_i = 10^{-4}$ См/м (кривые 1) и $5 \cdot 10^{-4}$ См/м (кривые 2). . . . .	73
2.3	Зависимость функций $ F_z  - 1$ , $ F_\infty  - 2$ , $ F_0  - 3$ от расстояния до источника $\rho$ при частоте $f = 1$ Гц при проводимости ионосферы $\sigma_i = 10^{-4}$ См/м – а и $\sigma_i = 10^{-5}$ См/м – б. . . . .	77
2.4	Зависимость функций $ F_z  - 1$ , $ F_\infty  - 2$ , $ F_0  - 3$ от расстояния до источника $\rho$ при частоте $f = 3$ Гц при проводимости ионосферы $\sigma_i = 10^{-4}$ См/м – а и $\sigma_i = 10^{-5}$ См/м – б. . . . .	77
2.5	Зависимость функций $ F_z  - 1$ , $ F_\infty  - 2$ , $ F_0  - 3$ от расстояния до источника $\rho$ при частоте $f = 30$ Гц при проводимости ионосферы $\sigma_i = 10^{-4}$ См/м – а и $\sigma_i = 10^{-5}$ См/м – б. . . . .	78

2.6	Зависимость функции $ F_z(\rho, f) $ от частоты $f$ при проводимости ионосферы $\sigma_i = 10^{-4}$ См/м – 1 и $\sigma_i = 10^{-5}$ См/м – 2. . . . .	78
3.1	География эксперимента. . . . .	81
3.2	Результаты расчетов и измерений для компоненты $H_{NS}$ в Петрозаводске – а и в Сторожно – б. $\Delta$ – оценка с электродинамическими параметрами Баннистера, $\circ$ – оценка со скорректированными электродинамическими параметрами, $\bullet$ – экспериментальные данные. . . . .	84
3.3	Результаты расчетов (линии) и измерений (точки) магнитного поля в обсерватории Ловозеро. а – компонента $H_{NS}$ , б – $H_{WE}$ . . . . .	84
3.4	География эксперимента. . . . .	89
3.5	Расчетные изменения освещенности во время солнечного затмения 20.03.2015. . . . .	92
3.6	Вариации амплитуды магнитного поля СНЧ источника в обс. Ловозеро 19-21.03.2015. . . . .	93
3.7	Амплитуда магнитного поля (компонента Н) в обс. Баренцбург, 20.03.15. . . . .	94
3.8	Амплитуда магнитного поля (компонента Н) в обс. Лехта, 20.03.15. . . . .	94
3.9	Амплитуда магнитного поля (компонента Н) в обс. Петрозаводск, 20.03.15. . . . .	95
3.10	Относительные вариации поля в пунктах наблюдений во время затмения. . . . .	97
3.11	Поведения поля во время затмения (треугольники, сглаженная кривая) и двух спокойных дней (кружки). . . . .	98
3.12	Схема эксперимента. . . . .	102
3.13	Распределения фаз горизонтальных компонент магнитного поля $H_{NS}$ и $H_{WE}$ по широтной и меридиональной трассам. Сплошная линия – частота 41 Гц, пунктирная линия – 62 Гц, точечная линия – 82 Гц. . . . .	104
3.14	Распределения фазы вертикальной компоненты магнитного поля $H_Z$ по широтной и меридиональной трассам. Сплошная линия – частота 41 Гц, пунктирная линия – 62 Гц, точечная линия – 82 Гц. . . . .	104
3.15	Теоретическая оценка распределения фазы вертикальной компоненты магнитного поля $H_Z$ по широтной трассе. Сплошная линия – частота 41 Гц, пунктирная линия – 62 Гц, точечная линия – 82 Гц. . . . .	105

- 3.16 Сравнение экспериментальных данных (сплошная линия) и результатов теоретической оценки (пунктирная линия) для распределения по широтной трассе фазы компоненты магнитного поля  $H_{WE}$  на частоте 41 Гц. . . . . 106
- 3.17 Сравнение экспериментальных данных (сплошная линия) и результатов теоретической оценки (пунктирная линия) для распределений по широтной и меридиональной трассам фазы вертикальной компоненты магнитного поля  $H_Z$  на частоте 41 Гц. . . . 106
- 3.18 Сравнение результатов эксперимента с проводящими структурами [111] и геологическим строением региона. . . . . 107
- 3.19 Расположение точек измерений. Слева - район измерений, А - район морских измерений. Справа: 1 – место погружения донного регистратора; 2 – остров, на котором установлен переносной магнитометр. . . . . 111
- 3.20 Приемная аппаратура морского приемно-передающего комплекса перед погружением. . . . . 113
- 3.21 Спектры мощности компоненты  $H_x$  измерителем электромагнитного поля естественного магнитного поля в  $\text{mkA}^2/\text{m}^2\text{Гц}$ . vtul – (синий цвет). стационарный магнитометр, mob – мобильный измеритель электромагнитного поля, цвтг – морской приемно-передающий комплекс 115
- 3.22 Сонограмма спектральной плотности мощности  $S_{H_y}$  составляющей  $H_y$  естественного магнитного поля на дне Кольского залива за период проведения эксперимента в  $\text{mkA}^2/\text{m}^2\text{Гц}$ . . . . . 116
- 3.23 Спектры мощности трех компонент естественного магнитного поля в  $\text{mkA}^2/\text{m}^2\text{Гц}$ . . . . . 116
- 3.24 Начальная геоэлектрическая модель – (а); горизонтальное сечение при  $z = 0$  – (б); сечение в плоскости YZ при  $x = 45.36$  км – (в). Сечение в плоскости XZ при  $y = 11.19$  км. Линия AA' показывает профиль наблюдений. . . . . 119
- 3.25 Район электромагнитного зондирования: (а) область наблюдений – 1 и источник – 2; (б) – точки наблюдений. . . . . 122

- 3.26 Итоговая геоэлектрическая модель – (а); горизонтальное сечение при  $z = 0$  – (б); сечение в плоскости  $YZ$  при  $x = 45.36$  км – (в). Сечение в плоскости  $XZ$  при  $y = 11.19$  км. Линия  $AA'$  показывает профиль наблюдений, соответствующий точкам 1–5 на рис. 3.25. Числа внутри блоков – проводимости в См/м. . . . . 123
- 3.27 Амплитуды различных компонент, приведенные к току в источнике 1 А, для итоговой геоэлектрической модели на частоте 41 Гц (штриховые линии) в сравнении с экспериментальными (сплошные линии). . . . . 124
- 4.1 Карта-схема эксперимента . . . . . 128
- 4.2 Зависимость амплитуды магнитного поля от частоты при силе тока в передающей антенне 1 А в сеансах 23-29 августа 2014 г. (обс. Ловозеро) — компоненты  $H_{W-E}$  (а) и  $H_{N-S}$  (б). Обозначения кривых: 1 — измерения 23-27.08.2014 г., 2 — 28.08.2014 г., 3 — 29.08.2014 г. . . 129
- 4.3 Поляризационные характеристики измеренного магнитного поля: а – большая полуось эллипса поляризации; b – коэффициент эллиптичности; с – ориентация большой полуоси эллипса в горизонтальной плоскости в системе координат измерителя. Квадраты – данные 23.08.2014 г., треугольники – 29.08.2014 г. . . . . 132
- 4.4 Теоретические кривые поляризационных параметров, рассчитанные при однородной модели подстилающей среды (сплошные кривые – с проводимостью ионосферы  $10^{-2}$  S/m, пунктирные –  $10^{-4}$  S/m), в сопоставлении с экспериментальными данными (рис. 4.3). . . . . 135
- 4.5 Теоретические кривые поляризационных параметров, рассчитанные при двуслойной модели подстилающей среды, в сопоставлении с экспериментальными данными. Обозначения те же, что на рис. 4.4 . . . 137
- 4.6 Схема эксперимента. Ориентировочная проводимость Земной коры по оценкам из [74]. 1 –  $10^{-4}$  См/м, 2 –  $6 \cdot 10^{-5}$  См/м, 3 –  $10^{-3}$  См/м, 4 –  $10^{-2}$  См/м. . . . . 140
- 4.7 Продольные относительно излучающей антенны компоненты магнитного поля. . . . . 141
- 4.8 Поперечные относительно излучающей антенны компоненты магнитного поля. . . . . 141

- 4.9 Поляризационные характеристики горизонтальных составляющих магнитного поля антенны L-1, приведенных к току в 1 А в антенне. 1 – большая полуось эллипса поляризации, 2 – коэффициент эллиптичности, 3 – ориентация большой оси эллипса в горизонтальной плоскости в системе координат измерителя. . . . . 143
- 4.10 Поляризационные характеристики горизонтальных составляющих магнитного поля антенны L-2, приведенных к току в 1 А в антенне. 1 – большая полуось эллипса поляризации, 2 – коэффициент эллиптичности, 3 – ориентация большой оси эллипса в горизонтальной плоскости в системе координат измерителя. . . . . 144
- 4.11 Карта-схема области проведения эксперимента. . . . . 151
- 4.12 Измеренные в эксперименте амплитуды компоненты  $H_{S-N}$  магнитного поля. . . . . 152
- 4.13 Сонограмма  $H_x$  и  $H_y$ . . . . . 154
- 4.14 Зависимость от частоты  $|B_x(f)|$  в нескольких пунктах наблюдения на  $x=200$  км, 900 км и 1500 км. . . . . 155
- 4.15 Схема эксперимента FENICS-2019. Ориентировочная проводимость Земной коры [74] 1 –  $10^{-4}$  См/м, 2 –  $6 \cdot 10^{-5}$  См/м, 3 –  $10^{-3}$  См/м, 4 –  $10^{-2}$  См/м. . . . . 156
- 4.16 Амплитуды горизонтальных компонент магнитного поля 11.09.19 и 12.09.19. . . . . 158
- 4.17 Амплитуды горизонтальных компонент магнитного поля 14.09.19 и 15.09.19. . . . . 159
- 4.18 Приведенные поверхностные импедансы. 1 – 4 экспериментально полученные, 5 – модельный расчет  $\delta$ . . . . . 160
- 4.19 Отклонение от спокойного уровня составляющий магнитного поля Н (юг-север) по данным обсерватории ПГИ Ловозеро 11–12 (а), 13–14 (б) и 14–15 (б) сентября 2019 [140]. Цифрой ”1” на рисунке б отмечена суббуря во время наблюдений 14.09.2019. . . . . 161
- 4.20 Распределение токов в ионосфере в области эксперимента, а – 12.09.19 00:30 UT, б – 13.09.19 01:30 UT . . . . . 163
- 4.21 Распределение токов в ионосфере в области эксперимента, а – 14.09.19 22:10 UT, б – 15.09.19 00:00 UT. . . . . 164
- 4.22 Распределение токов в ионосфере в области эксперимента, а – 15.09.19 21:10 UT, б – 16.09.19 02:10 UT. . . . . 165

- 4.23 Сонограмма составляющей магнитного поля  $|H_{SN}|$  в условных единицах, 11–12 сентября 2019 – а, 12–13 сентября 2019 – б. . . . . 167
- 4.24 Сонограмма составляющей магнитного поля  $|H_{SN}|$  в условных единицах, 14–15 сентября 2019 – а, 15–16 сентября 2019 – б. . . . . 168
- 4.25 Тангенциальная составляющие магнитного поля  $|H_{\tau}|$ , 1 – 11.09.2019, 2 – 12.09.2019, 3 – 14.09.2019, 4 – 15.09.2019. . . . . 169
- 4.26 Вертикальная составляющие магнитного поля  $|H_z|$ , 1 – 11.09.2019, 2 – 12.09.2019, 3 – 14.09.2019, 4 – 15.09.2019. . . . . 170
- 4.27 Стрелка с указателем  $N$  – направление на север, штриховая кривая параллельная антенне  $[-L, L]$  для удобства расчета углов,  $\varphi_A$  – угол между направлением на север и ориентацией антенны, отсчитывающийся против часовой стрелки и направления на север,  $\varphi_e$  – угол, определяющий соотношение между составляющими поля  $H_{\varphi_0}$  и  $H_{\rho_0}$  в цилиндрической системе координат с измеряемыми полями  $H_{SN}$  и  $H_{WE}$ ,  $\varphi_m$  – магнитное склонение в точке приема (в Кандалакшинском заливе  $\varphi_m = 14.98^\circ$ ). . . . . 171
- 4.28 Тангенциальная составляющая магнитного поля. Теоретически рассчитанная при  $h_m^* = 70$  км – 1, рассчитанная при  $h_m^* = 96,5$  км – 2, по данным измерений 14 сентября 2019 – 3, по данным измерений 14 сентября 2019 – 4. . . . . 175
- A.1 Структурная схема источника излучения. Условные обозначения: ТСН п/с — трансформатор собственных нужд подстанции; ПП — повышающий преобразователь; ВВ — высоковольтный выпрямитель; ВИ — высоковольтный инвертор; СУ — согласующее устройство; БФСУ — блок формирования сигналов управления; ПУиИ — пульт управления и индикации . . . . . 208
- A.2 Спектральная плотность шума каналов магнитоиндукционных датчиков. 1 – датчики ПГИ для стационарного размещения, 2 – датчики ПГИ для мобильного применения, 3 – датчики Phoenix Geophysics, 4 – датчики МТ ФГУ МПП “Геологоразведка”, 5 – датчики МТ-S ФГУ МПП “Геологоразведка”. . . . . 210
- A.3 Спектральная плотность мощности естественного магнитного шума, измеренная индукционными датчиками разной конструкции. . . . . 212

A.4	Спектральная плотность мощности естественного магнитного шума, измеренная торсионным и индукционным датчиком. . . . .	212
-----	--	-----

**Список таблиц**

1	Зависимость электродинамических параметров от частоты . . . . .	85
2	Приемные пункты и особенности трасс распространения. . . . .	90
3	Характерные времена и относительные величины затмения для каждой точки в эксперименте. . . . .	91
4	Углы возвышения Солнца в пунктах наблюдения во время затмения. . .	91
5	Средняя по профилю относительная ошибка на частоте 41 Гц. . . . .	124
6	Geomagnetic k-indeces, Lovozero 2014. . . . .	131

## Приложение А

### Экспериментальные средства, использованные в исследовании распространения низкочастотных волн

Отметим, что в наших исследованиях, связанных с низкочастотным излучением в диапазоне СНЧ, использовалась установка центра дальней связи “Зевс”. Она описана в ряде литературных источников [5; 81], поэтому не требуется привлечения дополнительной информации, поясняющей особенности ее работы в экспериментах.

Для формирования сигнала в диапазоне КНЧ (3–30ГЦ) потребовалось создание передатчика, перекрывающего этот диапазон. При этом для расширения исследований в процессе разработки передающего устройства была учтена возможность его работы не только на антенны установки “Зевс”, но и с использованием промышленных линий электропередач.

#### А.1 Передающее мобильное устройство

На базе повышающего преобразователя и системы энергопередачи генератора “Энергия-2” [162] был создан мобильный генератор мощностью 200 кВт, формирующий сигналы в КНЧ-СНЧ диапазонах [163]. Структурная схема источника излучения представлена на А.1. Сетевое напряжение промышленной трехфазной сети 380 В и частотой 50 Гц подается на повышающий преобразователь, обеспечивающий гальваническую развязку от промышленной сети и повышающей напряжение до 920 В. Этот переменный ток поступает на высоковольтный выпрямитель, формирующий на выходе напряжение величиной 1.3 кВ. Далее это напряжение подается на высоковольтный инвертор, который методом широтно-импульсной модуляции (ШИМ) формирует ток в антенне необходимой амплитуды, формы и частоты. Требуемая величина тока в антенне на частотах выше нескольких герц обеспечивается согласующим устройством, которое компенсирует индуктивную составляющую полного сопротивления линии на ча-

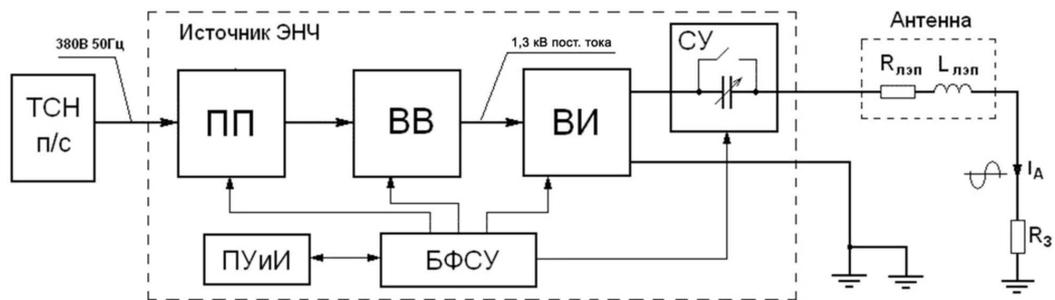


Рисунок А.1 — Структурная схема источника излучения. Условные обозначения: ТСН п/с — трансформатор собственных нужд подстанции; ПП — повышающий преобразователь; ВВ — высоковольтный выпрямитель; ВИ — высоковольтный инвертор; СУ — согласующее устройство; БФСУ — блок формирования сигналов управления; ПУИИ — пульт управления и индикации

стотах, когда реактивное сопротивление линии начинает ограничивать силу тока в антенне.

Пульт управления и индикации предназначен для управления режимами работы генератора, задания параметров генерируемого сигнала, а также для визуального отображения информации о параметрах выходного сигнала. Формирование необходимых управляющих сигналов, анализ информации, поступающей с различных датчиков и цепей контроля, а так же управление различными устройствами автоматики и защиты осуществляется блоком формирования сигналов управления.

Испытания передатчика, нагруженного на горизонтальный заземленный электрический диполь длиной в 60 км, показали в КНЧ диапазоне силу тока в антенне 100-110 А, что дало возможность его использовать в проводимых экспериментальных исследованиях.

Созданная система регистрации и сбора тока в антенне дает привязку по времени не хуже 1 мкс.

Для обеспечения мобильности передающей установки генератор и согласующее устройство размещены в фургоне автомобиля ГАЗ-33081.

## А.2 Приемная аппаратура

Для регистрации процессов в широком частотном диапазоне 0.1 – 300 Гц наиболее пригодными являются магнитометры, основанные на принципе магнитной индукции [164]. Основной частью индукционного магнитометра являются датчики, представляющие собой магнито-индукционную антенну – катушку из провода, намотанного на сердечник, являющийся концентратором магнитного поля. Индукционный магнитометр обычно имеет три ортогональных датчика, один из которых в экспериментах ориентируется вдоль магнитного поля или географического меридиана. Индукционные магнитометры изготавливаются как в России в ряде НИИ и специализированных предприятий, так и за рубежом, например, в Канаде – Phoenix Geophysics, в Германии – Metronix Geophysics и других.

Основное отличие магнитометров, изготовленных различными производителями, заключается в динамическом диапазоне и спектральной плотности шумов измерителя. Из рис А.2 видно практическое совпадение шумовых характеристик различных датчиков, исключая ряд 5. Эти данные относятся к компактным датчикам МТ-S ФГУ МПП “Геологоразведка”, имеющих укороченный размер  $l=0.3$  м и в два раза меньшее количество витков в магнитной катушке по сравнению с датчиком МТ того же производителя (ряд 4). Вышеописанные датчики разработки ПГИ и ФГУ МПП “Геологоразведка” были использованы для приема низкочастотных сигналов в обсерватории ПГИ в п. Ловозеро (датчики ПГИ), а также на выносных пунктах при проведении экспериментальных исследований. При этом аналогичные датчики входили в состав морского приемно-передающего комплекса электромагнитного зондирования [126], предназначенного для измерений амплитуды и фазы электромагнитного поля в диапазоне 0.001–200 Гц в заданных точках морского дна на глубине до 500 м. С этим комплексом были выполнены тестовые измерения приемной части на Каспийском море, а также экспериментальные исследования геологической структуры Кольского залива.

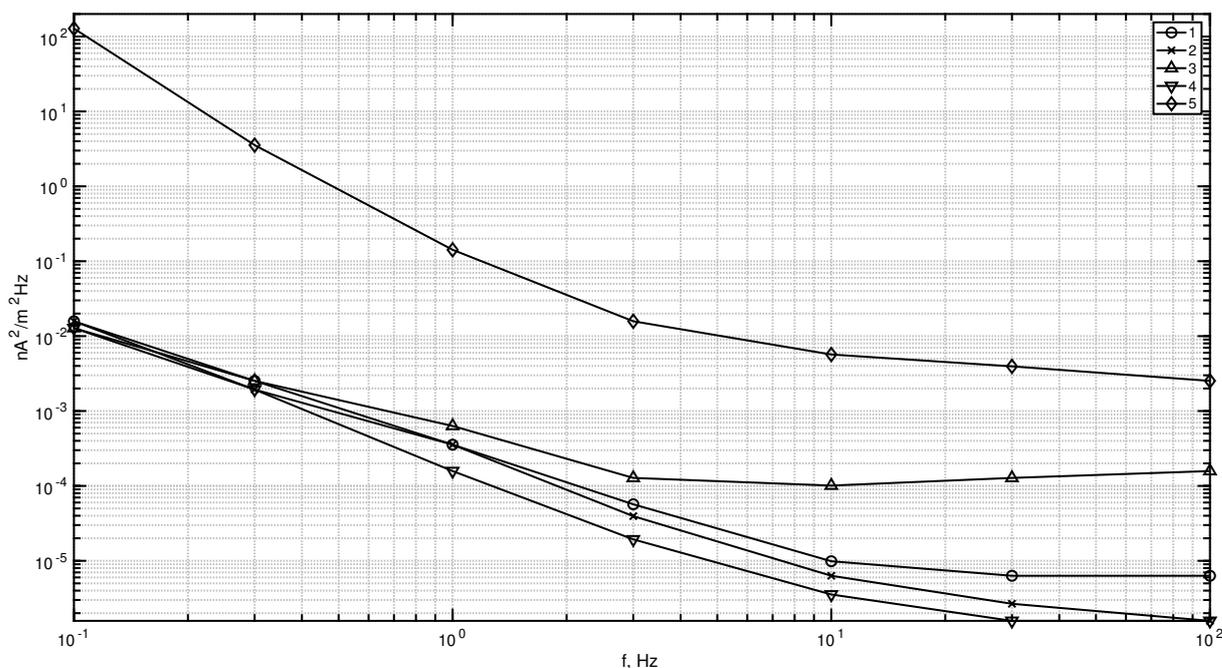


Рисунок А.2 — Спектральная плотность шума каналов магнитоиндукционных датчиков. 1 – датчики ПГИ для стационарного размещения, 2 – датчики ПГИ для мобильного применения, 3 – датчики Phoenix Geophysics, 4 – датчики МТ ФГУ МПП “Геологоразведка”, 5 – датчики МТ-S ФГУ МПП “Геологоразведка”.

### А.2.1 Сравнение индукционного и вариационного магнитометра

Как упоминалось выше, для регистрации искусственных сигналов [22; 137], а также естественных вариаций магнитного поля Земли на сверх низких частотах (от 0.01 до 10 Гц) [165] возможно использование принципиально разных по конструкции и принципу магнитометров. Традиционно считается, что на частотах более 5 Гц выше чувствительность индукционных магнитометров, а на низких - торсионных. Но в последние годы новая техническая база стирает эти границы. Покажем это на реальных измерениях естественного электромагнитного поля.

В связи с тем, что лаборатории СПбФ ИЗМИРАН расположены вблизи одного из крупнейших городов Европы, сложно экранировать датчики магнитометров от внешних акустических, вибрационных и электромагнитных шумов. Поэтому был проведен полевой эксперимент в малонаселенной части Республики Карелия, в нескольких километрах от поселка Лехта. Выбор точки проведения измерений обеспечил отсутствие техногенных шумов, при этом, благодаря расположению точки наблюдения в субавроральной зоне, оценочный уровень низкочастотных

ионосферных шумов был выше внутренних шумов магнитометров. Было произведено два эксперимента:

1. Сравнение регистрации низкочастотных шумов короткими МТ-S и длинными МТ индукционными датчиками производства ФГУ МПП “Геологоразведка”, присоединенными к пятикомпонентному регистратору электромагнитных полей [166].
2. Сравнение магнитостатических торсионных датчиков с индукционным датчиком МТ, одновременно подключенных к регистратору электромагнитных полей магнитовариационной станции GI-MTS-1 [167].

Для уменьшения акустического шума датчики были закопаны в землю, с ориентацией по магнитному меридиану. Низкочастотная вибрация была минимальна благодаря расположению зоны наблюдений вдали от деревьев и водоемов. По данным обсерваторий Ловозеро и Соданкюля измерения проводились в спокойной геомагнитной обстановке, индексы  $K_i$  не превышали единицы. Амплитудно-частотные характеристики индукционных датчиков были экспериментально получены прямыми измерениями в диапазоне 0,1-100 Гц и продлены до 0,001 с помощью аппроксимации значений передаточной характеристики дробно-рациональной функцией методом  $Sbplx$  [168]. В дальнейшем были выполнены измерения на наборе частот 0,002–0,01 Гц, подтвердившие данную аппроксимацию. АЧХ торсионного датчика получена прямыми измерениями в диапазоне 0,001–10 Гц.

С помощью спектрального анализа данных по методу Уэлча были получены данные о спектральной плотности естественного низкочастотного электромагнитного шума в диапазоне 0.01–1 Гц и 1–10 Гц. Для первого частотного отрезка использовались окна 3/4 часа с 50% перекрытием, для второго - трехминутные с 50% перекрытием.

На рис. А.3 показана спектральная плотность шума, измеренная коротким (МТ-S) и длинным (МТ) индукционными датчиками. Видно, что ионосферные шумы, характерные для Шумановского резонанса (6–10 Гц), выше уровня внутренних шумов обоих датчиков. Однако на частотах меньше 5 Гц внутренние шумы короткого датчика выше, чем естественный фон или внутренние шумы длинного. Действительно, если посмотреть на рис. А.2, то видно, что на частотах менее 5 Гц, собственный шум датчика МТ-S сопоставим или превышает внешний шум. Этим объясняются различия в измерениях между МТ и МТ-S. Далее сравним низкочастотную спектральную плотность шума по данным с длинного

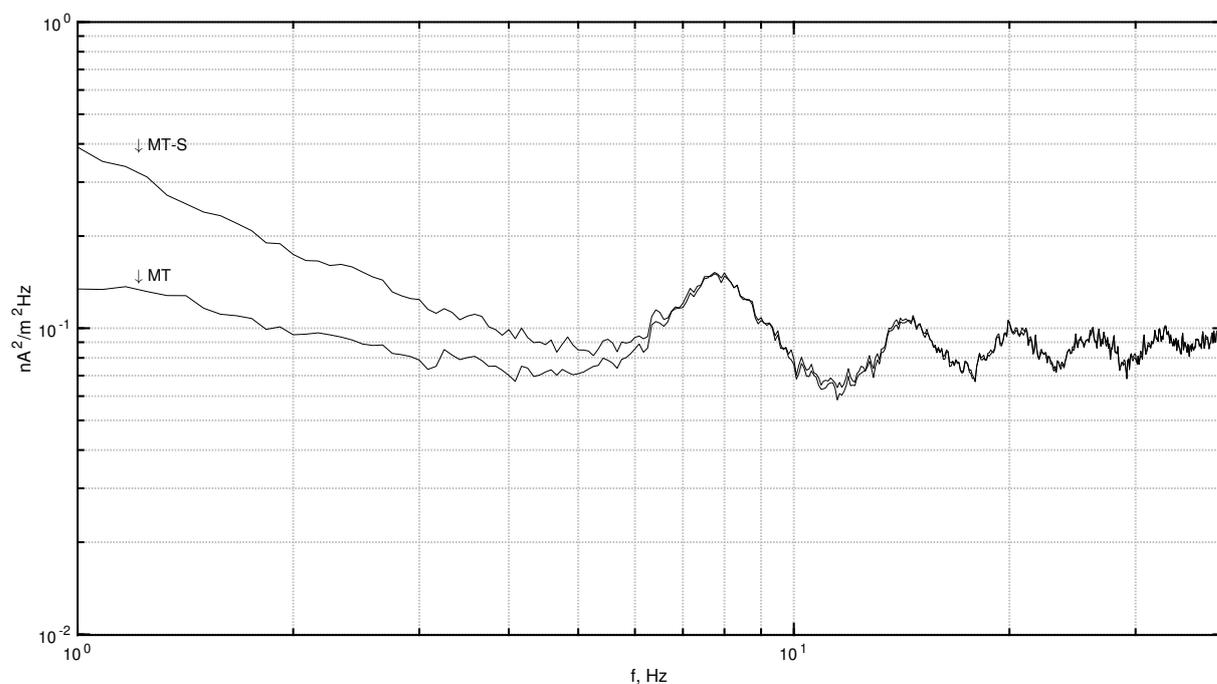


Рисунок А.3 — Спектральная плотность мощности естественного магнитного шума, измеренная индукционными датчиками разной конструкции.

(MT) и торсионного датчика (MS). На рис. А.4 отображено, что зарегистрированные датчиками вариации магнитного шума в диапазоне 0,01-0,4 Гц совпадают на обоих датчиках. На более высоких частотах внутренний шум торсионного датчика выше показаний индукционного и не отражает естественных процессов, таких как первый и второй Шумановские резонансы.

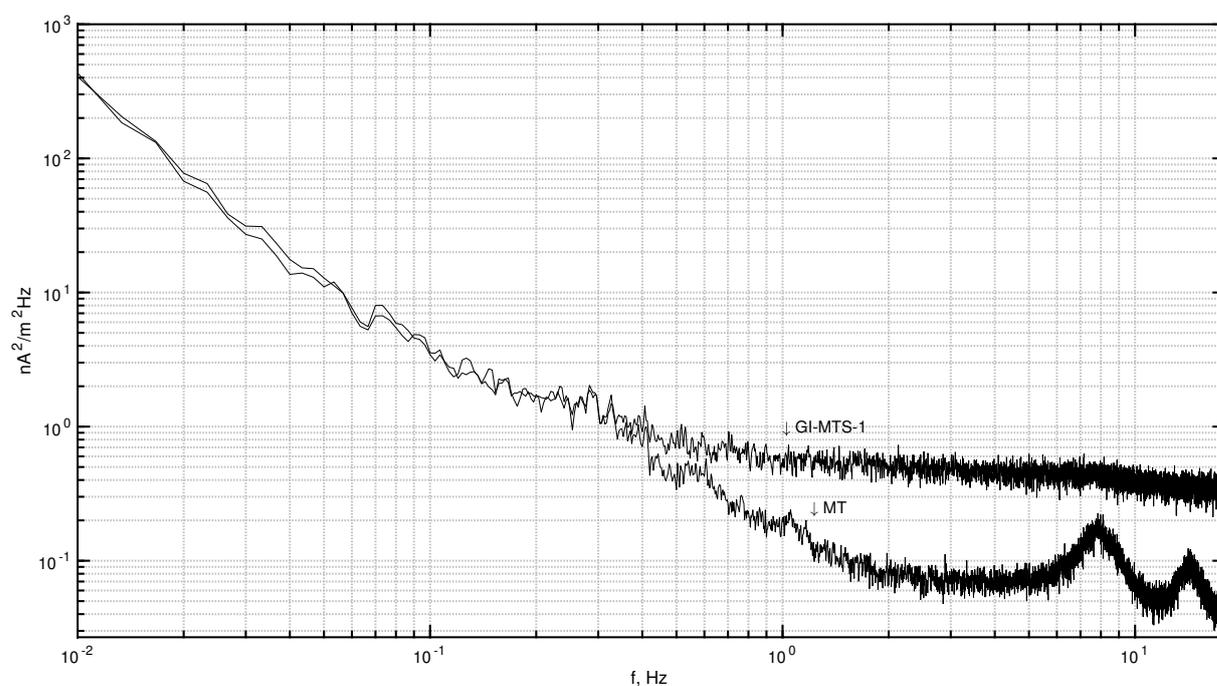


Рисунок А.4 — Спектральная плотность мощности естественного магнитного шума, измеренная торсионным и индукционным датчиком.

Таким образом, можно сделать вывод, что зафиксированные индукционным датчиком шумы являются преимущественно внешними и выше его внутренних шумов в исследованной частотной области. Соответственно, современные индукционные датчики можно использовать в широком диапазоне низких частот, что важно для задач МТЗ, исследования ионосферы и регистрации искусственных сигналов. К числу достоинств GI-MTS-1 следует отнести компактность и низкий уровень внутренних шумов на частотах ниже 1Гц, что играет важную роль в экспедиционных работах в рамках МТЗ и мониторинга электромагнитных предвестников землетрясений.

## Приложение Б

### Связь между формулой Баннистера и двумерным телеграфным уравнением для однородного волновода Земля-ионосфера.

Необходимым условием при выводе телеграфного уравнения для расчета поля в волноводе Земля-ионосфера является предположение о поперечности электромагнитного поля, то есть возможность пренебрежения вертикальной составляющей магнитного поля по сравнению с горизонтальной. Результаты измерения поля, полученные в с. Варзуга в 2019 году (рис.4.15), показывают выполнение такого условия. Это дает возможность рассмотреть применение двумерного телеграфного уравнения для описания реально измеренных поперечных составляющих магнитного поля применительно к волноводу Земля-ионосфера. Вывод двумерного телеграфного уравнения, а также некоторые результаты его использования представлены в работах [33—36; 152].

Рассмотрим решение двумерного телеграфного уравнения с источником в виде горизонтального электрического диполя с токовым моментом  $J\Delta x$  и направленным вдоль оси  $x$  для плоского однородного изотропного волновода. Считаем, что волновод образован поверхностью Земли с импедансными граничными условиями и ионосферой, простирающейся от поверхности Земли до бесконечности. В [152] показано, что разные случаи формирования верхней стенки волновода определяются следующими параметрами двумерного телеграфного уравнения: емкостной высотой  $h_c$  и индуктивной высотой  $h_L$ .

В цилиндрической системе координат решение телеграфного уравнения имеет следующий вид:

$$H_\varphi(\rho, \varphi) = J\Delta x \frac{k_0 S^2 \delta_g}{4h_L} \ddot{H}_0^{(1)}(k_0 S \rho) \cos \varphi,$$

$$H_\rho(\rho, \varphi) = J\Delta x \frac{S \delta_g}{4\rho h_L} \dot{H}_1^{(1)}(k_0 S \rho) \sin \varphi,$$

где точки над функцией Ханкеля  $H_0^{(1)}$  обозначают дифференцирование по ее аргументу,  $\rho$  - расстояние между точкой наблюдения и излучателя,  $\varphi$  - угол в направлении на приемник относительно излучателя, отсчитываемый против часовой стрелки,  $k_0$  - волновое число в вакууме,  $\delta = 1/\sqrt{\tilde{\epsilon}_g'}$  - приведенный поверхностный импеданс Земли,  $\tilde{\epsilon}_g' = \tilde{\epsilon}_g + (i\sigma_g)/(\omega\epsilon_0)$  - относительная комплексная

диэлектрическая проницаемость Земли,  $S^2 = h_L/h_c$  - отношение индуктивной высоты к емкостной,  $\text{Im } S > 0$ . Параметр  $S$  характеризует особенности распространения волны в волноводе.

Отметим, что в сверхнизкочастотном диапазоне имеется большое число работ по распространению волн в волноводе Земля-ионосфера. В них в силу недостаточного знания о параметрах ионосферной плазмы на высотах 30–100 км в основном используются эвристические профили проводимости  $\sigma_i(z)$ , опирающиеся на результаты экспериментальных наблюдений. В СНЧ диапазоне можно пренебречь влиянием ионов и горизонтальных компонент Земного магнитного поля. Поэтому основными факторами, определяющими проводимость, являются концентрация электронов и их частота соударений в ионосфере. Широкое применение в теоретических работах при сопоставлении расчетов и результатов экспериментов получили экспоненциальная модель проводимости  $\sigma_i(z) = \sigma(h_0) \exp -[(z - h_0)/\zeta_0]$  и коленоподобная модель, характеризуемая двумя экспонентами для нижней и верхней частей профиля проводимости [34; 37; 97; 169–171]. Связь постоянной распространения  $S$  на определенной частоте с параметрами экспоненциального профиля удалось приближенно получить в [169]. Для вычисления  $S$  были предложены соотношения, в которых участвуют так называемые "электрическая"  $h_e$  и "магнитная"  $h_m$  высоты профиля проводимости и соответствующие им масштабы проводимости. Нижняя "электрическая" высота на определенной частоте находится из условия равенства токов проводимости и смещения:  $|\sigma_i(h_e)| = |i\omega\varepsilon_0|$ . Подобным же образом находится и магнитная высота из условия, что удвоенное произведение волнового числа в ионосфере на масштаб проводимости равно единице:

$$2|k_0 \sqrt{i \frac{\sigma_i(h_m)}{\omega\varepsilon_0}}| \cdot \zeta = 1,$$

или

$$\sigma_i(h_m) = [4\mu_0\omega\zeta^2]^{-1}.$$

Дальнейшее развитие метода состояло в усложнении аппроксимирующего профиля. в частности, был использован профиль с изломом зависимости проводимости на высотах 50–60 км. При этом нижняя часть профиля проводимости описывалась экспонентой  $\sigma(z) = \sigma(h_0) \exp [(z - h_0)/\zeta_0]$ , а верхняя –  $\sigma(z) =$

$\sigma(h_1) \exp [(z - h_1)/\zeta_1]$ . Для параметра распространения по частоте  $f$  использовалось представление

$$S_0^2(f) = \frac{h_1(f) - i\pi\zeta_1/2}{h_0(f) + i\pi\zeta_0/2}.$$

Для получения частотной зависимости, чтобы исключить обращение к  $\sigma(h)$  при каждом новом значении частоты, используют связь между электрической и магнитной высотой с полученными для опорных частот  $f_0$  и  $f_1$ :

$$h_0(f) = h_{e,0} + \zeta_0 \ln \left( \frac{f}{f_0} \right), h_1(f) = h_{m,1} - \zeta_1 \ln \left( \frac{f}{f_1} \right).$$

При двух-экспоненциальной аппроксимации нижняя высота  $h_{e,0}$  также определяется из равенства токов проводимости и смещения на опорной частоте  $f_0$

$$\sigma(h_{e,0}) = 2\pi f_0 \varepsilon,$$

а верхняя высота  $h_{m,1}$  - из соотношения

$$4\mu_0 \cdot 2\pi f_1 \sigma(h_{m,1}) \zeta_1^2 = 1.$$

Рассмотрим подход к определению постоянной распространения, представленный в [152]. В рамках формализма применения телеграфного уравнения для постоянной распространения  $S$  в работе [152] получено выражение:

$$S^{-2} = (\hat{h}_L)_{xx}^{-1} \cdot h_c,$$

где матрица  $\hat{h}_L^{-1}$  обратная к  $\hat{h}_L$ , а  $(\hat{h}_L)_{xx}^{-1}$  ее  $(x, x)$  элемент.

$$(\hat{h}_L)_{xx}^{-1} = \frac{(\hat{h}_L)_{yy}}{(\hat{h}_L)_{xx}(\hat{h}_L)_{yy} - (\hat{h}_L)_{yx}(\hat{h}_L)_{xy}}$$

Элементы матрицы  $\hat{h}_L$  имеют следующий вид

$$\begin{aligned} (\hat{h}_L)_{xx} &= (\hat{h}_L)_{yy} = h + i \frac{\pi}{2\alpha_L} + \frac{i}{k} \delta_g, \\ -(\hat{h}_L)_{xy} &= (\hat{h}_L)_{yx} = \frac{1}{\alpha_L} \arctan \left[ \frac{\omega_{H,z}}{\nu(h)} \right]. \end{aligned} \quad (\text{Б.1})$$

здесь

$$\alpha_l = \alpha_N + \alpha_\nu \cdot (\nu^2)/(\nu^2 + \omega_{H,z}^2), \quad \alpha_N = \frac{d}{dz} N(z), \quad -\alpha_\nu = \frac{d}{dz} \nu(z),$$

$N$  - профиль электронной концентрации,  $\nu(z)$  - частоты соударений, а вещественный параметр  $h$  определяется из уравнения

$$\frac{\omega_N^2(h)}{\omega \sqrt{\nu^2(h) + \omega_{H,z}^2}} = 0,31524 \frac{\alpha_L^2(h)}{k_0^2}, \quad (\text{Б.2})$$

$\omega_H$  - электромагнитная частота,  $\omega_{H,z}$  - вертикальная проекция гирочастоты электронов,  $\alpha_N$  и  $\alpha_\nu$  - величины, обратные шкалам высот при экспоненциальной аппроксимации профилей электронной концентрации и частот соударений, соответственно. Выражения на магнитном экваторе совпадают с соответствующими изотропному случаю. В высоких широтах на высотах области отражения СНЧ диапазона порядка 90 км  $\nu$  имеют порядок  $10^5 \text{ c}^{-1}$ , а  $\omega_{H,z}$  -  $10^7 \text{ c}^{-1}$ . Следовательно,  $|\omega_{H,z}| \gg \nu'$  и в уравнениях (Б.2) уходит зависимость от профиля частоты соударений, и учитывается только зависимость от производной профиля электронной концентрации. Тогда вместо (Б.1) имеем

$$\begin{aligned} (\hat{h}_L)_{xx} &= h + i \frac{\pi}{2\alpha_H} + \frac{i}{k_0} \delta_g, \\ -(\hat{h}_L)_{xy} &= (\hat{h}_L)_{yx} = \frac{\pi}{2\alpha_H} \frac{\omega_{H,z}}{|\omega_{H,z}|}. \end{aligned} \quad (\text{Б.3})$$

Из этих выражений следует, что элементы главной диагонали такие же, как в изотропном случае, а элементы неглавной диагонали имеют порядок масштаба изменения профиля концентрации в существенной области.

Параметр  $h_c$ , входящий в формулу, определяющую  $S^{-2}$ , вычисляется по формуле

$$h_c = \int_0^\infty \frac{dz}{\epsilon'_{zz}}, \quad \epsilon'_{zz} = 1 + \frac{i\sigma_{zz}}{\omega\epsilon_0}, \quad (\text{Б.4})$$

где  $\sigma_{zz}$  - элемент тензора проводимости.

Приближение (Б.4) годится только для тех моделей нижней ионосферы, которые достаточно быстро растут с высотой. Существенная область в ионосфере, ответственная за емкостную высоту, находится на высоте 40-80 км. В этой области ионосфера изотропна и для расчета  $h_c$  достаточно знать лишь профиль проводимости.

В КНЧ и более низкочастотном диапазоне область ионосферы, формирующая индуктивную высоту  $h_L$ , простирается приблизительно от 70 км до 2000 км и является плазмой с замагниченными ионами. Поэтому для вычисления  $h_L$  необходима информация о профилях частоты соударений электронов с

ионами и нейтралами, электронной концентрации, частоты соударений ионов с нейтралами, средней массы ионов. Часть ионосферных параметров, в частности распределение электронной концентрации, можно определить с помощью некогерентного рассеяния. Однако установок некогерентного рассеяния в мире считанное число, а тем более совместных с нами работ по исследованию распространения низкочастотного поля не проводилось. Получение полной информации в конкретное время в области проведения эксперимента – нереальная задача, и возможно лишь использовать статистические усредненные модели. Такой подход с модельными характеристиками параметров ионосферы годится в основном для прогнозирования распространения радиоволн. Отметив возможность использования более сложных представлений о модели ионосферного волновода и распространения в нем низкочастотных волн, для анализа получившихся результатов воспользуемся более простой моделью ионосферного волновода.

Рассмотрим упрощенную модель волновода Земля-ионосфера. Будем считать, что волновод образован двумя проводниками: нижним однородным проводником с относительной комплексной диэлектрической проницаемостью  $\tilde{\epsilon}'_g$  в области  $-\infty < z \leq 0$  и верхним однородным проводником с относительной комплексной диэлектрической проницаемостью  $\tilde{\epsilon}'_i$ , расположенным на высоте  $h \leq z < \infty$ .

Преобразуем формулу (1.1), используя свойства функций Ханкеля:

$$\frac{d^2}{dz^2} H_0^{(1)}(z) = -\frac{1}{z} \frac{d}{dz} H_0^{(1)}(z) - H_0^{(1)}(z), \quad \frac{d}{dz} H_0^{(1)}(z) = -H_1^{(1)}(z).$$

$$\begin{aligned} H_\varphi(\rho, \varphi) &= -J\Delta x \frac{k_0 \delta_g}{4h_c} \left[ H_0^{(1)}(k_0 S \rho) - \frac{1}{k_0 S \rho} H_1^{(1)}(k_0 S \rho) \right] \cos \varphi, \\ H_\rho(\rho, \varphi) &= -J\Delta x \frac{\delta_g}{4\rho S h_c} H_1^{(1)}(k_0 S \rho) \sin \varphi. \end{aligned} \quad (\text{Б.5})$$

Для рассматриваемой модели входящая в (Б.5) емкостная высота  $h_c$  с точностью до членов первого порядка по приведенным поверхностным импедансам Земли и ионосферы  $\delta_g$  и  $\delta_i$  имеет вид:

$$h_c = h \left[ 1 + \frac{ik_0 h}{6} (\delta_i - 2\delta_g) \right].$$

В свою очередь выражение для индуктивной высоты  $h_L$  связано с  $h_c$  следующим соотношением

$$h_L = h_c + \frac{i}{k_0} (\delta_g + \delta_i) - \frac{h}{2} \delta_i (\delta_i - \delta_g).$$

В рассматриваемом диапазоне частот 0.4–95 Гц для реальных проводимостей Земли и ионосферы  $\sigma_g > 10^{-5}$  S/m,  $|\sigma_i| > 10^{-6}$  S/m и их приведенные поверхностные импедансы много меньше единицы. Следовательно, можно считать, что  $h_c = h$ , то есть совпадает с реальной высотой ионосферы, а для индуктивной высоты справедливо следующее приближенное выражение:

$$h_L \simeq h + \frac{i}{k_0}(\delta_g + \delta_i). \quad (\text{Б.6})$$

Видно, что (Б.3) по структуре совпадает с (Б.6). Имеется лишь отличие в слагаемом, относящемся к импедансу ионосферы. Поэтому возможно для расчета поля воспользоваться выражениями (Б.5), заменяя в них  $\delta_i$  на соответствующие выражения, определяемые профилем электронной концентрации.

Примем во внимание, что  $h_c \simeq h$ , а  $h_L$  определяется формулой, получаем из (Б.5) выражения для полей

$$\begin{aligned} H_\varphi(\rho, \varphi) &= -J\Delta x \frac{k_0\delta_g}{4h} \left[ H_0^{(1)}(k_0S\rho) - \frac{1}{k_0S\rho} H_1^{(1)}(k_0S\rho) \right] \cos \varphi, \\ H_\rho(\rho, \varphi) &= -J\Delta x \frac{\delta_g}{4\rho Sh} H_1^{(1)}(k_0S\rho) \sin \varphi, \end{aligned} \quad (\text{Б.7})$$

где

$$S^2 = 1 + \frac{i}{k_0h}(\delta_g + \delta_i).$$

Рассмотрим соответствие формул (Б.7) результатам для полей  $H_\varphi$  и  $H_\rho$ , полученных Баннистером [32], для зависимости от времени  $\exp(i\omega t)$ , ранее в используемых в диссертации,

$$\begin{aligned} H_\varphi^B(\rho, \varphi) &= -\frac{k_0\eta_g J\Delta x}{4\eta_0 h} \left[ H_0^{(2)}(k\rho) - \frac{1}{k\rho} H_1^{(2)}(k\rho) \right] \left[ \frac{\rho/a}{\sin(\rho/a)} \right]^{1/2} \cos \varphi, \\ H_\rho^B(\rho, \varphi) &= -\frac{k_0\eta_g J\Delta x}{4\eta_0 k h \rho} H_1^{(2)}(k\rho) \left[ \frac{\rho/a}{\sin(\rho/a)} \right]^{1/2} \sin \varphi, \end{aligned}$$

где  $k_0 = \omega/c$ ,  $S = k/k_0$  - нормализованное волновое число (параметр распространения),  $\eta_g = \sqrt{(i\omega\mu_0)/(\sigma_g + i\omega\varepsilon_g)}$  - импеданс Земли (ввели обозначение  $g$  вместо  $e$  у Баннистера),  $\gamma_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$  - импеданс свободного пространства. При это для основной моды справедливо приближение:

$$k_0^2 S_B^2 = k_0^2 - i \frac{(\Delta_g + \Delta_i)k_0}{h},$$

а  $\Delta_{g,i} = \eta_{g,i}/\eta_0$  - нормализованные импедансы Земли и ионосферы соответственно.

Пренебрегаем сферичностью, то есть

$$\frac{\rho/a}{\sin(\rho/a)} \rightarrow 1.$$

Делаем замену  $\omega \rightarrow -\omega$ , чтобы перейти к зависимости  $\exp(-i\omega t)$ , которую используем в работе

$$\eta_g|_{\omega \rightarrow -\omega} = \sqrt{\frac{-i\omega\mu_0}{\sigma_g - i\omega\varepsilon_g}}, \quad \Delta_g|_{\omega \rightarrow -\omega} = \frac{\eta_g}{\eta_0}|_{\omega \rightarrow -\omega} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_0} + i\frac{\sigma_g}{\omega\varepsilon_0}}} = \delta_g,$$

аналогично и с  $\eta_i|_{\omega \rightarrow -\omega}$

$$k_0^2 S_B^2|_{\omega \rightarrow -\omega} = k_0^2 + i\frac{(\delta_g + \delta_i)k_0}{h} = k_0^2 S^2.$$

учтем, что  $H_0^{(2)}(-z) = -H_0^{(1)}(z)$ ,  $H_1^{(2)}(-z) = -H_1^{(1)}(z)$ .

$$H_\varphi^B(\rho, \varphi)|_{\omega \rightarrow -\omega} = J\Delta x \frac{k_0\delta_g}{4h} \left[ -H_0^{(1)}(k_0 S \rho) + \frac{1}{k_0 S \rho} H_1^{(1)}(k_0 S \rho) \right] \cos \varphi,$$

$$H_\rho^B(\rho, \varphi)|_{\omega \rightarrow -\omega} = -J\Delta x \frac{\delta_g}{4h S \rho} H_1^{(1)}(k_0 S \rho) \sin \varphi.$$

Видим, что формулы Баннистера соответствуют результатам В.В. Кириллова. В волновой зоне при выполнении условия  $|k_0 S \rho_0| \gg 1$  функции Ханкеля, входящие в выражения (Б.7), можно заменить их асимптотическими представлениями:

$$H_\nu^{(1)} \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \exp\left(i\left(z - \frac{\pi}{2}\nu - i\frac{\pi}{4}\right)\right) \left[ \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k \Gamma(\nu + k + 1/2)}{(2iz)^k k! \Gamma(\nu - k + 1/2)} + \dots \right]$$

и получить для компонент поля следующий результат:

$$H_\varphi(\rho, \varphi) = -J\Delta x \frac{\delta_g}{4Sh_c} \sqrt{\frac{2k_0 S}{\pi\rho}} \exp\left(ik_0 S \rho - i\frac{\pi}{4}\right) \left[ 1 + \frac{7}{8k_0 S \rho} \right] \cos \varphi,$$

$$H_\rho(\rho, \varphi) = J\Delta x \frac{\delta_g}{4S^2 k_0 \rho h_c} \sqrt{\frac{2k_0 S}{\pi\rho}} \exp(ik_0 S \rho + i\pi/4) \sin \varphi.$$

В квазистатистической области  $|k_0 S \rho_0| \ll 1$  можно воспользоваться разложением функции Ханкеля в ряды:

$$H_0^{(1)} \simeq i\frac{2}{\pi} \ln \frac{z}{2}, \quad H_1^{(1)}(z) \simeq -i\frac{2}{\pi z}.$$

Пренебрегая при малых  $z \ln z/2$  по сравнению с  $1/z$ , получаем из (Б.5)

$$H_\varphi(\rho, \varphi) = -J\Delta x \frac{i\delta_g}{4\pi k_0 h_L \rho^2} \cos \varphi,$$

$$H_\rho(\rho, \varphi) = J\Delta x \frac{i\delta_g}{4\pi k_0 h_L \rho^2} \sin \varphi.$$